

Programowanie I R

Zadania – seria 10.

Liczby pseudolosowe. Obliczenia naukowe: metody Monte Carlo.

Zadanie 1. `pimc` – Liczba π .

Napisz funkcję

```
IntMonteCarlo(f, a, b, N)
```

która posługując się metodą Monte Carlo znajduje przybliżoną wartość całki oznaczonej

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

całkowalnej funkcji $f : \mathbb{R} \supseteq X \rightarrow \mathbb{R}$ w przedziale $[a, b] \subset X$, wykorzystując N losowo wybranych punktów. Funkcja `IntMonteCarlo` przyjmuje następujące argumenty: `f` – implementację funkcji f ; `a` i `b` – odpowiadające kolejno liczbom a i b ; `N` – odpowiadający liczbie N . Wartością zwracaną przez funkcję `IntMonteCarlo` powinna być obliczona przez nią przybliżona wartość całki oznaczonej I .

Korzystając z tej funkcji napisz program `pimc`, który oblicza metodą Monte Carlo przybliżoną wartość liczby π na podstawie zależności

$$\frac{\pi}{2} = \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx.$$

Program ma przyjmować jako argument wywołania dodatnią liczbę całkowitą określającą wartość N . Dla zadanej w ten sposób wartości N program powinien wyznaczać wartość liczby π stukrotnie, a następnie wypisywać na standardowe wyjście średnią wyznaczonych wartości oraz ich wariancję. Jako generator liczb losowych wykorzystaj odpowiednie narzędzia dostarczane przez moduł `random`.

Zadanie 2. `lemniscate` – Pole powierzchni ograniczonej lemniskatą Bernoulliego.

Napisz funkcję

```
LemniscateArea(N)
```

która posługując się metodą Monte Carlo znajduje przybliżoną wartość pola powierzchni ograniczonej lemniskatą Bernoulliego, opisaną równaniem

$$(x^2 + y^2)^2 \leq 2(x^2 - y^2),$$

wykorzystując N losowo wybranych punktów. Jako obszar całkowania przyjmij $\Omega = [-1, 5, 1, 5] \times [-0, 6, 0, 6]$. Funkcja `LemniscateArea` przyjmuje argument `N` odpowiadający liczbie N . Wartością zwracaną przez funkcję `LemniscateArea` powinna być obliczona przez nią przybliżona wartość szukanego pola powierzchni.

Korzystając z tej funkcji napisz program `lemniscate`, który przyjmuje jako argument wywołania dodatnią liczbę całkowitą określającą wartość N . Program powinien wypisywać na standardowe wyjście obliczoną przez funkcję `LemniscateArea` wartość pola powierzchni ograniczonej lemniskatą Bernoulliego. Jako generator liczb losowych wykorzystaj odpowiednie narzędzia dostarczane przez moduł `random`.

Zadanie 3. ball – Objętość n -wymiarowej kuli jednostkowej.

Napisz funkcję

```
BallVolume(n, N)
```

która posługując się metodą Monte Carlo znajduje przybliżoną objętość kuli jednostkowej w n -wymiarowej przestrzeni euklidesowej, wykorzystując N losowo wybranych punktów. Funkcja `BallVolume` przyjmuje argumenty `n` i `N` odpowiadające kolejno liczbom n i N . Wartością zwracaną przez funkcję `BallVolume` powinna być obliczona przez nią przybliżona objętość n -wymiarowej kuli jednostkowej.

Korzystając z tej funkcji napisz program `ball`, który przyjmuje jako argumenty wywołania dwie dodatkowe liczby całkowite k i N . Program powinien obliczać objętości n -wymiarowych kul jednostkowych dla $n = 1, 2, \dots, k$ wykorzystując N losowo wybranych punktów, a następnie narysować i wyświetlić na ekranie wykres zależności objętości kuli jednostkowej w n -wymiarowej przestrzeni euklidesowej od wymiaru przestrzeni n . Jako generator liczb losowych wykorzystaj odpowiednie narzędzia dostarczane przez moduł `random`, w celu wykonania wykresu posłuż się pakietem `Matplotlib`.

Opracowanie: Bartłomiej Zglinicki.