



UNIwersytet
Warszawski

ROZPRAWA DOKTORSKA

Atomowy generator i procesor kwantowych stanów światła

Autor

Mateusz Mazelanik

Promotor

dr hab. Rafał Demkowicz-Dobrzański, prof. UW

Promotor pomocniczy

dr Michał Parniak

Wydział Fizyki
Uniwersytet Warszawski
Warszawa 2022

STRESZCZENIE ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

Atomowy generator i procesor kwantowych stanów światła

Niniejsza praca doktorska skupia się na rozwoju wielomodowej pamięci kwantowej opartej na zimnych atomach rubidu-87. Rozważane są dwa główne kierunki rozwoju układu pamięci przedstawione odpowiednio w dwóch częściach pracy. Prezentacja wyników naukowych (części II oraz III) poprzedzona jest częścią wprowadzającą, zawierającą przegląd literatury, wstęp teoretyczny oraz opis najważniejszych części układu eksperymentalnego.

W części II prezentuję zastosowanie układu pamięci kwantowej do multipleksowanego generowania splątanych polaryzacyjnie par fotonów. Rozdział 4 stanowi teoretyczne wprowadzenie do problemu generacji par fotonów w pamięci i konwersji ich stanu EPR do polaryzacyjnych stanów Bella. Rozdział 5 przedstawia charakteryzację wytwarzanych stanów Bella w wielu modach kątowych. Zbadane są poziomy szumów, oraz widzialność interferencji w pomiarze Bella i liczba modów, oraz czas życia pamięci. Rozdział 6 dotyczy demonstracji fazoczułego obrazowania jałowego wykorzystującego opisany w dwóch poprzednich rozdziałach generator stanów Bella. Zastosowany schemat obrazowania jałowego z pamięcią kwantową zamiast linii opóźniającej jest pierwsza tego typu demonstracją nieobecną wcześniej w literaturze.

Część III skupia się na implementacji protokołu pamięci gradientowej z przetwarzaniem. Prezentacja wyników badań jest poprzedzona wprowadzeniem teoretycznym opisującym szczegółowo protokół pamięci gradientowej. Wprowadzenie to stanowi rozdział 7. Rozdział 8 opisuje implementację metody obrazowania czasowego w układzie pamięci gradientowej. Rozdział ten zawiera demonstrację protokołu wąskopasmowego spektrometru opartego o czasową transformację Fouriera realizowaną wewnątrz pamięci. Rozdział 9 opisuje rozszerzenie tej metody do nadrozdzielczego pomiaru separacji dwóch linii spektralnych. Demonstracja wyników poprzedzona jest szczegółowym omówieniem problemu nadrozdzielczości w kontekście informacyjnej teorii pomiaru i estymacji. Ostatni rozdział tej części (rozdział 10) dotyczy metody trójwymiarowego obrazowania spójności atomowej przechowywanej w pamięci, z perspektywą na objętościowe obrazowanie pól elektromagnetycznych. Część IV zawiera podsumowanie przedstawionych wyników i rysuje możliwe ścieżki rozwoju układu pamięci, którego dotyczy niniejsza rozprawa.

DOCTORAL DISSERTATION ABSTRACT

Generating and processing quantum states of light with atoms

This PhD thesis focuses on the development of multimode quantum memory based on cold rubidium-87 atoms. Two main developments of the memory system are considered and presented in two parts of the thesis, respectively. The presentation of the scientific results (parts II and III) is preceded by an introductory part including a literature review, a theoretical introduction and a description of the most important parts of the experimental setup.

In the II part, I present the application of a quantum memory setup for the multiplexed generation of polarization entangled photon pairs. Chapter 4 provides a theoretical introduction to the problem of generating photon pairs in the memory and converting their EPR state to a polarization Bell states. Chapter 5 presents a characterization of the generated Bell states distributed among many angular modes. Experimental investigation includes noise level measurements, analysis of the visibility of interference in the Bell measurement and calculation of number of modes as well as measurement of the memory lifetime. Chapter 6 describes the demonstration of a phase-sensitive ghost imaging protocol employing the Bell state generator described in the previous two chapters. The presented ghost imaging scheme that incorporates a quantum memory instead of a delay line is the first demonstration of its kind previously absent in the literature.

Part III focuses on the implementation of a gradient echo memory protocol (GEM) with built-in processing capabilities. Presentation of the experimental results is preceded by a theoretical introduction describing the GEM protocol in chapter 7. Chapter 8 describes the implementation of the temporal imaging scheme in the GEM setup. The chapter includes a demonstration of a narrowband spectrometer based on the temporal Fourier transform implemented inside the memory. Chapter 9 extends this method to allow a super-resolution measurement of the frequency separation between two spectral lines. Demonstration of the protocol is preceded by a detailed discussion of the super-resolution problem in the context of information theory of measurement and estimation. The last chapter of this part (chapter 10) describes a method for three-dimensional imaging of atomic coherence stored in the memory. The presented results pave the way towards volumetric imaging of electromagnetic fields.

The (last) part IV consists of a brief summary of the presented results and identifies possible ways for the development of the memory system described in this dissertation.

PODZIĘKOWANIA

Powstanie tej pracy nie byłoby możliwe bez udziału szeregu osób obecnych w moim życiu zarówno naukowym, jak i prywatnym. Na początku chciałbym podziękować prof. dr. hab. Konradowi Banaszkowi za umożliwienie mi pracy w Centrum Optycznych Technologii Kwantowych, którego częścią jest Laboratorium Pamięci Kwantowych, w którym powstała niniejsza praca.

Następnie chciałbym podziękować całemu zespołowi Laboratorium, wliczając w to członków byłych i aktualnych. Dziękuję Adamowi Leszczyńskiemu oraz Michałowi Lipce za niezliczone godziny spędzone w laboratorium i przy tablicy, które zaowocowały szeregiem publikacji, na których bazie powstała ta praca. Ponadto dziękuję też byłym studentom Krzysztofowi Zdanowskiemu i Andrzejowi Ostasiukowi za obszerną pomoc w laboratorium i miłą współpracę. Dziękuję im również za liczne spotkania towarzyskie i rozmowy nienaukowe tworzące nieustanną pozytywną atmosferę pracy. Nie mogę tutaj zapomnieć o osobach będących częścią Laboratorium na początku mojej kariery naukowej, w szczególności Michale Dąbrowskim, z którym pracowałem podczas studiów licencjackich i magisterskich. Dziękuję też wszystkim osobom związanym z techniczną obsługą laboratorium, a w szczególności elektronikom Tomaszowi Kowalczykowi i (byłemu już) Karolowi Kosińskiemu.

Specjalne podziękowania chciałbym złożyć mojemu promotorowi pomocniczemu dr. Michałowi Parniakowi. Michała poznałem na studiach magisterskich, kiedy był jeszcze doktorantem. Spędzaliśmy wtedy w laboratorium większość dostępnego czasu, wliczając w to weekendy i późne wieczory. Z tej intensywnej pracy, która zaowocowała szeregiem publikacji, odkryć i głębszym zrozumieniem fizyki narodziła się przyjaźń, która trwa do dziś i mam nadzieję, że nie ustanie. Jego zapał do pracy i chęć poznawania prawdy stanowią (i do dzisiaj stanowią) dla mnie silną motywację do pracy w laboratorium. Bagaż wiedzy i doświadczeń, który zdobyłem, pracując z Michałem, oraz jego nieustanna pomoc, pozwoliły mi na kontynuację badań, na których bazie powstała ta praca.

Drugą szczególną osobą, która chciałbym tutaj wspomnieć, jest kierownik Laboratorium Pamięci Kwantowych dr. hab. Wojciech Wasilewski. Wojtek opiekował się mną, począwszy od studiów licencjackich, w trakcie studiów magisterskich i wreszcie był moim opiekunem podczas studiów doktoranckich. Był obecny na każdym etapie powstawania wyników opisanych w tej pracy i zawsze służył pomocą. Większość koncepcji, jakie opracowaliśmy jako zespół LPK swój początek mają w pomysłach autorstwa Wojtka. Praca w laboratorium nie byłaby możliwa bez jego wszechstronnych kompetencji zarówno praktycznych, jak i teoretycznych. Jestem mu wdzięczny za nieustanne intrygowanie mnie nowymi pomysłami i niemierzalne pokłady wiedzy i umiejętności, które mi przekazał podczas wspólnej pracy i rozmów o nauce, życiu i świecie.

Wojtek niestety z przyczyn osobistych nie mógł zostać moim promotorem, chciałbym więc podziękować dr. hab. Rafałowi Demkowiczowi-Dobrzańskiemu, który przejął tę rolę. Rafał był obecny na każdym etapie mojego rozwoju naukowego. Jego ciekawe wykłady z fizyki kwantowej, bazujące nierzadko na najnowszych publikacjach i odkryciach były jednymi z najlepszych, na jakie chodziłem jako student Wydziału Fizyki. Znaczną część zdobytej na nich wiedzy mogłem wykorzystać w swojej pracy badawczej, a niniejsza praca jest pełna przykładów to potwierdzających. Jestem też autorem jednej publikacji w kolaboracji z grupą badawczą, której Rafał jest liderem, a współpraca LPK z grupą Rafała ma długą tradycję.

Na koniec chciałbym podziękować moim znajomym oraz bliskim, z którymi przeżyłem wiele wspaniałych chwil podczas wspólnych spotkań i wyjazdów. Chciałbym więc podziękować grupie znajomych z okresu studiów, w szczególności Aleksandrze Łopion,

Kacprowi Oreszczukowi, Jackowi Krajczokowi, Bartoszowi Stebel, Marzenie Śniegowskiej oraz Wojtkowi Góreckiemu. Podziękowania kieruję też do znajomych z moich rodzinnych stron, którzy są obecni w moim życiu od okresu liceum.

Wreszcie, dziękuję moim rodzicom i rodzeństwu za okazywane mi wsparcie na każdym etapie mojego rozwoju.

Finansowanie Wyniki opisane w tej pracy były współfinansowane przez grant Narodowego Centrum Nauki (NCN) OPUS 2016/21/B/ST2/02559, „Diamentowy Grant” (DI2016 014846) Ministerstwa Edukacji i Nauki, grant Office of Naval Research (USA) o numerze N62909-19-1-2127 oraz przez projekt MAB/2018/4 „Optyczne Technologie Kwantowe” działający w ramach programu Międzynarodowe Agendy Badawcze Fundacji na rzecz Nauki Polskiej (FNP) współfinansowanego ze środków UE pochodzących z Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego w ramach Programu Operacyjnego Inteligentny Rozwój. Autor rozprawy, Mateusz Mazelanik był również wspierany przez FNP w ramach stypendium START.

Spis treści

I	Wprowadzenie	1
1	Tematyka i struktura pracy	3
1.1	Motywacja	3
1.2	Cel pracy	4
1.3	Struktura pracy	5
1.4	Wkład pracy	7
1.5	Lista publikacji	9
2	Wstęp teoretyczny	11
2.1	Propagacja światła przez ośrodek	11
2.2	Atom trypoziomowy	13
2.3	Operator gęstości i jego ewolucja	15
2.4	Sprężone równania światło-atomy	19
3	Układ eksperymentalny	21
3.1	Pułapka magnetooptyczna	21
3.2	Pole magnetyczne	21
3.2.1	Przełączalny gradient pola magnetycznego	23
3.2.2	Stabilizacja pola magnetycznego	23
3.3	Układ laserowy	25
3.3.1	Układ generacji wstęgi bocznej	28
3.4	Kontrola sekwencji i sprzężenie zwrotne	28
3.5	Układ modulatora acS	29
3.6	Układ filtrujący	30
3.7	Kamera I-sCMOS czuła na pojedyncze fotony	31
3.8	Wybór przejść optycznych	32
II	Wielomodowy generator stanów Bella	35
4	Polaryzacyjne stany Bella w wielu modach	37
4.1	Generowanie splątanych par fotonów	38
4.1.1	Kwantyzacja pola elektromagnetycznego	38
4.1.2	Operator fal spinowych	39
4.1.3	Zapis i odczyt pamięci	40
4.1.4	Liczba modów	42
4.1.5	Realizacja eksperymentalna	43
4.1.6	Korelacja krzyżowa drugiego rzędu	43
4.1.7	Nierówności Bella	45
4.1.8	Konwersja do polaryzacyjnych stanów Bella	49

5	Charakteryzacja wytwarzanych stanów Bella	53
5.1	Pomiar stanów Bella	53
5.1.1	Parametr Bella S	55
5.1.2	Widzialność w BSM	55
5.1.3	Korelacje w przestrzeni wektorów falowych	56
5.2	Eksperymentalny BSM	57
5.3	BSM z pamięcią	61
5.3.1	Dekoherencja fal spinowych	61
5.3.2	Model widzialności	61
5.3.3	Szum odczytu zależny od czasu	63
5.3.4	Mapy widzialności BSM	63
5.3.5	Widzialność uśredniona	65
5.3.6	Zależność przestrzenna zaniku	66
5.4	Podsumowanie	66
6	Zastosowanie wielomodowego generatora stanów Bella w obrazowaniu jałowym	69
6.1	Wyniki	70
6.1.1	Test Bella dla czterech kombinacji baz	74
6.1.2	Test Bella na jednym obrazie	75
6.2	Ograniczenia widzialności	75
6.2.1	Szum i czystość par fotonów	76
6.2.2	Szerokość piku korelacji σ i jej wpływ na widzialność	78
6.2.3	Spadek widzialności spowodowany niedopasowaniem MZI δk	78
6.3	Podsumowanie	79
III	Pamięć gradientowa z przetwarzaniem	81
7	Pamięć gradientowa	83
7.1	Dopasowanie fazowe	83
7.2	Pamięć gradientowa	84
7.2.1	Wydajność pamięci	88
7.3	Modulacja fazy	89
7.3.1	Modulacja czasowa	89
7.3.2	Modulacja spektralna	90
8	Wąskopasmowe obrazowanie czasowe dalekiego pola	91
8.1	Funkcja Wignera	92
8.2	Obrazowanie czasowe dalekiego pola	92
8.3	Obrazowanie czasowe w pamięci gradientowej	93
8.4	Charakteryzacja czasowo-pasmowa	95
8.4.1	Rozdzielczość spektralna	98
8.4.2	Dyspersja opóźnienia grupowego	99
8.5	System filtrujący i charakterystyka szumu	99
8.6	Podsumowanie	100
9	Protokół nadrozdzielczej spektroskopii	103
9.1	Rozdzielczość według teorii informacji	104
9.2	Protokół spektroskopii nadrozdzielczej	108
9.3	Protokół PuDTAI	112
9.3.1	Model interferometru i kalibracja	116
9.3.2	Estymacja	122

9.4 Podsumowanie	125
10 Trójwymiarowe obrazowanie spójności atomowej	129
10.1 Protokół	130
10.2 Wyniki	131
10.3 Podsumowanie	138
IV Zakończenie	139
11 Podsumowanie i perspektywy	141
Bibliografia	147

Część I

Wprowadzenie

Rozdział 1

Tematyka i struktura pracy

1.1 Motywacja

Żyjemy w czasach, w których kwantowa natura świata wychodzi z laboratoriów na ulice i zaczyna być częścią naszego codziennego życia. Słowo „quantum” pojawia się dzisiaj nie tylko w artykułach naukowych, książkach czy portalach i magazynach popularnonaukowych, ale także w nazwach urządzeń elektronicznych, odzieży czy nawet specyfików medycznych. Trend ten, aczkolwiek niepokojący, w większości będący działaniem marketingowym i często mylący ma podłoże w gwałtownym rozwoju badań nad wykorzystaniem mechaniki kwantowej w urządzeniach dostępnych dla ogółu społeczeństwa. Wśród urządzeń okraszonych mianem „quantum” są takie, które naprawdę wykorzystują osiągnięcia mechaniki kwantowej. Weźmy na przykład najnowsze telewizory wykorzystujące kropki kwantowe jako elementy ekranów. Znaczna część takich urządzeń, lecz nie znanych jako „quantum” jest już z nami od dawna. Każdy z nas ma bowiem smartfona z systemem lokalizacji GPS, który wykorzystuje zegary atomowe do bardzo precyzyjnego określania położenia na Ziemi. Inny przykład to obrazowanie metodą rezonansu magnetycznego (MRI) wykorzystujące pole magnetyczne i promieniowanie radiowe do kontroli i pomiaru spinów jąder wodoru obecnych w żywych organizmach w postaci cząsteczek wody. Nie wspominając o wszechobecnych laserach, które dzięki rozwojowi fizyki ciała stałego w niektórych aplikacjach mają już rozmiar poniżej milimetra. W laboratoriach rozwój technologii umożliwia nam dziś na kontrolę układów kwantowych, o jakiej marzyli twórcy mechaniki kwantowej. Potrafimy kontrolować pojedyncze jony [Ste⁺14] oraz atomy i ustawiać je w trójwymiarowe struktury [Wan⁺15]. Potrafimy kontrolować ich stan oraz oddziaływanie między nimi. W ostatnich latach zademonstrowano symulatory kwantowe wykorzystujące atomy rydbergowskie w takich strukturach [Ber⁺17]. Postępy w fizyce ciała stałego pozwalają na konstrukcję bezwymiarowych struktur kwantowych stanowiących sztuczne atomy, których właściwości i wewnętrzny mogą być elektrycznie kontrolowane i programowane [Shl⁺21; Tao⁺20]. Potrafimy też mierzyć i kontrolować pojedyncze spiny umieszczone na powierzchniach ciała stałego z użyciem mikroskopowych układów mechanicznych o ogromnej precyzji [Wil⁺21; Hei⁺21]. Rozwój optomechaniki pozwala nam chłodzić mikro oscylatory mechaniczne do stanu podstawowego [Cha⁺11], co może otworzyć drogę do testowania grawitacyjnych efektów kwantowych [Wes⁺21]. Potrafimy budować i kontrolować układy elektroniczne, w których obserwujemy stany kwantowe pojedynczych nośników ładunku — qubity nadprzewodzące będące jedną z platform, na jakiej próbuje zbudować się komputer kwantowy [Aru⁺19]. Rozwój optyki kwantowej pozwala nam na budowanie układów interferometrycznych, których numeryczne symulowanie przerasta możliwości dostępnych komputerów kla-

sycznych [Zho⁺20]. Miniaturyzacja urządzeń laboratoryjnych pozwoliła na komercjalizację bardzo czułych sensorów grawitacji i pól elektromagnetycznych wykorzystujących atomy kontrolowane wiązkami laserowymi. Wreszcie, idea dalekodystansowej komunikacji z bezpieczeństwem gwarantowanym przez prawa mechaniki doczekała się pierwszych praktycznych implementacji [IDQ], wliczając w to demonstrację komunikacji satelitarnej [Yin⁺17b; Yin⁺17a].

Tematykę niniejszej pracy jest rozwój pamięci kwantowej — urządzenia zdolnego przechować stan kwantowy (wprowadzony z zewnątrz lub wygenerowany wewnątrz pamięci) i następnie na żądanie go odtworzyć. Istnieje wiele implementacji takiego urządzenia, z czego dwie najbardziej popularne platformy to ciała stałe i gazy atomowe. Idea pamięci kwantowej wywodzi się z problemu komunikacji kwantowej na duże odległości. Pamięć kwantowa została zaproponowana jako element urządzenia — kwantowego powtarzacza — pozwalającego podzielić długie łącze kwantowe na krótkie odcinki, na których znacznie łatwiej nawiązać połączenie. Komunikacja w takim kontekście odbywa się w ramach protokołu Artura Ekerta [Eke92] bazującego na dystrybucji splątanych cząstek, a dokładniej fotonów. Pamięć kwantowa ma zatem umożliwić przechowanie jednego fotonu ze splątanej pary. Każdy odcinek łącza posiada więc dwie pamięci, po jednej na każdym końcu. Połączeniem nazywamy więc udany zapis obu fotonów do obu pamięci kwantowych. Gdy wszystkie odcinki łącza zostaną połączone, sąsiednie odcinki uwalniają swoje fotony i dokonują ich interferencji — następuje teleportacja splątania na coraz większą (z każdą połączoną parą odcinków) odległość. Schemat wykorzystania par atomów jako połączenia pamięci i generatora splątanych fotonów do dystrybucji splątania na duże odległości od nazwisk pierwszych autorów nazywany jest protokołem DLCZ [Dua⁺01]. Schemat ten stanowi główną motywację rozwoju atomowych pamięci kwantowych, w szczególności pamięci opisywanej w tej pracy. Po pierwszych demonstracjach protokołu DLCZ pojawiły się rozszerzenia tego schematu i nowe rodzaje pamięci bazujące na ciepłych i zimnych gazach atomowych, wykorzystujące przestrzenny stopień swobody do przechowywania wielu wzbudzeń — pamięci wielomodowe. Kiedy wykorzystanie poprzecznych stopni swobody wydaje się rozwiązaniem oczywistym (duży zespół atomów może zostać podzielony na wiele małych zespołów w kierunkach prostopadłych do osi propagacji przechowywanych fotonów), wykorzystanie stopnia podłużnego do przechowywania zlokalizowanych w czasie lub częstości fotonów stanowi znaczne rozszerzenie możliwości pamięci. Koronnym przykładem takiego rozwiązania jest pamięć echo-gradientowa¹ (Gradient Echo Memory, GEM)[Hét⁺08], która poprzez niejednorodne poszerzenie linii absorpcyjnych atomów umożliwia generację i przechowywanie fotonów w wielu modach czasowych lub spektralnych. Pamięć taka umożliwia też prostą manipulację przechowywanych stanów polegająca na dowolnym przeseregowaniu ich kolejności odtwarzania w momencie odczytu [Hos⁺09]. Wraz z rozwojem pamięci kwantowych pojawiły się też ich nowe zastosowania [Hes⁺16]. Zaproponowano je jako narzędzie do synchronizacji wyników obliczeń komputerów kwantowych (w szczególności optycznych)[LST09; Kok⁺07], mogą one wspomagać metrologię kwantową [Zai⁺16] czy umożliwić powstanie sieci sensorów [GJC12; Kóm⁺14] poprawiając rozdzielczość i dokładność pomiarów. Wreszcie, znajdują one zastosowanie w przetwarzaniu informacji kwantowej i klasycznej [Hes⁺16].

1.2 Cel pracy

Niniejsza praca skupia się na rozwoju wielomodowej pamięci kwantowej opartej o chłodzone laserowo atomy rubidu-87 pod kątem generacji i przetwarzania kwantowych stanów światła z zastosowaniem w komunikacji kwantowej oraz metrologii.

¹W dalszej części pracy nazywana po prostu pamięcią gradientową.

Pierwszym problemem, jaki podejmuje praca jest wytwarzanie splątanych polaryzacyjnie fotonów (dwufotonowe stany Bella) w wielu modach (kierunkach) przestrzennych. Generacja takich stanów oparta na pamięci kwantowej pozwala opóźnić emisję jednego z fotonów o kontrolowany czas τ . Jak zaznaczono w powyższym wstępie, jest to szczególnie istotne w zagadnieniu komunikacji kwantowej, gdzie sieć zbudowana z wielu takich urządzeń może znacznie przyspieszyć wytwarzanie splątania na dużych odległościach. Podstawowe pytania stawiane w pracy to jakość generowanych stanów, liczba modów przestrzennych (niezależnych kierunków, w które mogą być emitowane fotony) oraz maksymalna wartość czasu przechowywania τ , która może zależeć od konkretnego kierunku emisji.

Drugim problemem podjętym w pracy jest zastosowanie protokołu pamięci gradientowej w połączeniu z programowalną modulacją fazy przechowywanych w pamięci stanów do przetwarzania optycznych stanów światła. Pamięć gradientowa umożliwia mapowanie osi czasu danego impulsu optycznego na przestrzenny stopień swobody stanu atomów. Dzięki temu możliwe jest „zatrzymanie” impulsu światła i zmodyfikowanie go. Badany w pracy problem dotyczy zbioru modyfikacji pozwalających na precyzyjne pomiary spektroskopowe oraz manipulacje spektralno-czasowe zapisanego w pamięci światła. Podjęty jest też problem realizacji protokołu spektroskopii nadrozdzielczej, stanowiący optymalny w sensie mechaniki kwantowej pomiar różnicy częstości dwóch linii spektralnych. Badany jest także problem odwrotny — inspekcja stanu atomów za pomocą analizy emitowanego z pamięci światła — pozwalający np. na przestrzennie rozdzielcze pomiary pól magnetycznych i elektrycznych modyfikujących strukturę energetyczną atomów.

1.3 Struktura pracy

Praca podzielona jest na cztery części, z czego pierwsza stanowi ogólny wstęp do dziedziny wraz z wprowadzeniem teoretycznym i opisem układu eksperymentalnego. Dwie następne części zawierają oryginalne wyniki naukowe podzielone na kilka rozdziałów. Pierwszy z rozdziałów każdej części stanowi wprowadzenie do podejmowanego w danej części problemu. Wyniki przedstawione w pozostałych rozdziałach danej części opublikowane zostały w postaci artykułów naukowych.

Część II dotyczy zastosowania układu pamięci kwantowej do generacji polaryzacyjnie splątanych stanów dwufotonowych w wielu modach przestrzennych.

Rozdział 4 stanowi wprowadzenie do sposobu wywarzania i pomiaru polaryzacyjnie splątanych par fotonów. Rozdział otwiera rozszerzenie wstępu teoretycznego z pierwszej części pracy w kontekście generacji kwantowych stanów światła i ich charakteryzacji. Następnie przedstawiam krótką dyskusję pochodzenia nierówności Bella oraz identyfikuje dwa podstawowe schematy weryfikacji wytwarzania polaryzacyjnych stanów Bella. W rozdziale znajduje się też opis części układu doświadczalnego pozwalającej na konwersję generowanych w pamięci stanów typu EPR na polaryzacyjne stany Bella w wielu modach kątowych.

Rozdział 5 opisuje charakteryzację opartego o pamięć kwantową generatora polaryzacyjnych stanów Bella w wielu modach kątowych. W rozdziale opisane zostały szczegółowe metody analizy wyników kolejnych doświadczeń oraz ich wyniki. Charakteryzacja generatora obejmowała zbadanie osiągalnego czasu przechowywania jednego fotonu ze splątanej pary, obecności szumu oraz ilości dostępnych modów kątowych. Rozdział kończy krótkie podsumowanie możliwości zaprezentowanego generatora.

Rozdział 6 zaprezentowana jest metoda fazoczułego obrazowania jałowego wykorzystującego pamięć kwantową zamiast linii opóźniającej. Metoda ta jest następnie wykorzy-

stana do demonstracji korelacji bellowskich w czasie rzeczywistym. Analiza rozszerza charakteryzację generatora z poprzedniego rozdziału o bezpośredni pomiar szumu we wszystkich dostępnych modach na raz. Rozdział kończy krótka dyskusja możliwych zastosowań metody.

Część III dotyczy implementacji pamięci gradientowej z przetwarzaniem.

Rozdział 7 rozszerza wstęp teoretyczny części 2 o opis pamięci gradientowej. Wprowadzone zostają podstawowe cechy takiej pamięci i dyskusja ich zastosowań. Rozdział zawiera też rozszerzenie opisu układu doświadczalnego o szczegóły implementacji pamięci tego typu.

Rozdział 8 wprowadza metodę obrazowania czasowego wraz z opisem jej konkretnej implementacji w układzie pamięci gradientowej. W dalszej części zademonstrowana zostaje implementacja protokołu obrazowania czasowego dalekiego pola dla przykładowych sygnałów wejściowych. Rozdział kończy się szczegółową analizą możliwości układu i porównaniem z innymi rozwiązaniami tego typu.

Rozdział 9 opisuje rozszerzenie metody pomiaru widma impulsów światła z poprzedniego rozdziału, pozwalające na nadrozdzielczy pomiar separacji dwóch linii spektralnych. Rozdział zawiera wstęp do problemu obrazowania nadrozdzielczego w kontekście teorii informacji i pomiaru. Następnie przedstawiony jest szczegółowy opis spektroskopii nadrozdzielczej z wykorzystaniem pamięci gradientowej i jego demonstracja w doświadczeniu. W podsumowaniu uzyskane wyniki porównywane są z innymi metodami spektroskopowymi.

Rozdział 10 przedstawia tomograficzną metodę pomiaru spójności atomowej przechowywanej w pamięci. Rozdział otwiera teoretyczny opis metody bazujący na modelu ze wstępu teoretycznego. Metoda opiera się na przestrzennie rozdzielczym pomiarze heterodynowym emitowanego z pamięci światła. W rozdziale przedstawione są przykładowe obrazy wytworzonej w pamięci spójności wraz z demonstracją czułości na pola magnetyczne. Rozdział kończy dyskusja ograniczeń metody wraz z propozycją potencjalnych zastosowań w metrologii.

Ostatnia część pracy zawiera jeden rozdział podsumowujący przedstawione wyniki i rysuje możliwe perspektywy rozwoju układu pamięci.

1.4 Wkład pracy

Wyniki przedstawione w niniejszej rozprawie są efektem pracy całego zespołu Laboratorium Pamięci Kwantowych, którego ówcześni członkowie to Wojciech Wasilewski (WW), Michał Parniak (MP), Adam Leszczyński (AL), Michał Lipka (ML), Andrzej Ostasiuk (AO), Krzysztof Zdanowski (KZ) i autor rozprawy Mateusz Mazelanik (MM). Wkład poszczególnych osób w budowę układu pamięci, począwszy do konstrukcji pułapki magnetooptrycznej został szczegółowo opisany w pracy [Par19]. Poniżej przedstawiam wkład pracy powyższych osób w części układu pamięci istotne dla tej rozprawy.

System kontroli sekwencji eksperymentu oryginalnie zaprojektowany przez WW został zmodyfikowany przez MM i MP w celu umożliwienia sprzężenia zwrotnego, pierwszy raz użytego w pracy [Par⁺19]. System został następnie rozwinięty o serwer zdalnej kontroli napisany w języku Python przez WW z pomocą MM. MM za sugestią MP zapoczątkował używanie systemu *RedPitaya* z oprogramowaniem *PyRPL* do zbierania danych eksperymentalnych. MM przystosował oprogramowanie *PyRPL* do zautomatyzowanych pomiarów wykorzystujących serwer zdalnej kontroli wspomniany powyżej. Do pomiarów z liczeniem fotonów za pomocą SPCM wykorzystywany był początkowo timetagger zaprogramowany przez MM na układzie *MyRIO*, a później timetagger będący częścią systemu kontroli sekwencji, napisany przez MM i MP. MM następnie zmodyfikował go w celu umożliwienia zautomatyzowanego zbierania danych ze sprzężeniem zwrotnym i zdalnego podglądu. MM zmodyfikował też system kontroli układów DDS w celu umożliwienia generacji impulsów o zmiennej w czasie amplitudzie i fazie. AL następnie zintegrował zmodyfikowaną część z resztą systemu sterowania sekwencją. System ten później został dodatkowo rozszerzony przez MM o generator arbitralnych przebiegów oparty na układzie *RedPitaya*.

MM wraz z MP zbudowali i przetestowali pierwszy testowy układ przełączalnego gradientu pola magnetycznego, wliczając w to cewki i przełącznik. Przełącznik został później preprojektowany przez MM i zamocowany na stałe w układzie. Zainstalowane zostały też nowe cewki wykonane wspólnie przez MM, MP i AL. Interferometry do układu generatora stanów Bella zostały zaprojektowane przez WW i wykonane przez AO z pomocą MM. MM, AL, i ML umieścili interferometry w układzie i dokonali ich kalibracji. AL, KZ i MM zbudowali i oprogramowali nową wersję układu do kształtowania wiązki acS. Nowy układ optyczny tego układu został zaprojektowany w środowisku *Zemax* przez KZ pod nadzorem MM. Układ generacji wstęgi bocznej na 6.8 GHz został oryginalnie zbudowany przez ML, a później rozszerzony i przystosowany do aktualnych potrzeb przez MM, AL i MP.

Idea wytwarzania stanów Bella w pamięci została opracowana przez MP, MM i ML. MM i AL z pomocą ML i MP skalibrowali układ, napisali szereg programów do automatycznym pomiarów i dokonali właściwych pomiarów opisanych w rozdziale 5. MM dokonał wstępnej analizy danych, która została później rozszerzona przez ML z pomocą MM i MP. ML z pomocą MM i MP opracował też modele teoretyczne opisujące zebrane dane. MP z WW koordynowali pracę nad projektem.

MM za sugestią MP opracował schemat obrazowania jałowego z użyciem pamięci z rozdziału 6. MM wraz z AL i MP przystosowali układ do pomiarów i dokonali jego optymalizacji. Dane eksperymentalne zostały zebrane przez MM i AL z pomocą MP oraz opracowane przez MM z pomocą MP. MM opracował też teorię do tego eksperymentu i opisał uzyskane wyniki we współpracy z MP. MP koordynował projekt.

Sposób implementacji obrazowania czasowego w pamięci gradientowej za sugestią WW opracowali MM i MP. MM i AL przystosowali układ do pomiarów, opracowali teorię i na jej podstawie zaprogramowali odpowiednie sekwencje. MM i AL wykonali też pomiary

i podzielili się ich analizą. AL z pomocą MM wykonał numeryczne symulacje zaimplementowanego protokołu. Wyniki przedstawione w rozdziale 8 opisane zostały przez AL i MM z pomocą MP oraz ML.

Pomysł na realizację protokołu nadrozdzielczej spektroskopii w pamięci kwantowej jest autorstwa MP i MM. MM z pomocą MP opracował protokół PuDTAI i dokonał jego numerycznej symulacji. Protokół zaimplementowali i skalibrowali MM i AL. Wstępne pomiary eksperymentalne zostały wykonane przez MM i AL, a później pod nieobecność MM przez AL i MP. MM z pomocą AL następnie dokonali ostatecznych pomiarów, których wyniki opracował MM. MM jest też autorem modelu teoretycznego opisanego w rozdziale 9.

Protokół trójwymiarowej tomografii spójności atomowej z rozdziału 10 opracowany został przez MM, AL, MP z pomocą WW. MM i AL dostosowali układ pamięci do pomiarów rozszerzając go o przestrzennie rozdzielczą detekcję heterodynową. MM zidentyfikował sposób konfiguracji kamery sCMOS umożliwiający spójne uśrednianie serii klatek, a MP zaimplementował go w programie obsługującym kamerę. MM napisał oprogramowanie do uśredniania klatek w czasie rzeczywistym. Analizy danych dokonali MM i AL oprogramowaniem przygotowanym przez MM.

1.5 Lista publikacji

Publikacje bezpośrednio związane z rozprawą

1. M. Lipka*, M. Mazelanik*, A. Leszczyński, W. Wasilewski, M. Parniak, *Massively-Multiplexed Generation of Bell-Type Entanglement Using a Quantum Memory*, *Communications Physics* 4, 46 (2021),
2. M. Mazelanik, A. Leszczyński, M. Lipka, W. Wasilewski, M. Parniak, *Real-time ghost imaging of Bell-nonlocal entanglement between a photon and a quantum memory*, *Quantum* 5, 493 (2021),
3. M. Mazelanik*, A. Leszczyński*, M. Lipka, M. Parniak, W. Wasilewski, *Temporal imaging for ultra-narrowband few-photon states of light*, *Optica* 7, 3, 203-208 (2020),
4. M. Mazelanik, A. Leszczyński, M. Parniak, *Optical-domain spectral super-resolution via a quantum-memory-based time-frequency processor*, *Nature Communications* 13, 691 (2022),

Publikacje powiązane z tematem rozprawy

1. M. Lipka, M. Mazelanik, M. Parniak, *Entanglement distribution with wavevector-multiplexed quantum memory*, *New Journal of Physics* 23, 053012 (2021),
2. M. Mazelanik*, M. Parniak*, A. Leszczyński, M. Lipka, W. Wasilewski, *Coherent spin-wave processor of stored optical pulses*, *npj Quantum Information* 5, 22 (2019),
3. M. Lipka, A. Leszczyński, M. Mazelanik, M. Parniak, W. Wasilewski, *Spatial spin-wave modulator for quantum memory assisted adaptive measurements*, *Physical Review Applied* 11, 034049 (2019),
4. M. Parniak*, M. Mazelanik*, A. Leszczyński, M. Lipka, M. Dąbrowski, W. Wasilewski, *Multidimensional quantum optics of spin waves through ac-Stark modulation*, *Physical Review Letters* 122, 063604 (2019),
5. M. Dąbrowski, M. Mazelanik, M. Parniak, A. Leszczyński, M. Lipka, W. Wasilewski, *Certification of high-dimensional entanglement and Einstein-Podolsky-Rosen steering with cold atomic quantum memory*, *Physical Review A* 98, 042126 (2018),
6. Leszczyński, M. Mazelanik, M. Lipka, M. Parniak, M. Dąbrowski, W. Wasilewski, *Spatially-resolved control of fictitious magnetic fields in cold atomic ensemble*, *Optics Letters* 43, 1147-1150 (2018),
7. M. Parniak, M. Dąbrowski, M. Mazelanik, A. Leszczyński, M. Lipka, W. Wasilewski, *Wavevector multiplexed quantum memory as a universal platform for quantum state preparation*, *Nature Communications* 8, 2140 (2017),

Pozostałe publikacje

1. S. Borówka, U. Pylypenko, M. Mazelanik, M. Parniak, *Sensitivity of Rydberg-atom receiver to frequency and amplitude modulation of microwaves*, arXiv:2206.11829,

Znak * oznacza równy wkład autorski.

2. F. Albarelli, **M. Mazelanik**, M. Lipka, A. Streltsov, M. Parniak, R. Demkowicz-Dobrzański, *Quantum Asymmetry and Noisy Multimode Interferometry*, Physical Review Letters 128, 240504, (2022),
3. **M. Mazelanik**, A. Leszczyński, M. Lipka, W. Wasilewski, M. Parniak, *Superradiant parametric conversion of spin waves*, Physical Review A 100, 053850 (2019),
4. **M. Mazelanik**, M. Dąbrowski and W. Wasilewski, *Correlation steering in the angularly multimode Raman atomic memory*, Optics Express 24, 21995 (2016).

Patenty

1. **P.434142**: *Układ do generowania splątanych polaryzacyjnie par fotonów wielomodowej pamięci kwantowej do regeneracji sygnału kwantowego na odległość*; WOJCIECH WASILEWSKI, MICHAŁ LIPKA, **MATEUSZ MAZELANIK**, ADAM LESZCZYŃSKI, ANDRZEJ OSTASIUK, KRZYSZTOF ZDANOWSKI, MICHAŁ PARNIAK-NIEDOJADŁO; 2022-06-01
2. **P.430266**: *Sposób kalibracji wzmacniacza obrazu w celu redukcji sygnałów przestuchu na wejściu do układu mikrokanalikowego oraz zestaw do kalibracji wzmacniacza obrazu*; WOJCIECH WASILEWSKI, MICHAŁ LIPKA, **MATEUSZ MAZELANIK**, MICHAŁ PARNIAK-NIEDOJADŁO; 2020-02-19

Rozdział 2

Wstęp teoretyczny

Centralnym problemem, wokół którego koncentruje się ta praca, jest inżynieria oddziaływania światła z gęstym ośrodkiem atomowym. Podstawowym narzędziem w takiej inżynierii jest matematyczny opis propagacji światła, ewolucji atomów oraz mechanizmu ich współoddziaływania prowadzącego do zamierzonego efektu. Opis ten powinien być stosunkowo prosty i łatwy do interpretacji, ale jednocześnie powinien obejmować wszystkie kluczowe aspekty oddziaływania światło-materia i pozwalać na ich jakościową i ilościową weryfikację eksperymentalną. Konstrukcję takiego opisu uzyskuje się, rozważając oba składniki — światło i atomy — osobno, upraszczając możliwie ich opis, a następnie łącząc je w postaci sprzężonych równań dających pełny obraz zjawiska.

2.1 Propagacja światła przez ośrodek

Ewolucję światła propagującego się przez ośrodek materialny w reżimie klasycznym opisuje niejednorodne równanie falowe na pole elektryczne z członem źródłowym:

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

gdzie Δ to operator Laplace'a, c oznacza prędkość światła w próżni, a ϵ_0 przenikalność elektryczną próżni. Oddziaływanie ośrodka na propagującą się przez niego falę elektromagnetyczną charakteryzuje jego polaryzacja \mathbf{P} , którą możemy podzielić na część liniową (w polu elektrycznym) i nieliniową:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}^L + \mathbf{P}^{NL}, \quad (2.2)$$

gdzie część liniową możemy zapisać używając podatności elektrycznej ośrodka χ jako:

$$\mathbf{P}^L = \epsilon_0 \chi \mathbf{E}. \quad (2.3)$$

Równanie falowe (2.1) przyjmuje wtedy podręcznikową postać:

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \frac{1 + \chi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{NL}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}. \quad (2.4)$$

Przy braku nieliniowej części polaryzacji, co ma miejsce w większości sytuacji, w których słabe światło propaguje się przez ośrodek dielektryczny, podstawowym rozwiązaniem

równania (2.4) są fale płaskie w postaci¹:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \mathcal{A} e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - i\omega_0 t} + \text{c.c.}, \quad (2.5)$$

z zespoloną amplitudą \mathcal{A} oraz częstością przestrzenną $k_0 = |\mathbf{k}_0|$ i czasową ω_0 powiązanymi przez związek dyspersyjny:

$$k_0^2 = (1 + \chi)\omega_0^2/c^2. \quad (2.6)$$

Dla ustalenia uwagi wybierzmy \mathbf{k}_0 wzdłuż osi z : $\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} = k_0 z$ i zidentyfikujmy współczynnik załamania $n = \sqrt{1 + \chi}$. Złożenie wielu takich fal, o częstościach $\omega_0 + \omega$ skoncentrowanych wokół ω_0 z amplitudami $\tilde{\mathcal{A}}(\omega)$ daje nam rozwiązanie w postaci propagującego się impulsu:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \int d\omega \tilde{\mathcal{A}}(\omega) e^{i\frac{n(\omega_0 + \omega)}{c} z - i(\omega_0 + \omega)t} + \text{c.c.} \quad (2.7)$$

$$= \frac{1}{2} \mathcal{A}(t - \frac{k_0}{\omega_0} z) e^{ik_0 z - i\omega_0 t} + \text{c.c.}, \quad (2.8)$$

gdzie zmienna w czasie amplituda $\mathcal{A}(t)$ jest transformacją Fouriera amplitudy spektralnej $\tilde{\mathcal{A}}(\omega)$. Argument amplitudy czasowej w postaci $t - nz/c$ sugeruje przejście do układu odniesienia poruszającego się w czasie wraz z impulsem, w którym zostaniemy już do końca rozdziału:

$$t \rightarrow t + \frac{k_0}{\omega_0} z \quad (2.9)$$

$$z \rightarrow z. \quad (2.10)$$

Zapiszmy teraz nieliniową część polaryzacji w sposób analogiczny do (2.8) i nadajmy obu polom kształty przestrzenne. W nowych współrzędnych mamy:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \mathcal{A}(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega_0 t} + \text{c.c.}, \quad (2.11)$$

$$\mathbf{P}^{NL}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \mathcal{P}^{NL}(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega_0 t} + \text{c.c.} \quad (2.12)$$

Jeśli założymy teraz, że obwiednie \mathcal{A} , \mathcal{P}^{NL} zmieniają się powoli w porównaniu z szybkością oscylacji pola elektrycznego w czasie i przestrzeni:

$$\left| \frac{\partial \mathcal{P}^{NL}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \right| \ll \omega_0 \left| \mathcal{P}^{NL}(\mathbf{r}, t) \right| \quad (2.13)$$

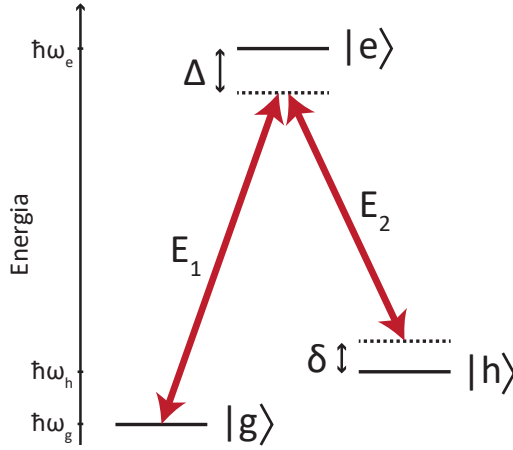
$$\left| \frac{\partial \mathcal{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \right| \ll \omega_0 \left| \mathcal{A}(\mathbf{r}, t) \right| \quad (2.14)$$

$$\left| \frac{\partial \mathcal{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial z} \right| \ll k_0 \left| \mathcal{A}(\mathbf{r}, t) \right| \quad (2.15)$$

to równanie (2.4) możemy przybliżyć postacią znaną jako przybliżenie wolnozmiennego obwiedni:

$$\Delta_{\perp} \mathcal{A}(\mathbf{r}, t) + 2ik_0 \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{A}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\omega_0^2}{\epsilon_0 c^2} \mathcal{P}^{NL}(\mathbf{r}, t), \quad (2.16)$$

¹c.c. oznacza sprzężenie zespolone (complex conjugate)



Rysunek 2.1: Atom trzypoziomowy sprzężony dwoma polami E_1 i E_2 . Δ - odstrojenie jednofotonowe, δ - odstrojenie dwufotonowe.

gdzie $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ to część operatora Laplace'a prostopadła do kierunku propagacji opisująca dyfrakcję światła. Zauważmy, że rozwiązaniem równania (2.16) dla $\mathcal{P}^{NL} = 0$ są fale płaskie w postaci:

$$\mathcal{A}(\mathbf{r}, t) = \mathcal{A}_0 e^{ik_x x + ik_y y - i \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k_0} z}, \quad (2.17)$$

gdzie wyrażenie $\frac{k_x^2 + k_y^2}{2k_0} \simeq k_0 - k_z$ opisuje skrócenie komponentu k_z wektora falowego wzdłuż osi propagacji z względem jego pełnej długości dla fali płaskiej k_0 , wynikające z niezerowych komponentów poprzecznych k_x, k_y . Wyrażenie to jest poprawne tylko dla $k_x, k_y \ll k_0$, co oczywiście ma miejsce w większości przypadków eksperymentalnych, w których interesujące nas pola optyczne występują w postaci skolimowanych wiązek laserowych. Są jednak przypadki, w których takie przybliżenie jest niewystarczające. Okazuje się, że równanie (2.16) można poprawić transformując je do przestrzeni fourierowskiej we współrzędnych prostopadłych $\perp = (x, y)$ i zastępując przybliżony człon reprezentujący różnicę $k_0 - k_z$ postacią nieprzybliżoną $k_0 - k_z = k_0 - \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2}$. Otrzymujemy wtedy ulepszone równanie (2.16) wyrażone w poprzecznych współrzędnych fourierowskich²:

$$\left(\left(k_0 - \sqrt{k_0^2 - k_{\perp}^2} \right) - i \frac{\partial}{\partial z} \right) \mathcal{A}(\mathbf{k}_{\perp}, z, t) = \frac{\omega_0^2}{2ik_0 \epsilon_0 c^2} \mathcal{P}^{NL}(\mathbf{k}_{\perp}, z, t). \quad (2.18)$$

2.2 Atom trzypoziomowy

Równanie (2.16) pozwala na przewidywanie absorpcji i generacji światła w aktywnym optycznie ośrodku. Aby takie przewidywanie było możliwe, potrzebna jest jawna postać polaryzacji \mathcal{P} oraz jej ewolucji wywoływanej propagującym się przez ośrodek światłem. Podstawowym modelem wpływu światła na neutralne atomy rubidu-87 wykorzystywanym w tej pracy jest trójpoziomowy układ Λ przedstawiony na rysunku 2.1. Dwa dolne poziomy oznaczone jako $|g\rangle$ i $|h\rangle$ reprezentują dwa wybrane poziomy z multipletu stanu podstawowego rubidu-87. Jednofotonowe przejścia elektryczne między tymi stanami są

²Formalnie, równanie (2.18) uzyskuje się z jednokierunkowego równania propagacji impulsu (Unidirectional Pulse Propagation Equation, UPPE) [Cou⁺11] dodając do niego przybliżenie wolnozmienniej obwiedni.

zabronione, co w połączeniu z bardzo małą separacją energetyczną (około 6.8 GHz) powoduje, że czas życia spójności między tymi stanami jest bardzo długi i ograniczony właściwie środowiskiem, w jakim atom się znajduje. Stany te stanowią więc bardzo dobry nośnik informacji kwantowej — qubit — i powszechnie wykorzystywane są w pamięciach kwantowych. Stan wzbudzony oznaczony jako $|e\rangle$ pozwala sprzęgać ze sobą stany $|g\rangle$ i $|h\rangle$ przy pomocy dwóch pól optycznych, które oznaczymy \mathbf{E}_1 oraz \mathbf{E}_2 . Pola te pozwalają na wywoływanie przejść dwufotonowych $|g\rangle \leftrightarrow |h\rangle$ prowadzących do wytworzenia spójności między stanami $|g\rangle$ i $|h\rangle$. Powstanie takiej spójności w zależności od początkowego stanu atomów wiąże się z absorpcją jednego z pól i wzmocnieniem drugiego. Co więcej, tak powstała spójność odzwierciedla relacje fazowe między polami \mathbf{E}_1 i \mathbf{E}_2 , a sam proces jej generacji jest odwracalny — pozwala to na zapisanie jednego z pól w atomach, a następnie jego późniejsze odtworzenie — uzyskujemy tytułowy efekt pamięci.

Wybierając bazę składająca się z trzech interesujących nas stanów $\{|g\rangle, |h\rangle, |e\rangle\}$ możemy zapisać swobodny hamiltonian atomu trójpoziomowego w układzie Λ :

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} \hbar\omega_g & 0 & 0 \\ 0 & \hbar\omega_h & 0 \\ 0 & 0 & \hbar\omega_e \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

z energiami poszczególnych stanów danymi przez $\langle i|\hat{H}_0|i\rangle = \hbar\omega_i$. Hamiltonian zadający ewolucję układu pod wpływem pól optycznych E_1 i E_2 zawiera dodatkowy człon odpowiedzialny za oddziaływanie³:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int}. \quad (2.20)$$

Zastosujemy teraz przybliżenie dipolowe, które zakłada, że rozmiar atomu jest znacznie mniejszy od długości fali światła, z którym oddziaływuje. W takim przypadku z punktu widzenia atomu pole elektryczne, w jakim się znajduje, nie ma żadnej struktury przestrzennej. Człon odpowiedzialny za oddziaływanie ma więc postać dipolową:

$$\hat{H}_{int} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\hat{\mathbf{d}} \cdot (\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t)), \quad (2.21)$$

z hermitowskim operatorem momentu dipolowego danym przez $\hat{\mathbf{d}} = e\hat{\mathbf{r}}$, który przy pomocy operatorów przejść $\hat{\sigma}_{i,j} = |i\rangle\langle j|$ i elementów macierzowych $\mathbf{d}_{i,j} = \langle i|\hat{\mathbf{d}}|j\rangle$ można zapisać w postaci:

$$\hat{\mathbf{d}} = \sum_{i,j} \hat{\sigma}_{i,j} \mathbf{d}_{i,j}. \quad (2.22)$$

Przyjmijmy teraz, że pola optyczne \mathbf{E}_1 i \mathbf{E}_2 są kwazi-monochromatyczne i sprzęgają ze sobą jedynie poziomy o różnicy energii bliskiej częstości optycznej danego pola. Stosując oznaczenia odstrojeń z rysunku 2.1 zakładamy, że zachodzi $|\delta|, |\Delta| \ll |\omega_1 - \omega_2|$. Warto też zauważyć, że dla odpowiednio wybranych stanów i ortogonalnych polaryzacji \mathbf{E}_1 i \mathbf{E}_2 brak oddziaływania można argumentować zerującym się momentem dipolowym na danych przejściach $\mathbf{d}_{g,e} \cdot \mathbf{E}_1 = \mathbf{d}_{h,e} \cdot \mathbf{E}_1 = 0$, co rzeczywiście ma miejsce w większości realizacji eksperymentalnych. Dla pól optycznych w postaci wolnozmienniej obwiedni z falą nośną:

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \mathcal{A}_i(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega_i t} + \text{c.c.}, \quad (2.23)$$

pełny hamiltonian układu w obrazie oddziaływania względem hamiltonianu $\hat{H}_{\mathcal{E}} = \hbar\omega_g \hat{\sigma}_{g,g} +$

³Światło tak jak poprzednio traktujemy tutaj klasycznie i nie uwzględniamy jego hamiltonianu w tym półklasycznym modelu.

$\hbar(\omega_2 - \omega_1 + \omega_g)\hat{\sigma}_{h,h} + \hbar(\omega_2 + \omega_g)\hat{\sigma}_{e,e}$ w przybliżeniu rotującej fali ⁴ ma postać:

$$\hat{H}_I = e^{i\hat{H}_E t/\hbar}(\hat{H} - \hat{H}_E)e^{-i\hat{H}_E t/\hbar} \underset{\text{RWA}}{\simeq} -\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Omega_1^* \\ 0 & 2\delta & \Omega_2^* \\ \Omega_1 & \Omega_2 & -2\Delta \end{pmatrix}, \quad (2.24)$$

gdzie odstrojenie dwufotonowe $\delta = \omega_g - \omega_h + \omega_1 - \omega_2$ oraz jednofotonowe $\Delta = \omega_e - \omega_g - \omega_1$ odpowiada oznaczeniom z rysunku 2.1, a $\Omega_i = \frac{\mathbf{d}_{e,l_i} \cdot \mathcal{A}_i(\mathbf{r}, t)}{\hbar}$ z $l_i = g, h$ to częstości Rabięgo odpowiadające za oddziaływanie dipolowe.

2.3 Operator gęstości i jego ewolucja

Hamiltonian (2.24) zadaje interesującą nas ewolucję izolowanego, niezaburzonego atomu wywołaną jedynie przyłożonymi przez nas zewnętrznymi polami optycznymi. W rzeczywistości atom znajduje w otoczeniu, z którym może oddziaływać, a efekty takie jak fluktuacje próżni prowadzą do emisji spontanicznej, która modyfikuje wyidealizowaną ewolucję generowaną przez \hat{H}_I . Ścisłe uwzględnienie tych wszystkich efektów wymaga rozszerzenia trójwymiarowej przestrzeni Hilberta atomu o (bardzo dużą) przestrzeń opisującą ewolucję otoczenia. Ponieważ jednak ewolucja otoczenia, z którym atomy nieuchronnie oddziałują, nas nie interesuje, można ją uwzględnić w opisie jednostronnie, wprowadzając operator gęstości $\hat{\rho}_S$ opisujący interesujący nas podukład atomowy S pełnego układu wraz z otoczeniem $S + E$, opisywanego przez funkcję falową $|\psi\rangle$. Dla bazy produktowej $\{|s\rangle_S \otimes |e\rangle_E\}$, gdzie $|s\rangle_S$ jest stanem podukładu S , a $|e\rangle_E$, otoczenia E możemy zapisać operator gęstości podukładu jako

$$\hat{\rho}_S = \text{Tr}_E[\hat{\rho}] = \sum_e \langle e|\hat{\rho}|e\rangle = \sum_{\{s,s'\}} \underbrace{\left(\sum_e Q_{s,e,s',e} \right)}_{Q_{s,s'}} |s\rangle_S \langle s'|, \quad (2.25)$$

gdzie $\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|$ jest operatorem gęstości układu i otoczenia. Od tego momentu, dla ułatwienia operator gęstości $\hat{\rho}_S$ oznaczać będą po prostu jako $\hat{\rho}$.

Ewolucja operatora gęstości Ewolucja interesującego nas podukładu S uwzględniająca oddziaływanie z otoczeniem E i indukowaną przez to dekoherencję opisuje równanie Master, które w diagonalnej formie Lindblada [BP02] ma postać:

$$\dot{\hat{\rho}} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}_S, \hat{\rho}] + \sum_i \gamma_i (\hat{R}_i \hat{\rho} \hat{R}_i^\dagger - \frac{1}{2}\{\hat{R}_i^\dagger \hat{R}_i, \hat{\rho}\}), \quad (2.26)$$

gdzie $[\cdot, \cdot]$ oznacza komutator, a $\{\cdot, \cdot\}$ antykomutator. Unitarną część ewolucji zadaje Hamiltonian \hat{H}_S . Za nieunitarną część (dekoherencję) odpowiedzialne są operatory Lindblada \hat{R}_i wraz ze stałymi zaniku $\gamma_i > 0$.

W przypadku atomu trzy poziomowego w układzie Λ unitarna część ewolucji uwzględniająca oddziaływanie z polami kontrolnymi zadana jest przez hamiltonian \hat{H}_I w postaci takiej jak w równaniu (2.24). Prowadzące do dekoherencji oddziaływanie z otoczeniem, do którego nie mamy dostępu można uwzględnić za pomocą czterech operatorów R_i . Emisję spontaniczną ze stanu wzbudzonego $|e\rangle$ opisują operatory przejść $\hat{R}_1 = \hat{\sigma}_{g,e}$ oraz $\hat{R}_2 = \hat{\sigma}_{h,e}$. Zanik spójności spowodowany utratą atomów z obszaru oddziaływania, zderzeniami z gazem resztkowym i ruchem atomów w niejednorodnym polu magnetycznym

⁴Rotating Wave Approximation, RWA

można uwzględnić operatorami $\hat{R}_3 = \hat{\sigma}_{g,h}\hat{\sigma}_{h,g} = \hat{\sigma}_{g,g}$ i $\hat{R}_4 = \hat{\sigma}_{h,g}\hat{\sigma}_{g,h} = \hat{\sigma}_{h,h}$. Wstawiając powyższe wyrażenia do równania (2.26) otrzymujemy równanie na ewolucję operatora gęstości atomu trzypoziomowego, które możemy zapisać w formie znanej z literatury [ABR10]:

$$\dot{\hat{\rho}} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}_I, \hat{\rho}] - \frac{1}{2}\{\hat{\Gamma}, \hat{\rho}\} + \hat{\Lambda}, \quad (2.27)$$

$$\hat{\Gamma} = \gamma_1\hat{\sigma}_{g,e} + \gamma_2\hat{\sigma}_{h,e} + \gamma_3\hat{\sigma}_{g,g} + \gamma_4\hat{\sigma}_{h,h}, \quad (2.28)$$

$$\hat{\Lambda} = (\gamma_3\varrho_{g,g} + \gamma_1\varrho_{e,e})\hat{\sigma}_{g,g} + (\gamma_4\varrho_{h,h} + \gamma_2\varrho_{e,e})\hat{\sigma}_{h,h}, \quad (2.29)$$

gdzie $\hat{\Gamma}$ nazywana jest operatorem relaksacji, a $\hat{\Lambda}$ odpowiada za repopulację gwarantując zachowanie śladu operatora gęstości $\text{Tr}[\hat{\rho}] = 1$.

Eliminacja adiabatyca Dla dużego odstrojenia jednofotonowego $|\Delta| \gg |\delta|, |\Omega_1|, |\Omega_2|$ obsadzenie krótkożyjącego stanu wzbudzonego będzie znikome $\varrho_{e,e} \simeq 0$. Spodziewamy się też wtedy, że spójności związane ze stanem wzbudzonym $\varrho_{e,i}$ będą podążać adiabatycznie za spójnościami stanów podstawowych $\varrho_{h,g}$. Zakładamy więc $\dot{\varrho}_{i,e} = \dot{\varrho}_{e,i} = 0$ z $i = \{g, h\}$. Z tego zestawu pięciu równań (obsadzenie stanu wzbudzonego i pochodne spójności) możemy wyznaczyć wyrażenia na spójności stanu wzbudzonego $\varrho_{i,e} = \varrho_{e,i}^*$:

$$\varrho_{e,g} = -\frac{\Omega_1\varrho_{g,g} + \Omega_2\varrho_{h,g}}{i(\gamma/2 + \Gamma) - 2\Delta}, \quad (2.30)$$

$$\varrho_{e,h} = -\frac{\Omega_1\varrho_{g,h} + \Omega_2\varrho_{h,h}}{i(\gamma/2 + \Gamma) - 2(\delta + \Delta)}, \quad (2.31)$$

gdzie $\Gamma = \gamma_1 + \gamma_2$ i $\gamma = \gamma_3 + \gamma_4$. Wstawiając powyższe wyrażenia do równania (2.27) eliminujemy z równań stan wzbudzony i redukujemy rozmiar problemu do dwóch wymiarów.

Mała liczba wzbudzeń W dalszej części pracy zawsze będzie nas interesował przypadek, w którym atomy początkowo znajdują się w jednym ze stanów podstawowych $|g\rangle$ lub $|h\rangle$, a ewolucja związana z oddziaływaniem z polami zewnętrznymi będzie tylko nieznacznie zmieniać populację wcześniej nieobsadzonego stanu. Dla ustalenia uwagi założymy, że początkowym stanem jest $|g\rangle$, wtedy $\varrho_{g,g} \simeq 1$ oraz $\varrho_{h,h} \simeq 0$. Stosując powyższe przybliżenie oraz uwzględniając $\gamma \ll \Gamma$ otrzymujemy następujące równanie na spójność stanów podstawowych $\varrho_{h,g}$:

$$\dot{\varrho}_{h,g} = -\frac{\Omega_1\Omega_2^*}{2\Gamma + 4i\Delta} - \left(\frac{|\Omega_2|^2}{2\Gamma + 4i\Delta} + \frac{|\Omega_1|^2}{2\Gamma - 4i(\delta + \Delta)} + \frac{\gamma}{2} - i\delta \right) \varrho_{h,g}, \quad (2.32)$$

które dla słabego pola $E_1: |\Omega_1| \ll |\Omega_2|$ sprowadza się do⁵:

$$\dot{\varrho}_{h,g} = -\underbrace{\frac{\Omega_1\Omega_2^*}{2\Gamma + 4i\Delta}}_{\text{Raman}} + i \left(\underbrace{\frac{\Delta|\Omega_2|^2}{\Gamma^2 + 4\Delta^2}}_{\delta_{\text{acS}}} + \delta \right) \varrho_{h,g} - \left(\frac{1}{2}\gamma + \underbrace{\frac{\Gamma|\Omega_2|^2}{2\Gamma^2 + 8\Delta^2}}_{\Gamma_P/2} \right) \varrho_{h,g}. \quad (2.33)$$

W powyższym równaniu zidentyfikowałem trzy kluczowe człony, którym można nadać następujące interpretacje. Człon ramanowski Raman opisuje mapowanie słabego pola E_1

⁵Dla słabego pola E_2 możemy uzyskać analogiczne równanie.

na spójność $\varrho_{h,g}$. Człon oznaczony jako δ_{acS} reprezentuje wpływ dynamicznego efektu Starka wywoływanego silnym polem E_2 na całkowite odstrojenie dwufotonowe w układzie. W zależności od odstrojenia Δ i częstości rabiego Ω_2 człon ten można skompensować wybierając odpowiednie δ . Ostatni zidentyfikowany człon $\Gamma_P/2$ odpowiada za poszerzenie natężeniowe prowadzące do przyspieszonej relaksacji spójności $\varrho_{h,g}$ powodowanej wzbudzeniem atomów do stanu $|e\rangle$ i następującą z niego emisją spontaniczną.

Przesunięcie Starka Zauważmy, że w równaniu (2.33) człon starkowski δ_{acS} występuje niezależnie od pola sygnałowego E_1 , a jego postać będzie taka sama, jeśli wybierzemy inny stan wzbudzony czy też inną polaryzację światła go wywołującego. Zmienia się jedynie stałe mające wpływ na jego siłę, tj. częstość Rabiego Ω_2 , odstrojenie Δ oraz szerokość linii Γ . Dodatkowo całkowite przesunięcia Starka może składać się z wielu takich członów reprezentujących przejścia optyczne do różnych stanów wzbudzonych. Dzieje się tak dla dużego odstrojenia $\Delta_{acS} \equiv \Delta$, większego niż rozszczepienie nadsubtelne wybranego multipletu stanów wzbudzonych. We wszystkich tych przypadkach wpływ na ewolucję spójności $\varrho_{h,g}$ pozostanie jednak taki sam: faza spójności po czasie T zmienia się o $\delta_{acS}T$. Oczywiście, ze względu na poszerzenie natężeniowe Γ_P zmianie ulegnie też amplituda spójności. Zauważmy jednak, że dla dużego odstrojenia $\Delta_{acS} \gg \Gamma$ przesunięcie Starka δ_{acS} może być znacznie większe niż wartość poszerzenia Γ_P , oznacza to, że oświetlając atomy silną, nierezonansową wiązką możemy w krótkim czasie T nadać spójności znaczną fazę bez zauważalnej zmiany jej amplitudy. Dodatkowo, ponieważ wartość przesunięcia δ_{acS} jest proporcjonalna do natężenia wiązki, która je wywołuje, przesunięcie to może być w łatwy sposób kontrolowane z rozdzielczością przestrzenną poprzez przestrzenne ukształtowanie wiązki. Daje to ogromne możliwości manipulacji przechowywanej spójności, opisane w kolejnych rozdziałach pracy.

Przesunięcie Zeemana Innym sposobem zmiany fazy spójności stanów podstawowych, na którą mapowane jest sygnałowe pole optyczne, jest umieszczenie atomów zmiennym przestrzennie polu magnetycznym. Stałe w czasie pole magnetyczne poprzez efekt Zeemana zmienia strukturę energetyczną atomu. Dla słabych pól magnetycznych przyłożonych wzdłuż osi z zmianę tę można opisać hamiltonianem:

$$\hat{H}_B = \mu_B g_F \hat{F}_z B_z, \quad (2.34)$$

gdzie μ_B to magneton Bohra, g_F to czynnik Landego, który dla stanów podstawowych rubidu-87 ($5^2S_{1/2}$) jest równy około $-1/2$ dla $F = 1$ oraz $1/2$ dla $F = 2$. Zmiana energii poziomów energetycznych wywołana takim hamiltonianem ma więc postać:

$$\Delta_B \hbar \omega_{F,m_F} = \mu_B g_F m_F B_z. \quad (2.35)$$

Dla interesujących nas ortogonalnych polaryzacji kołowych pól E_1 i E_2 wybrane stany $|g\rangle$ i $|h\rangle$ będą miały wartości własne m_F operatora \hat{F}_z różne o 2. Daje to dwie możliwości wyboru tych stanów z różnymi wartościami F : z brakiem różnicy względnej energii dla $m_F = \pm 1$ lub z różnicą proporcjonalną do pola magnetycznego $\Delta_B \hbar \omega_{gh} = \Delta_B \hbar \omega_g - \Delta_B \hbar \omega_h = \mu_B B_z$ dla $|g\rangle = |F = 2, m_F = 2\rangle$ oraz $|h\rangle = |F = 1, m_F = 0\rangle$. Pierwszy przypadek jest interesujący, gdy chcemy, aby nasz interfejs był niewrażliwy na zewnętrzne pole magnetyczne, co pozwala wyeliminować wpływ niejednorodności pola magnetycznego na czas życia pamięci. Drugi przypadek pozwala zaś wykorzystać kontrolowane nierówności pola magnetycznego do manipulacji przechowywanej spójności. Wpływ przesunięcia energii poziomów $|g\rangle$ i $|h\rangle$ wywołany polem magnetycznym B_z można uwzględnić w równaniu na ewolucję spójności (2.33) poprzez dodanie czynnika powodującego dodatkowe odstrojenie dwufotonowe $\delta \rightarrow \delta + \frac{\mu_B}{\hbar} B_z$. Ponieważ interesuje nas reżim małych $\Delta_B \omega_{gh}$, wpływ na ewolucję spójności wywołany zmianą energii

poziomu wzbudzonego będzie pomijalny ze względu na duże odstrojenie jednotonowe $\Delta_B \omega_e \ll \Delta$.

Zespół atomów Powyższy model atomu trójpoziomowego jest modelem punktowym — rozważamy jeden atom znajdujący się w danym punkcie w przestrzeni. Do pełnego opisu oddziaływania światła z rozciągląym ośrodkiem atomowym potrzebne jest jego rozszerzenie na zespół atomów zajmujący pewną objętość. Załóżmy, że atomy początkowo znajdują się w separowalnym stanie $\hat{\rho}_{\text{total}}(0) = \hat{\rho}^{(1)} \otimes \dots \otimes \hat{\rho}^{(N)}$. Wtedy przy braku bezpośrednich oddziaływań między atomami oraz gdy oba pola optyczne są klasyczne, ewolucja każdego komponentu $\hat{\rho}^{(i)}$ odpowiadającemu atomowi w położeniu \mathbf{r}_i przebiega zgodnie z równaniem (2.26) z lokalnymi polami $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}_i, t)$, $\mathbf{E}_2(\mathbf{r}_i, t)$. Całkowity stan $\hat{\rho}_{\text{total}}(t)$ pozostaje więc separowalny.

Polaryzacja atomowa Wielkością łączącą stan atomów i propagację światła jest makroskopowa polaryzacja ośrodka. Definiuje się jako lokalną gęstość momentów dipolowych atomów znajdujących się w małej objętości $V(\mathbf{r})$ zlokalizowanej wokół punkt \mathbf{r} :

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{V(\mathbf{r})} \left\langle \sum_{j \in I(V(\mathbf{r}))} \hat{\mathbf{d}}^{(j)} \right\rangle(t) = n(\mathbf{r}) \text{Tr}[\hat{\mathbf{d}} \hat{\rho}^S(\mathbf{r}, t)], \quad (2.36)$$

gdzie $\hat{\mathbf{d}}^{(j)}$ jest operatorem momentu dipolowego j -tego atomu znajdującego się w objętości $V(\mathbf{r})$, a sumowanie przebiega zbiorze wszystkich indeksów z tej objętości $I(V(\mathbf{r}))$. Ostatnie przekształcenie uzyskuje się, przyjmując, że wszystkie atomy w objętości $V(\mathbf{r})$ mają ten sam lokalny operator gęstości $\forall_{j \in I(V(\mathbf{r}))} \hat{\rho}^{(j)} = \hat{\rho}(\mathbf{r})$ i wprowadzając lokalną koncentrację atomów $n(\mathbf{r})$. Indeks S przy operatorze gęstości oznacza, że został on przeniesiony z obrazu oddziaływania z powrotem do obrazu Schrödingera. Używając operatora momentu dipolowego (2.22) w zapisanego w bazie $\{|g\rangle, |h\rangle, |e\rangle\}$ możemy wypisać jawnie postać \mathbf{P} :

$$\mathbf{P} = n(\mathbf{r})(\mathbf{d}_{g,e} \rho_{e,g} e^{-i\omega_1 t} + \mathbf{d}_{h,e} \rho_{e,h} e^{-i\omega_2 t}) + \text{c.c.} \quad (2.37)$$

W powyższym wyrażeniu występują człony oscylujące z częstościami przyłożonych pól optycznych ω_1 i ω_2 , których różnica częstości z uwagi na wybrane stany atomowe $|g\rangle$ i $|h\rangle$ będzie zawsze znacznie większa niż rozważane odstrojenia Δ , δ : $|\omega_1 - \omega_2| \simeq 2\pi \times 6.8 \text{ GHz} \gg \Delta, \delta$. Każdy z tych członów będziemy więc traktować osobno. Możemy teraz do wzoru (2.37) wstawić wyrażenia na spójności związane ze stanem wzbudzonym, które otrzymaliśmy w procedurze eliminacji adiabaticznej ((2.30) oraz (2.31)) i podzielić każdy z członów na część liniową i nieliniową:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_1^L(\mathbf{r}, t) &= -n(\mathbf{r}) \frac{\mathbf{d}_{g,e} \mathbf{d}_{e,g} \cdot \mathcal{A}_1(\mathbf{r}, t) \rho_{g,g}}{\hbar} e^{-i\omega_1 t} + \text{c.c.} = \\ &= \epsilon_0 \chi(\mathbf{r}) \frac{1}{2} \mathcal{A}_1(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega_1 t} + \text{c.c.}, \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\mathbf{P}_1^{NL}(\mathbf{r}, t) = \underbrace{-n(\mathbf{r}) \frac{\mathbf{d}_{g,e} \mathbf{d}_{e,h} \cdot \mathcal{A}_2(\mathbf{r}, t) \rho_{h,g}(\mathbf{r}, t)}{\hbar}}_{\frac{1}{2} \mathcal{P}^{NL}(\mathbf{r}, t)} e^{-i\omega_1 t} + \text{c.c.}, \quad (2.39)$$

gdzie zdefiniowaliśmy podatność elektryczną jako:

$$\chi(\mathbf{r}) = -n(\mathbf{r}) \frac{|d_{g,e}|^2}{\epsilon_0 \hbar} \frac{\rho_{g,g}}{i\Gamma/2 - \Delta}, \quad (2.40)$$

oraz zidentyfikowaliśmy wolnozmienną amplitudę zgodnie z równaniami (2.11) i (2.12). Polaryzacje oscylujące z częstością drugiego pola \mathbf{P}_2^L oraz \mathbf{P}_2^{NL} mają analogiczną postać, przy czym w interesującym nas przypadku $\rho_{h,h} \simeq 0$ mamy $\mathbf{P}_2^L = 0$.

2.4 Sprzężone równania światło-atomy

Możemy teraz wstawić uzyskane wyrażenia na polaryzację do równania propagacji (2.16) i wypisać zestaw równań podsumowujący interakcję światło-atomy:

$$\Delta_{\perp} \mathcal{A}_1 + 2ik_1 \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{A}_1 = n(\mathbf{r}) \frac{\omega_1^2 \mathbf{d}_{g,e} \cdot \mathbf{d}_{e,h} \cdot \mathcal{A}_2 \varrho_{h,g}}{\epsilon_0 c^2 \hbar i\Gamma/2 - \Delta}, \quad (2.41)$$

$$\Delta_{\perp} \mathcal{A}_2 + 2ik_2 \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{A}_2 = n(\mathbf{r}) \frac{\omega_2^2 \mathbf{d}_{h,e} \cdot \mathbf{d}_{e,g} \cdot \mathcal{A}_1 \varrho_{g,h}}{\epsilon_0 c^2 \hbar i\Gamma/2 - \Delta - \delta'}, \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \varrho_{h,g} = & - \frac{(\mathbf{d}_{e,g} \cdot \mathcal{A}_1)(\mathbf{d}_{h,e} \cdot \mathcal{A}_2^*)/\hbar^2}{2\Gamma + 4i\Delta} + \\ & - \left(\frac{|\mathbf{d}_{e,h} \cdot \mathcal{A}_2|^2/\hbar^2}{2\Gamma + 4i\Delta} + \frac{|\mathbf{d}_{e,g} \cdot \mathcal{A}_1|^2/\hbar^2}{2\Gamma + 4i(\Delta + \delta)} + \frac{\gamma}{2} - i\delta - i\delta_B(\mathbf{r}) \right) \varrho_{h,g}, \end{aligned} \quad (2.43)$$

gdzie \mathcal{A}_i oraz $\varrho_{h,g} = \varrho_{g,h}^*$ w sposób niejawni zależą od czasu i przestrzeni, a przestrzenie zmienne odstrojenie dwufotonowe $\delta_B(\mathbf{r}) = \mu_B B_z(\mathbf{r})/\hbar$ odpowiada przestrzennie zmiennemu polu magnetycznemu zorientowanemu wzdłuż osi z . Równania (2.41), (2.42) i (2.43) pozwalają na projektowanie protokołów pamięci kwantowej i przewidywanie ich wyników. W dalszej części pracy będą nas interesowały dwa przypadki:

- Dwufotonowa absorpcja i emisja słabego pola \mathbf{E}_1 pod wpływem silnej wiązki kontrolnej \mathbf{E}_2 w obecności przełączalnego liniowego gradientu pola magnetycznego $\delta_B(\mathbf{r}) = \alpha z$.
- Spontaniczna generacja spójności pod wpływem silnego, klasycznego pola \mathbf{E}_1 przy braku pola \mathbf{E}_2 . Pole \mathbf{E}_2 oraz spójność atomową będziemy w tym wypadku traktować kwantowo, dokonując kwantyzacji równań (2.42), (2.43). W tym przypadku użyte stany atomowe będą względnie nie wrażliwe na zewnętrzne pole magnetyczne, $\delta_B = 0$.

W obu przypadkach ustalone zostaną polaryzacje pól optycznych biorących udział w oddziaływaniu światło-atomy przez co wektorowe wolnozmiennne amplitudy w równaniach (2.41), (2.42) i (2.43) zostaną zastąpione skalarnymi odpowiednikami.

Rozdział 3

Układ eksperymentalny

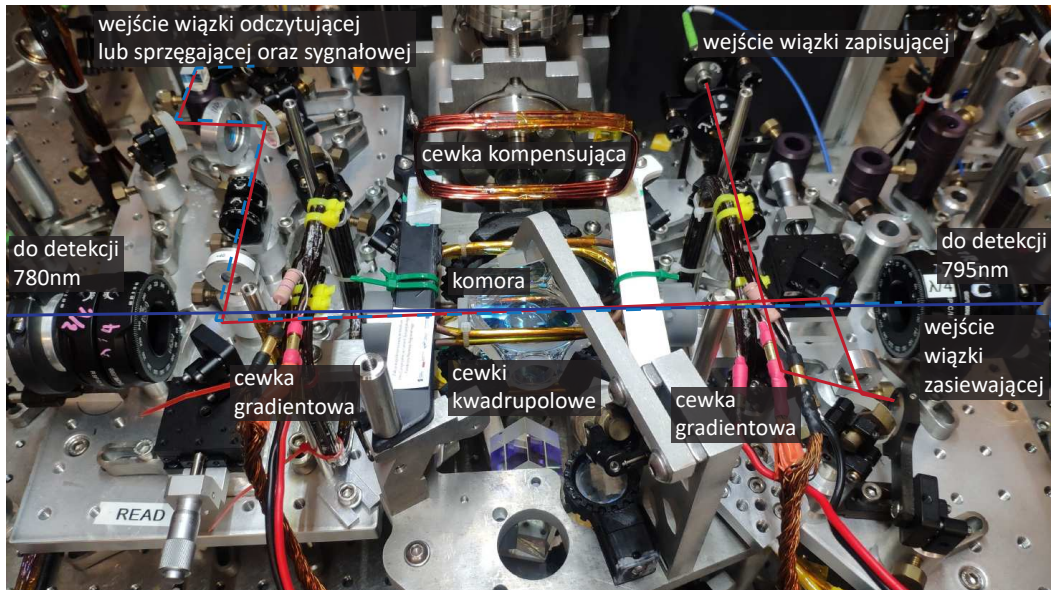
W tym rozdziale opisuję układ pamięci kwantowej opartej na chłodzonych laserowo atomach rubidu-87 wraz z modułami pozwalającymi na realizację wszystkich prezentowanych w niniejszej pracy eksperymentów.

3.1 Pułapka magnetoptyczna

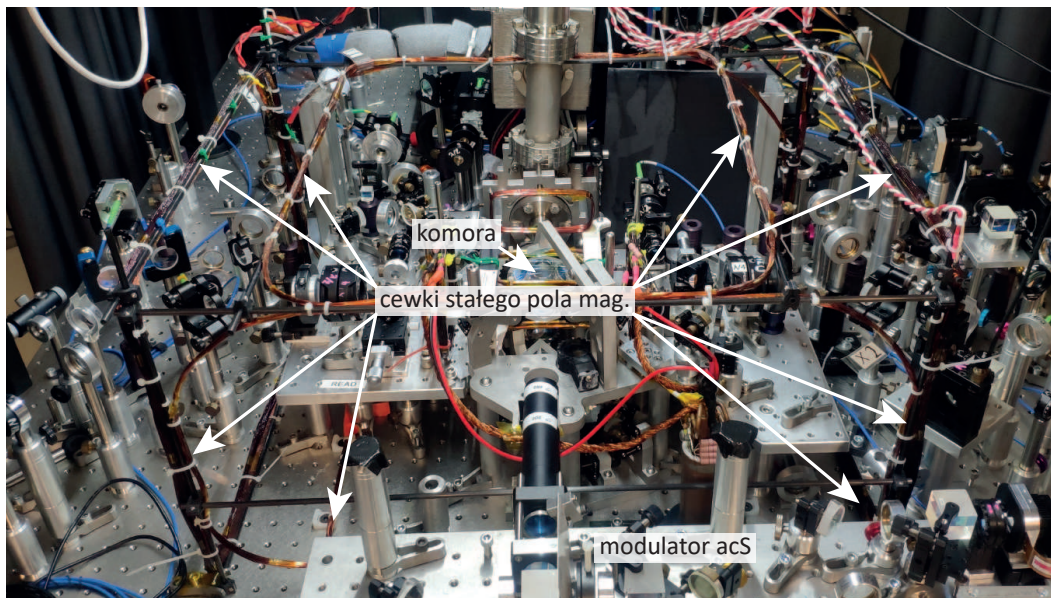
Sercem układu jest pułapka magnetoptyczna pozwalająca przygotować gęstą chmurę atomów o temperaturze rzędu dziesiątek mikro kelwinów. Pułapka zbudowana jest w standardowej konfiguracji sześciowiązkowej w heksagonalnej szklanej komorze próżniowej widocznej na rysunku 3.1. Pułapkujące pole magnetyczne wytwarzane jest przez jednozwojową (jeden zwój na każdą cewkę) cewkę w konfiguracji kwadrupolowej. Zapewnia to duży współczynnik gradientu pola magnetycznego w kierunkach poprzecznych $g_{x,y} \approx 0.2 \text{ G/A/cm}$ oraz praktycznie znikomy gradient w osi z . W podstawowym ustawieniu pomiarowym prąd cewek kwadrupolowych wynosi $\approx 180 \text{ A}$ co prowadzi do powstania chmury w kształcie cygara o przybliżonych wymiarach $0.5 \times 0.5 \times 10 \text{ mm}^3$. W każdym protokole pomiarowym pułapka jest sekwencyjnie włączana i wyłączana. Typowy czas wyłączenia pułapki waha się w przedziale $50 - 300 \mu\text{s}$. Szybkie wyłączenie pułapki jest możliwe dzięki małej indukcyjności cewek kwadrupolowych, które zasilane są przez własnej konstrukcji wysokoprądowy przełącznik z pasywną stabilizacją prądu. Przełącznik ten umożliwia wyłączenie pułapki w zaledwie $5 \mu\text{s}$. W praktyce wyłączenie pola pułapkującego następuje jednak $300 \mu\text{s}$ przed całkowitym wyłączeniem pułapki. Eliminuje to wpływ prądów wirowych powstających w metalowych elementach pułapki w momencie wyłączenia gradientu pola magnetycznego na lokalne pole magnetyczne w trakcie właściwego eksperymentu. Prądy te dodatkowo kompensowane dobraną eksperymentalnie cewką umieszczoną nad komorą (widoczną na rys. 3.1) zanikają po takim właśnie czasie. Ten dodatkowy czas bez potencjału pułapkującego poświęcony jest dodatkowo na etap chłodzenia gradientem polaryzacji z odstrojonym laserem pułapkującym. Pozwala to uzyskać temperaturę chmury w zakresie $20 - 100 \mu\text{K}$.

3.2 Pole magnetyczne

W celu ustalenia osi kwantyzacji chmura atomów utrzymywana jest w stałym polu magnetycznym zorientowanym wzdłuż osi z o wartości $\approx 1 \text{ G}$. Pole to wytwarzane jest przez zestaw sześciu niezależnie kontrolowanych cewek widocznych na rysunku 3.2 za-



Rysunek 3.1: Zbliżenie na pułapkę magnetoptyczną z zaznaczonymi głównymi elementami oraz ścieżkami najważniejszych wiązek laserowych.



Rysunek 3.2: Widok na pułapkę magnetoptyczną z daleka. Na zdjęciu widoczne są cewki stałego pola magnetycznego oraz położenie układu modulatora acS.

pewniających dodatkowo kompensację lokalnego pola magnetycznego obecnego w laboratorium.

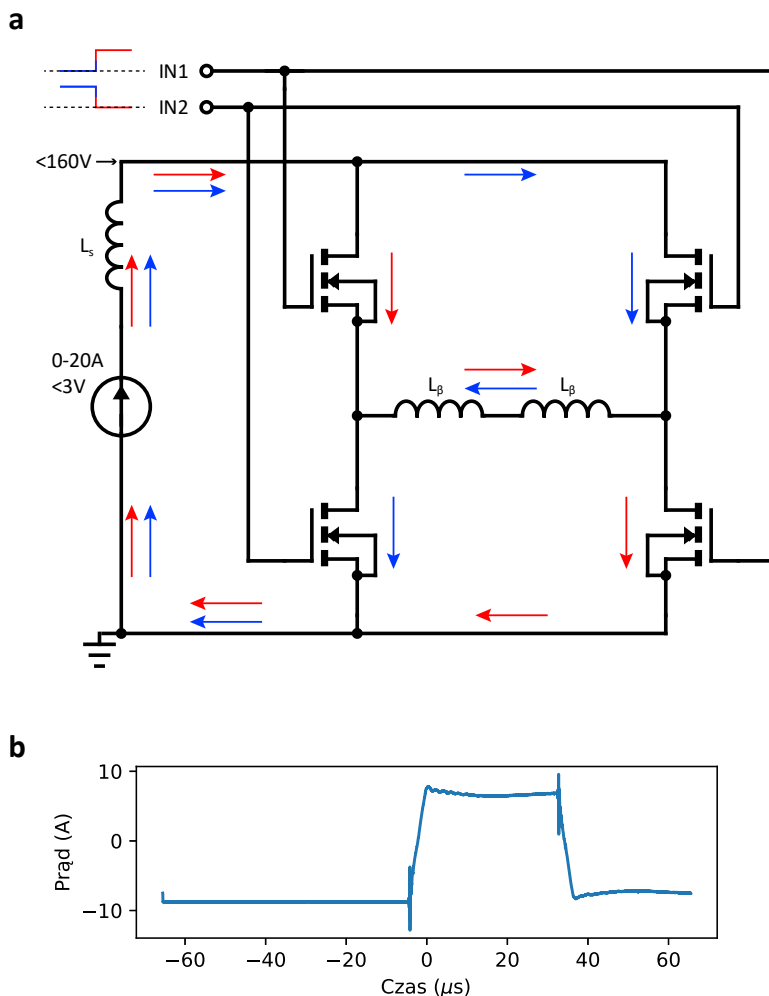
3.2.1 Przełączalny gradient pola magnetycznego

Gradient pola magnetycznego dla pamięci gradientowej jest generowany przez parę zaokrąglonych cewek w kształcie kwadratu połączonych szeregowo w symetrycznej (lustrzane odbicie) konfiguracji. Cewki widoczne na rysunku 3.1 wykonane są z 9 zwojów drutu miedzianego nawiniętego na podstawę o długości boku $d = 10$ cm. Odstęp między cewkami wynosi $L = 17$ cm. Taka konfiguracja zapewnia prawie liniowy gradient pola magnetycznego o wartości 0.08 G/A/cm na długości chmury ≈ 1 cm. Prąd w cewkach, a tym samym gradient, można szybko wyłączyć lub przełączyć na przeciwną wartość za pomocą własnej konstrukcji przełącznika elektronicznego. Przełącznik ten może podłączać cewki gradientowe do źródła prądu stałego (typowo 15 A) w obu kierunkach. W celu uzyskania szybkiego przełączania kierunku przepływu prądu przez cewki stosujemy pasywną stabilizację prądu źródła w postaci dodatkowej cewki. Uproszczony schemat przełącznika widoczny jest na rysunku 3.3. Przełącznik to standardowy w mostek w topologii H wykorzystujący tranzystory MOSFET. Wysoka prędkość przełączania (4.3 A/ μ s odpowiadająca 0.35 G/cm/ μ s) odpowiada napięciu na wejściu mostka równemu 160 V podzielonemu przez indukcyjność cewek. To wysokie napięcie jest wynikiem pasywnej stabilizacji prądu uzyskanym przez zastosowanie dodatkowej cewki magazynującej energię i jest limitowane przez diody zabezpieczające (transil), które chronią tranzystory przed przebicciem.

Chwilowy prąd w cewkach gradientowych jest mierzony za pomocą przetwornika prądu *LEM-LA 100-P* z czasem odpowiedzi poniżej μ s. Oscylacja po zmianie kierunku prądu widoczna na rysunku 3.3b spowodowana jest wzbudzeniem układu LC utworzonego przez indukcyjność cewek i pasożytniczą pojemność przełącznika. Dodatkowo widoczny jest powolny zanik wykładniczy prądu. Chwilowy wzrost gradientu pola magnetycznego jest w rzeczywistości znacznie mniejsze niż oszacowany na podstawie prądu chwilowego. Przypisujemy to prądom wirowym powstającym w metalowych częściach aparatu pułapki magnetoptycznej podczas przełączania cewek, które kompensują wielkość zmiany gradientu z powodu wzrostu prądu. Przełącznik cewek kwadrupolowych pułapki magnetoptycznej ma podobną budowę, z różnicą polegającą na tym, że jest przełącznikiem jednostronnym z dwoma tranzystorami pozwalającymi podłączać i odłączać cewkę kwadrupolową bez przerywania przepływu prądu przez cewkę magazynującą.

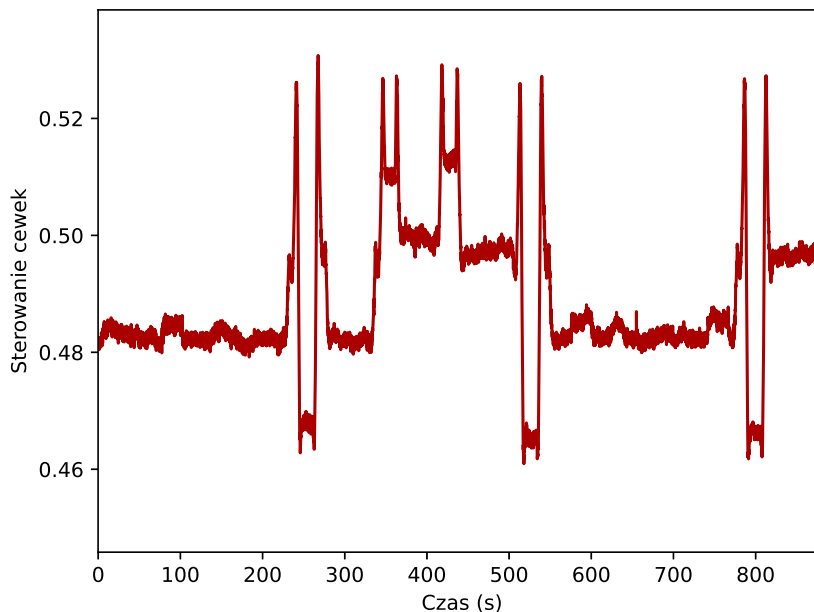
3.2.2 Stabilizacja pola magnetycznego

W protokołach pamięci wrażliwych na pole magnetyczne — pamięć gradientowa cała sekwencja eksperymentalna powtarzana jest z częstotnością 50 Hz, zsynchronizowaną z lokalną częstotliwością sieciową. Mechanizm synchronizacji jest realizowany przez układ FPGA sterujący całą sekwencją (szerszy opis poniżej). Synchronizacja (oczekiwanie za sygnał wyzwalacza z sieci) odbywa się podczas okresu pułapkowania każdego powtórzenia eksperymentu, co skutecznie zapewnia pracę bez okresu beczynności. Synchronizacja ta eliminuje skutecznie oscylacje pola magnetycznego wywołane obecnymi w laboratorium urządzeniami sieciowymi. W trakcie trwania prac nad protokołem rozdzielczej spektroskopii opisanym w rozdziale 9 okazało się, że dodatkowe (małe) zmiany pola magnetycznego wywołane poruszającą się za ścianą laboratorium windą właściwie uniemożliwiają pomiary. W celu zwalczenia tego problemu postanowiliśmy wdrożyć system aktywnej stabilizacji pola magnetycznego oparty o prosty protokół magnetometrii atomowej implementowany na końcu sekwencji eksperymentalnej. Protokół ten realizowany jest przez przepompowanie atomów do podpoziomu $m_F = 2$, wyłączenie gra-



Rysunek 3.3: **a** Uproszczony schemat przełącznika kierunku prądu w cewkach gradientowych L_{fi} . Przełącznik jest zasilany regulowanym źródłem prądowym podłączonym przez dodatkową cewkę magazynującą L_s . **b** Przykładowy przebieg prądu w cewkach gradientowych.

dientu magnetycznego i próbkowanie precesji spinu atomowego liniowo spolaryzowaną wiązką na przejściu $F = 2 \rightarrow F = 1$ oświetlającą chmurę atomów z boku [Les⁺18]. Sygnał rotacji polaryzacji (często nazywany sygnałem swobodnego zaniku indukcji — free induction decay, FID) jest rejestrowany przez fotodiode różnicową, a częstotliwość precesji jest wyliczana w czasie rzeczywistym poprzez dopasowanie funkcji kwadratowej wokół maksimum widmowego zarejestrowanego sygnału. Na tej podstawie uzyskuje się sygnał błędu proporcjonalny do pola magnetycznego i podaje się go do regulatora proporcjonalno-całkowego (PI), który moduluje prąd w cewkach kompensacyjnych kierunku z. Przy aktywnym mechanizmie kompensacyjnym uzyskujemy długoterminową stabilność na poziomie 130 Hz częstotliwości Larmora, co odpowiada 18.5 nT. Przekłada się to na stabilność odstrojenia dwufotonowego na poziomie 260 Hz (dwukrotność częstotliwości Larmora), co jest znacznie poniżej pożądanej rozdzielczości rzędu 10 kHz. Przykładowy przebieg sygnału kompensacji (sygnał sterowania cewek) widoczny jest na rysunku 3.4. Na przebiegu można zauważyć kilka przejazdów windy wraz z momentami,



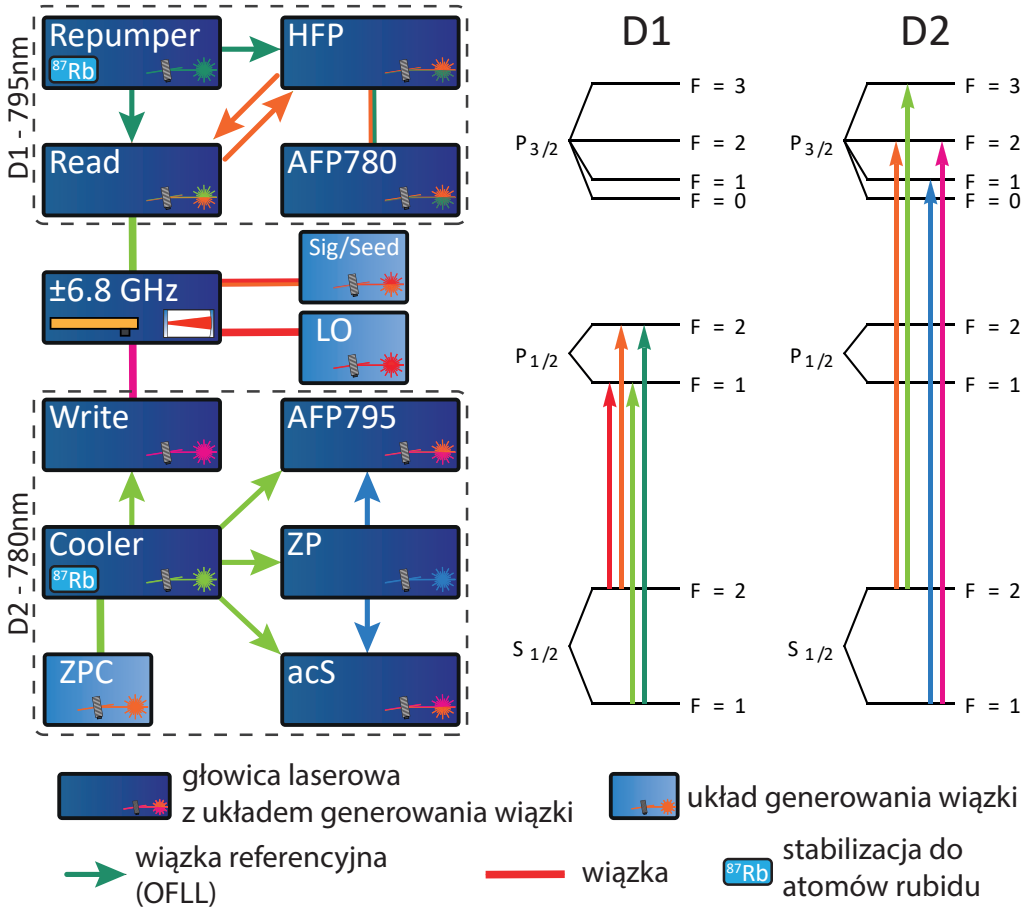
Rysunek 3.4: Sygnał sterowania cewek podczas aktywnej kompensacji zaburzeń pola magnetycznego. Widoczne zmiany poziomu sygnału odpowiadają poruszającej się za ścianą laboratorium windzie.

kiedy zatrzymywała się ona na dłużej na danym piętrze (stałe wartości kompensacji).

3.3 Układ laserowy

Pełen układ eksperymentalny wykorzystuje 8 laserów półprzewodnikowych, z których wytwarzanych jest do 12 niezależnie kontrolowanych wiązek optycznych. Układ laserowy podzielonych jest na dwie gałęzie. Gałąź pierwsza odpowiadająca linii D1 rubidu-87, składa się z 3 głowic operujących na długości fali 795 nm, z których powstaje do 6 wiązek:

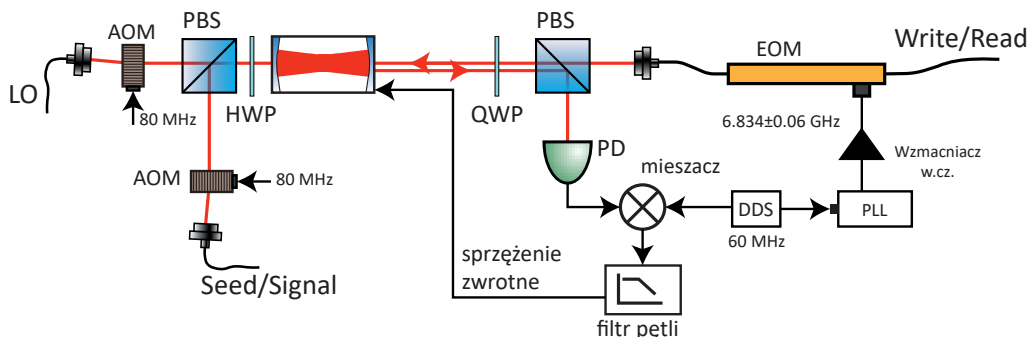
- Laser repompujący (Repumper): zapewnia utrzymywanie atomów w stanie podstawowym z $F = 2$ podczas pułapkowania.
- Pompa nadsubtelna (HFP): służy do przygotowywania atomów w wybranym stanie podstawowym $F = 1$ lub $F = 2$ w zależności od aktualnego protokołu pamięci.
- Pompa filtra 780 nm (AFP780): laser wykorzystywany do pompowania atomowego filtra optycznego dla fotonów emitowanych z pamięci o długości fali 780 nm wytwarzany poprzez wzmocnienie wiązki filtra nadsubtelnego w zasiewanej głowicy laserowej (injection lock).
- Laser odczytujący/sprzęgający (Read): laser wykorzystywany do interfejsu światło-atomy pełniący funkcję lasera odczytującego w protokole generacji par fotonów oraz lasera sprzęgającego w protokole pamięci gradientowej.
- Wiązka sygnałowa (Signal): wiązka sygnałowa protokołu pamięci gradientowej wy-



Rysunek 3.5: Schemat układu laserowego. Każda z głowic laserowych posiada układ generowania wiązki składający się z modulatora akustooptycznego w konfiguracji dwuprzęściowej. Układ generowania wiązki pozwala na wycinanie impulsów laserowych oraz precyzyjną kontrolę częstości optycznej w małym zakresie (≈ 20 MHz). Laser referencyjny z każdej gałęzi jest stabilizowany do wybranego przejścia optycznego atomów ^{87}Rb . Kolory generowanych wiązek na schemacie przyporządkowane są danym przejściom optycznym widocznym po prawej stronie schematu. Wiązki dwukolorowe oznaczają możliwość zmiany wyboru przejścia optycznego, które dana wiązka adresuje.

tworzona ze wstęgi bocznej lasera sprzęgającego powstającej w modulatorze elektrooptycznym, na który podawany jest sygnał radiowy o częstotliwości odpowiadającej rozszczepieniu nadsubtelnemu stanowi podstawowego rubidu-87 (6.835 GHz).

- o Wiązka lokalnego oscylatora (LO): wiązka generowana z wiązki sygnałowej pełniąc funkcję lokalnego oscylatora w pomiarach heterodynowych.



Rysunek 3.6: Układ do generacji spójnej fazy wiązki sygnałowej/zasiewającej oraz lokalnego oscylatora z jednego z głównych laserów układu — Write lub Read. Generowana wiązka ma przesuniętą częstotliwość o wartość rozszczepienia nadsubtelnego rubidu-87. Wiązka pochodząca z głowicy laserowej (Write/Read) przechodzi przez modulator elektrooptyczny (EOM), który generuje wstęgi boczne o częstotliwościach $f_{\text{SHF}} = \pm 6.834 \text{ GHz}$. Przy pomocy wnęki optycznej wybierana jest jedna ze wstęg, a pozostałe są tłumione. Dodatkowa modulacja częstotliwości sygnału sterującego modulator elektrooptyczny powoduje powstanie dodatkowych wstęg bocznych wokół każdej ze wstęg. Pozwala to na stabilizację wnęki do jednej (wybranej) wstęgi standardową techniką Pound–Drever–Hall. Sygnał błędny jest uzyskiwany przez analogową demodulację sygnału pochodzącego z fotodiody (PD) rejestrującej odbicie od wnęki.

Druga gałąź składająca się z 4 głowic laserowych generujących do 7 wiązek wykorzystywana jest do adresowania linii D2 co odpowiada fali o długości 780 nm. W jej skład wchodzi:

- Laser chłodzący (Cooler): główny laser pułapki magnetoptycznej
- Pompa zeemanowska (Zeeman): laser współpracujący z pompą nadsubtelną pozwalający przygotowywać atomy w wybranym podpoziomie magnetycznym dla protokołu generowania par fotonów.
- Druga pompa zeemanowska (ZPC): pompa zeemanowska do protokołu pamięci gradientowej generowana z wiązki lasera pułapkującego,
- Laser starkowski (acS): laser wykorzystywany do optycznej modulacji fazy spójności.
- Pompa filtra 795 nm (AFP795): laser wykorzystywany do pompowania atomowego filtra optycznego dla fotonów emitowanych z pamięci o długości fali 795 nm.
- Laser zapisujący (Write): laser wykorzystywany w procesie zapisu protokołu generacji par fotonów.
- o Wiązka zasiewająca (Seed): wiązka do zasiewania procesu zapisu w protokole generacji par fotonów wytwarzana ze wstęgi bocznej lasera zapisującego powstającej

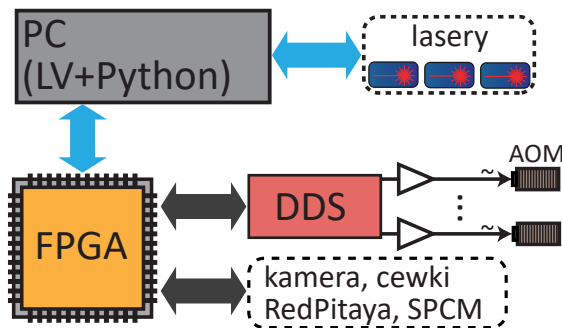
w modulatorze elektrooptycznym, na który podawany jest sygnał radiowy o częstotliwości odpowiadającej rozszczepieniu nadsubtelnemu stanowi podstawowego rubidu-87 (6.835 GHz).

Schemat układu laserowego przedstawiony jest na rysunku 3.5. Każdy z laserów wyposażony jest w układ stabilizacji częstotliwości. Każda z gałęzi posiada swój laser referencyjny stabilizowany do wybranego przejścia rubidu-87: D1 — Repumper oraz D2 — Cooler. Pozostałe lasery z danej gałęzi stabilizowane są do nich w optycznej pętli synchronizacji częstotliwości wykorzystującej sygnał dudnień rejestrowany przez szybką fotodiode [LPW17]. Dwa z laserów (Cooler, HFP) posiadają wzmacniacze w postaci drugiej głowicy z zasiewaną optycznie diodą laserową dużej mocy (injection lock) [SS66]. W przypadku pompy nadsubtelnej wzmacniacz wykorzystywany jest do wytwarzania wiązki AFP780. Amplituda każdej z wiązek oraz jej przebieg czasowy są kontrolowane przez modulatory akustooptyczne (AOM) sterowane przez układ kontroli sekwencji.

3.3.1 Układ generacji wstęgi bocznej

Wiązki oznaczone o wykorzystują ten sam układ generacji wstęgi bocznej, przez co nie występują jednocześnie w obu gałęziach. Układ ten przedstawiony jest na rysunku 3.6. Wykorzystuje on modulator elektrooptyczny (EOM), na który podawany jest sygnał wysokiej częstotliwości (SHF) o centralnej częstotliwości $f_{\text{SHF}} = 6.834 \text{ GHz}$. Światło przechodzące przez modulator zyskuje wstęgi boczne odległe o f_{SHF} od optycznej częstotliwości wiązki. Jedną ze wstęg jest wybierana stabilizowaną w schemacie Pound–Drever–Hall (PDH) [Dre⁺83] wnęką optyczną. W tym celu sygnał SHF jest dodatkowo modulowany częstotliwościowo na częstotliwości 60 MHz. Modulacja ta zrealizowana jest przez zaburzenie pętli synchronizacji fazy (PLL) generatora wysokiej częstotliwości (SHF Gen.). Dodatkowa modulacja sprawia, powstające wstęgi boczne mają dodatkowe, własne wstęgi boczne rozsunięte o 60 MHz, które powodują powstanie sygnału PDH wokół każdej z interesujących nas wstęg w demodulowanym sygnale z fotodiody monitorującej odbicie od wnęki. Z wybranej wstęgi powstają następnie wiązki Seed/Signal oraz LO.

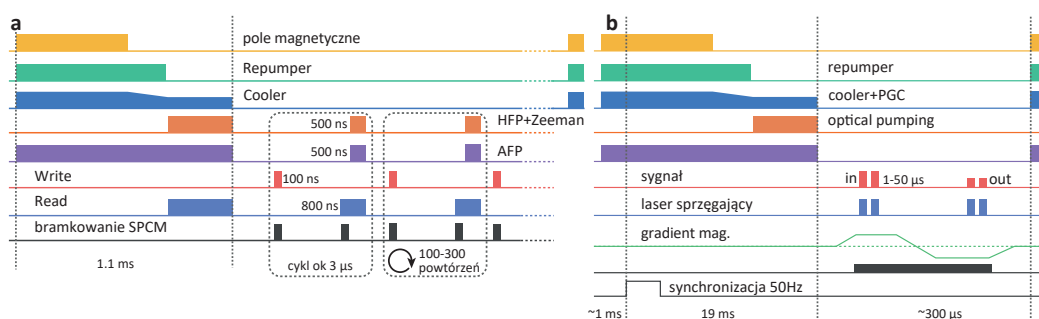
3.4 Kontrola sekwencji i sprzężenie zwrotne



Rysunek 3.7: Schemat blokowy układu kontroli eksperymentu. Zarządzanie eksperymentem odbywa się z komputera (PC) programującego układ FPGA okresowo powtarzając sekwencję eksperymentalną. Stabilizacja laserów oraz wybór ich względnych odstrożeń (w ramach każdej gałęzi) odbywa się programistycznie z poziomu tego samego komputera.

Sekwencją eksperymentu zarządza maszyna stanów zaimplementowana w układzie FPGA

(National Instruments 7852R). Implementacja oraz programator maszyny wraz z interfejsem graficznym do jej obsługi wykonane zostały w środowisku LabView. Maszyna wykonuje zapętający się ciąg komend generujących dyskretne impulsy, programujących układy bezpośredniej syntezy częstości (DDS) lub wykonujących warunkowe skoki w przededefiniowane miejsca sekwencji komend. Dyskretne impulsy wykorzystywane są do przełączania cewek pułapki magnetoopcyjnej i jako sygnały wyzwalające kamery czy fotodiod lawinowych. Schemat systemu przedstawiony jest na rysunku 3.7. Komendy skoków warunkowych wykorzystywane są do realizacji sekwencji, w której na jeden okres pułapkowania przypada wiele krótkich eksperymentów. Sekwencja taka wykorzystywana jest na przykład do realizacji protokołu generacji par fotonów w pamięci z detekcją za pomocą fotodiod lawinowych (SPCM), której przykład przedstawia rysunek 3.8a. W tym wypadku skoki warunkowe wykonywane są do momentu wykonania wcześniej zadanej liczby skoków. Skoki mogą być też warunkowane zewnętrznym sygnałem wyzwalającym pochodzącym np. z fotodiody lawinowej — można więc na przykład wykonywać jakąś część sekwencji tylko po zarejestrowaniu fotonu. Wykorzystywane jest to w protokole obrazowania jałowego przedstawionym w rozdziale 6. Rysunek 3.8b przedstawia przykładową sekwencję synchronizowaną do 50 Hz lokalnej sieci energetycznej. Sekwencja taka jest używana w protokole pamięci gradientowej z rozdziałów 8 oraz 9.

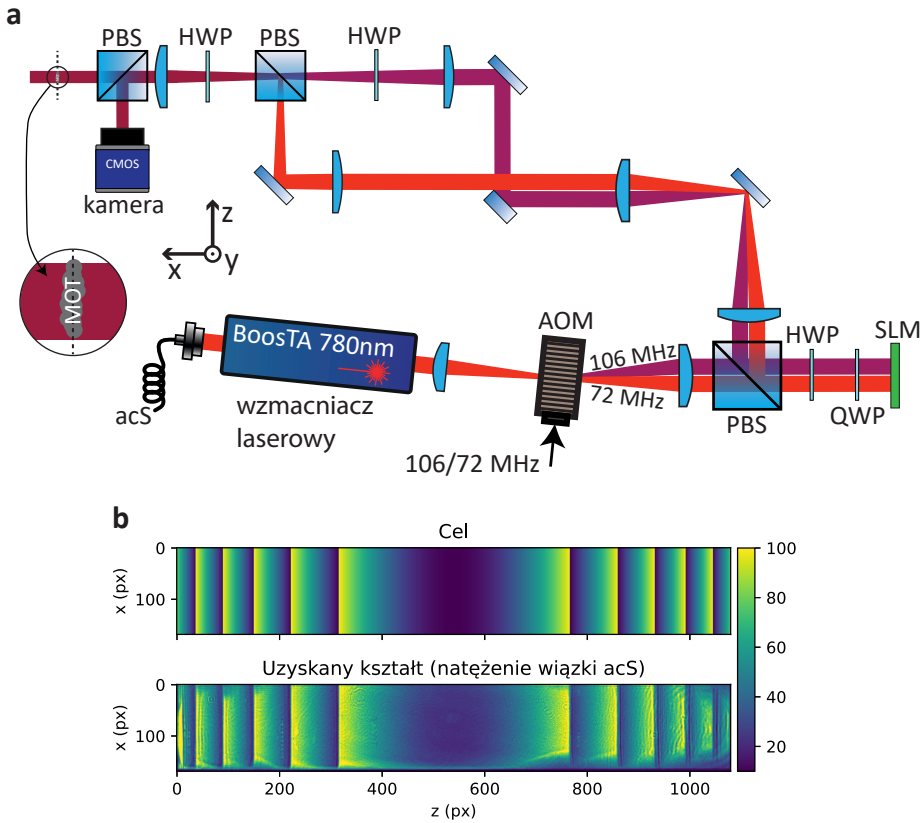


Rysunek 3.8: Przykładowe sekwencje eksperymentalne. **a** Sekwencja protokołu generowania par fotonów z detekcją jednomodową (SPCM). Sekwencja z użyciem kamery ma podobny przebieg, z różnicą polegającą na tylko jednym powtórzeniu cyklu na jeden okres pułapkowania. **b** Sekwencja synchroniczna z 50 Hz lokalnej sieci energetycznej, używana do realizacji protokołu pamięci gradientowej.

3.5 Układ modulatora acs

Układ do modulacji fazy spójności atomowej z użyciem przestrzennie zmiennego dynamicznego efektu Starcka przedstawia rysunek 3.9a. Układ wykorzystuje przestrzenny modulator fazy (SLM, SANTEC SLM-300) ustawiony w konfiguracji modulacji natężenia wiązki. Ustawienie to polega na wstawieniu modulatora za polaryzatorem (PBS) tak, by wiązka zmodulowana fazowo wracała do polaryzatora. Umieszczenie przed modulatorem zestawu płytek falowych (półfalowa — HWP i ćwierćfalowa — QWP) pozwala na takie dobranie polaryzacji, że wyświetlany na modulatorze wzór przekłada się na natężenie wiązki za polaryzatorem. Pożądane kształty modulacji przygotowywane w procedurze wykorzystującej kamerę monitorującą natężenie wiązki w płaszczyźnie modulatora do iteracyjnego poprawiania obrazu wyświetlanego na modulatorze proporcjonalnie do różnicy między aktualnym natężeniem wiązki a pożądanym.

Płaszczyzna modulatora jest obrazowana na chmurę atomów (MOT) dwuramiennym

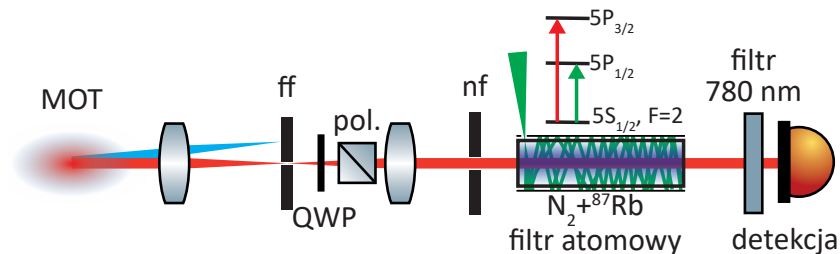


Rysunek 3.9: Układ do fazowej modulacji spójności przy pomocy przestrzennie zmiennego dynamicznego efektu Starka. **a** Przestrzenny modulator fazy (SLM) wycina z dużej wiązki laserowej (dwa) przygotowane kształty modulacji. Płaszczyzna SLM jest obrazowana na chmurę atomów z boku (w płaszczyźnie (x, y)). Kształty modulacji przygotowywane są w iteracyjnej procedurze wykorzystującej kamerę umieszczoną w płaszczyźnie obrazowania. Kamera ta ciągle monitoruje generowany kształt modulacji. Wiązka starkowska (acS) przed nadaniem jej pożądanego kształtu jest wzmacniana w półprzewodnikowym wzmacniaczu laserowym (BoosTA 780 nm). Przełączanie między dwoma kształtami modulacji odbywa się z użyciem modulatora akustooptycznego (AOM) zasilanego sygnałem radiowym o dwóch możliwych częstotliwościach nośnych. **b** Przykładowy zaprogramowany kształt modulacji (soczewka fresnelowska) i uzyskany kształt wiązki acS.

układem optycznym nakładającym na siebie w bliskim polu dwa wybrane obszary modulatora. Wybór aktualnie używanego obszaru odbywa się poprzez zmianę częstotliwości sygnału radiowego napędzającego modulator akustooptyczny (AOM) wycinający impuls z wiązki acS. Układ obrazujący pozwala na uzyskanie ostrego obrazu modulatora w całej długości chmury ≈ 1 cm. Przykładowy wygenerowany kształt modulacji widoczny jest na rysunku 3.9b.

3.6 Układ filtrujący

Obserwacja sygnałów na poziomie pojedynczych fotonów wymaga skutecznego filtrowania światła emitowanego z pamięci. W szczególności niezbędne jest pozbycie się światła

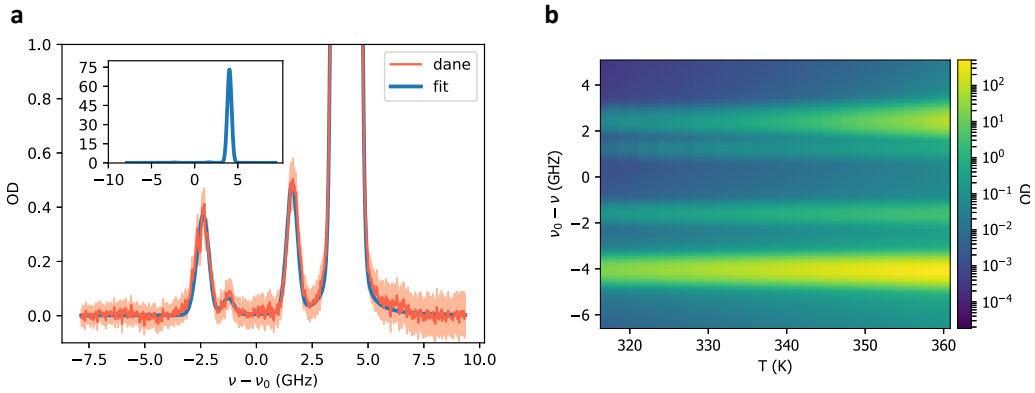


Rysunek 3.10: Schemat układu filtrowania ścieżki fotonów 780 nm. Sygnał jest oddzielany od światła lasera sprzęgającego za pomocą zestawu przysłon w dalekim (ff) i bliskim polu (nf), polaryzatora Wollastona (pol.) oraz pompowanego optycznie filtra atomowego. Pompowanie optyczne odbywa się poprzez oświetlenie wnętrza komórki owiniętej białym papierem z małym otworem z boku silną wiązką pompująca lasera AFP780. Filtr interferencyjny 780 nm odfiltrowuje światło lasera pompującego filtr (AFP780). Transmisja fotonów sygnałowych przez ten system wynosi około 60%.

wiązek laserowych, których impulsy zawierają $\approx 10^8 - 10^9$ fotonów. W tym celu każda z sygnałowych ścieżek detekcji (780 nm oraz 795 nm) wyposażona jest w wielostopniowy układ filtrujący. Schemat układu dla ścieżki 780 nm widoczny jest na rysunku 3.10. W pierwszym etapie stosujemy filtrowanie przestrzenne i wycinamy wiązkę sprzęgającą z użyciem lustra oraz przysłony dalekiego pola. Następnie filtr polaryzacyjny w postaci płytki ćwierćfalowej i polaryzatora Wollastona wycina pozostałości wiązki sprzęgającej (polaryzacja wiązki sprzęgającej jest zawsze ortogonalna do polaryzacji wiązki sygnałowej). W kolejnym etapie wycinamy znaczną część rozproszeń wiązki sprzęgającej za pomocą przysłony bliskiego pola scentrowanej na obrazie chmury atomów. Przysłona ta wycina światło które nie mogło pochodzić z chmury. Wreszcie wąskopasmowy filtr w postaci optycznie pompowanej szklanej komórki zawierającej pary ⁸⁷Rb wycina resztę światła wiązki sprzęgającej. Filtr ten jest pompowany laserem o długości fali znacznie innej niż długość fali fotonów sygnałowych (795 nm dla fotonów 780 nm i vice versa), co pozwala go łatwo odfiltrować przy pomocy filtra interferencyjnego (filtr 780 nm dla fotonów 780 nm). Ścieżka 795 nm posiada analogiczny układ z laserem pompującym na długości fali 780 nm (AFP795). Rysunek 3.11 przedstawia charakterystykę pasmowo-temperaturową używanego filtra atomowego. W praktyce filtr ma temperaturę 340 K co zapewnia około 60%-70% transmisji fotonów sygnałowych. Charakterystyka pozostałych szumów w implementacji pamięci gradientowej została omówiona w rozdziale 8. Analiza szumów w przypadku generacji par fotonów przedstawiona jest zarówno w rozdziale 5 i 6.

3.7 Kamera I-sCMOS czuła na pojedyncze fotony

W protokole generacji par fotonów do detekcji wykorzystywana jest niestandardowa kamera I-sCMOS, która składa się z 2-stopniowego wzmacniacza obrazu (wzmocnienie 5×10^6), obrazowanego przez obiektyw ($f\# = 1.1$, powiększenie -0.44) na czujniku sCMOS (Andor Zyla) o rozdzielczości 2560×2160 px. Efektywny rozmiar pikseli (z uwzględnieniem powiększenia obiektywu) wynosi około $15 \mu\text{m}$. Wzmacniacz obrazu składa się z fotokatody GaAs, która dla światła o długości fali ok. 800 nm oferuje wydajność detekcji na poziomie 20%. Ten sam sensor sCMOS jest wykorzystywany do przestrzennie rozdzielczej detekcji heterodynowej opisanej w rozdziale 10.



Rysunek 3.11: Charakteryzacja filtra atomowego. **a** Przykładowy profil gęstości optycznej filtra fotonów sygnałowych 780 nm dla temperatury par w komórce równej 320 K. Krzywa ciągła odpowiada dopasowanemu modelowi dopplerowsko poszerzonej linii absorpcji optycznie pompowanych atomów. Gęstość optyczna dla fotonów lasera sprzęgającego ($\nu - \nu_0 = 4.3$ GHz) wynosi ponad 70, kiedy dla fotonów sygnałowych ($\nu - \nu_0 = -2.5$ GHz) jest poniżej 0.5. Zero osi częstości ν_0 odpowiada centroidowi linii absorpcji. **b** Mapa gęstości optycznej w funkcji odstrojenia i temperatury. Powyżej $T = 340$ K wydajność pompowania drastycznie spada i pojawia się silna absorpcja w okolicy fotonów sygnałowych.

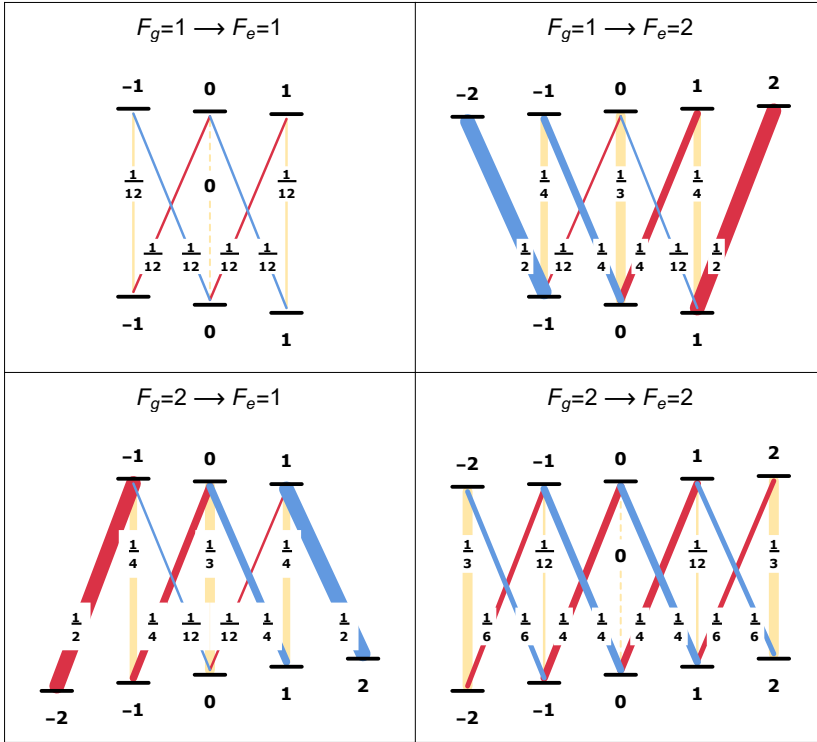
3.8 Wybór przejść optycznych

Wybór stanów atomowych tworzących układ Λ determinują trzy czynniki. Po pierwsze, wybór stanów $|g\rangle$ i $|h\rangle$ warunkiem ortogonalności polaryzacji wiązki sprzęgającej i sygnałowej. Oznacza to, że stany te muszą różnić się wartością rzutu operatora F na oś z : $\Delta m_{F,hg} = \pm 2$. Warunek ten połączony z warunkiem czułości (lub jej brakiem) różnicy energii tych stanów na pole magnetyczne całkowicie (z dokładnością do znaku m_F i przyporządkowania oznaczeń g, h) determinuje wybór stanów, między którymi będzie generowana spójność $\rho_{h,g}$. Mamy więc dwa przypadki:

- konfiguracja wrażliwa magnetycznie: $|g\rangle = |F = 2, m_F = 2\rangle$, $|h\rangle = |F = 1, m_F = 0\rangle$ ze stanem $|e\rangle$ o $m_F = 1$,
- konfiguracja niewrażliwa magnetycznie: $|g\rangle = |F = 1, m_F = -1\rangle$, $|h\rangle = |F = 2, m_F = 1\rangle$ ze stanem $|e\rangle$ o $m_F = 0$,

w których przyporządkowanie symboli g, h podyktowane zostało łatwością przygotowania atomów w stanie $|g\rangle$ w wyniku pompowania optycznego. Trzeci czynnik pozwala wybrać stan wartość operatora F dla stanu wzbudzonego $|e\rangle$. Wybór ten opiera się na sile przejść $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ oraz $|h\rangle \rightarrow |e\rangle$. W obu protokołach pamięci (pamięć gradientowa oraz spontaniczna generacja par fotonów) zależy nam na maksymalizacji siły przejścia na, którym będzie występował interesujący nas sygnał z jednoczesną minimalizacją siły innych przejść ze stanu $|e\rangle$, na których występuje emisja spontaniczna prowadząca do dekoherencji. Rysunki 3.12 oraz 3.13 przedstawiają siły przejść (kwadraty elementów macierzy momentu dipolowego) do różnych możliwych stanów $|e\rangle$ dla obu linii ^{87}Rb . Analiza siły przejść pozwala wybrać następujące stany $|e\rangle$:

- protokół generacji par
 - zapis na linii D2 (780 nm): $|e\rangle = |F_e = 2, m_F = 0\rangle$,

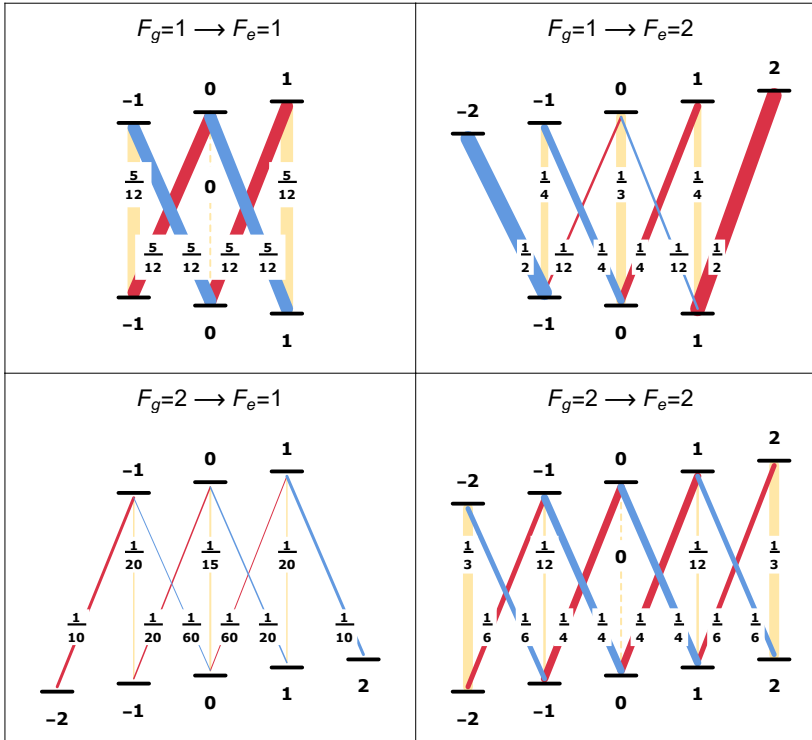
⁸⁷Rb linia D1

Rysunek 3.12: Siły przejść optycznych dla możliwych stanów wzbudzonych F_e i podstawowych $F_{g(h)}$ układu Λ dla linii D1. Polaryzacje pola wywołującego przejścia zaznaczone są kolorami: niebieski — σ_- , czerwony — σ_+ , żółty — π . Grubość linii jest proporcjonalna do siły przejścia. Widoczne jest też zniesienie degeneracji wywołane obecnością słabego pola magnetycznego.

– odczyt na linii D1 (795 nm): $|e\rangle = |F_e = 2, m_F = 0\rangle$,

- pamięć gradientowa (linia D1, 795 nm): $|e\rangle = |F_e = 1, m_F = 1\rangle$.

Powyższe rozważanie nie bierze pod uwagę efektów interferencyjnych związanych z wieloma stanami wzbudzonymi $|e\rangle$ biorącymi udział w procesie. Może to mieć znaczenie szczególnie w przypadku linii D2, dla której stany o różnym F_e mają stosunkowo małe różnice energii. W praktyce jednak uwzględnienie tych efektów sprowadza się do wybrania znaku odstrojenia od wybranego poziomu, dającego najlepszy sygnał (znak interferencji zmienia się ze znakiem odstrojenia jednofotonowego). Wybór linii D1 dla protokołu pamięci gradientowej argumentowany jest większym rozszczepieniem nadsubtelny stan wzbudzonego ~ 800 MHz co przez co uzyskujemy „czysty” układ Λ bez drugiego poziomu $|e\rangle$.

^{87}Rb linia D2

Rysunek 3.13: Siły przejść optycznych dla możliwych stanów wzbudzonych F_e i podstawowych $F_{g(h)}$ układu Λ dla linii D2. Polaryzacje pola wywołującego przejścia zaznaczone są kolorami: niebieski — σ_- , czerwony — σ_+ , żółty — π . Grubość linii jest proporcjonalna do siły przejścia. Widoczne jest też zniesienie degeneracji wywołane obecnością słabego pola magnetycznego.

Część II

Wielomodowy generator stanów Bella

Rozdział 4

Polaryzacyjne stany Bella w wielu modach

Skorelowane pary fotonów są nie tylko podstawowym narzędziem do testowania teorii kwantowej, ale także stanowią podstawę nowoczesnej optyki kwantowej, której zastosowania, takie jak bezpieczna komunikacja czy obrazowanie wspomagane kwantowo, cieszą się stale rosnącym zainteresowaniem. Począwszy od przełomowych prac Clausera i Aspecta [FC72; AGR82] spolaryzowane fotony były przez dziesięciolecia używane do demonstrowania kwantowych efektów, z których koronnym przykładem są korelacje bellowskie [Bel64]. Przez ten czas włożono dużo wysiłku w dopracowanie technik eksperymentalnych i załatanie różnych luk, przez które uzyskiwane wyniki nie falsyfikują jednoznacznie lokalnych teorii zmiennych ukrytych [Sha⁺15; Giu⁺15; Abe⁺18; Ved⁺18]. Pojawiło się też wiele demonstracji opartych na korelacjach w innych stopniach swobody, takich jak czas [Ved⁺18; Bre⁺99], pozycja [Yar⁺07] i pęd [RT90] lub moment pędu fotonów [Lea⁺09]. Jednocześnie wraz z rozwojem eksperymentalnej optyki kwantowej test polegający na wykazaniu łamania nierówności Bella stał się uniwersalnym narzędziem porównawczym, dostarczającym pomiar czystości stanów dla różnych protokołów kwantowych [AGM06; Yua⁺08]. W protokołach komunikacji kwantowej, splecione pary fotonów używane są do całkowicie bezpiecznej (odpornej na podsłuch) procedury generowania klucza kryptograficznego [AKB14; Eke92; Pan⁺14; Pir⁺15; Pir⁺20; Zha⁺17; Zwe⁺18]. Wykładnicze straty związane z przesyłem światła mimo małej wartości współczynnika strat (np. 0.02 dB/km) skutecznie jednak ograniczają osiągalną odległość na której taki klucz można generować do kilkudziesięciu km [Bun⁺18; Da⁺20]. Z tego powodu, problem generowania splecia na dużych odległościach pozostaje jednym z najbardziej fundamentalnych kroków w kierunku praktycznego wdrożenia protokołów przesyłu informacji kwantowej umożliwiających bezpieczną komunikację kwantową, a także rozproszone obliczenia kwantowe z użyciem zsynchronizowanych komputerów kwantowych [LBK05]. Ponieważ bezpośrednio wzmocnienie stanów kwantowych podczas przesyłu jest zabronione przez mechanikę kwantową (twierdzenie o zakazie klonowania), zaproponowano urządzenia zwane jako powtarzacze kwantowe umożliwiające dystrybucję splecia na większe odległości. Ich działanie polega na generowaniu splecia między stacjami pośrednimi (węzłami) i następnie wymianę splecia prowadzącą do splecia ze sobą najbardziej odległych węzłów w łańcuchu [Bri⁺98; Dua⁺01]. Pamięci kwantowe odgrywają istotną rolę w takim zadaniu, ułatwiając strategię adaptacyjne i umożliwiając hierarchiczną architekturę sieci, w której sąsiadujące ze sobą pary węzłów czekają na siebie nawzajem na zakończenie etapu generowania splecia przed próbą wymiany splecia. Warto tutaj też wspomnieć o istnieniu propozycji powtarzaczy niewymagają-

cych pamięci, a opartych na korekcji błędów [Mic⁺16; Li⁺19], jednak nadal są one nadal we wstępnej fazie rozwoju. Ponieważ wydajność powtarzaczy z pamięcią zdeterminowana jest przez dwa czynniki: sprawność i czas życia pamięci kwantowych. Dlatego kładzie się szczególny nacisk na ich optymalizację [Bao⁺12; Cho⁺16; Sab⁺13; Wan⁺19; Cao⁺20; Nun⁺10; Yan⁺16; Zha⁺09b; Zha⁺09a]. Dodatkowo, realistyczne sieci kwantowe będą najprawdopodobniej wymagały połączenia długożyjących i wydajnych realizacji z rozwiązaniami wielomodowymi [Par⁺17; Pu⁺17; Yan⁺18], rozwijanymi pozwalającymi na szybszy transfer splątania poprzez zrównoleglenie tego procesu lub multipleksację. Aktualnie rozwijane wielomodowe pamięci kwantowe wykorzystują przestrzenne [Pu⁺17; Ver⁺18], czasowe [SDA10; Tan⁺15; Gün⁺15; Wen⁺19], spektralne [Sin⁺14] lub hybrydowe [Yan⁺18] stopnie swobody do wytworzenia wielu, niezależnie adresowanych modów. Opisywana tutaj pamięć kwantowa wykorzystująca multipleksowanie kierunku emisji (składowych poprzecznych wektora falowego fotonów) jest jedną z nielicznych realizacji oferujących zarówno dużą liczbę modów, jak i możliwość manipulacji przechowywanego stanu [Par⁺17; Par⁺19].

W tym rozdziale opisuję metodę generacji i charakteryzacji polaryzacyjnych stanów Bella z użyciem wielomodowej pamięci kwantowej.

4.1 Generowanie splątanych par fotonów

Model teoretyczny opisujący oddziaływanie światła z atomami trójpoziomowymi wprowadzony we wstępie tej pracy traktował wszystkie oddziałujące pola optyczne klasycznie. Opis generacji kwantowych stanów światła wymaga rozszerzenia tego modelu poprzez kwantyzację jednego z pól optycznych (pola słabego) oraz rozszerzenie opisu stanu atomów w ramach drugiej kwantyzacji.

4.1.1 Kwantyzacja pola elektromagnetycznego

Kwantyzacji pola elektromagnetycznego można dokonać na kilka sposobów. Najpowszechniejsza metoda podręcznikowa to najprawdopodobniej tak zwana metoda kanoniczna polegająca na konstrukcji lagranżjanu pola elektromagnetycznego i następnie hamiltonianu poprzez transformację Legendre'a zmiennych kanonicznych. Hamiltonian taki jest następnie rozkładany na zestaw oscylatorów harmonicznym, a zmienne kanoniczne są kantowane poprzez zadanie reguł komutacyjnych. Niezależnie od metody kwantyzacji wynikiem jest zestaw operatorów pola elektrycznego i magnetycznego. W rozważanych tutaj zagadnieniach skupiamy się na polu elektrycznym, którego operator dla ustalonej polaryzacji można zapisać w postaci:¹

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = i \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \sqrt{\frac{\hbar\omega_k}{2\epsilon_0}} (e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - i\omega_k t} \hat{a}(\mathbf{k}) + \text{h.c.}), \quad (4.1)$$

gdzie $\hat{a}(\mathbf{k})$ jest operatorem anihilacji spełniającym reguły komutacyjne:

$$[\hat{a}(\mathbf{k}), \hat{a}^\dagger(\mathbf{k}')] = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \quad [\hat{a}(\mathbf{k}), \hat{a}(\mathbf{k}')] = 0. \quad (4.2)$$

Operator pola elektrycznego z równania (4.1) czasami wygodniej jest zapisać w dyskretnej i ortogonalnej bazie modów $u_l(\mathbf{r})$:

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = i \sum_l \sqrt{\frac{\hbar\omega_l}{2\epsilon_0}} (u_l(\mathbf{r}) e^{-i\omega_l t} \hat{a}_l + \text{h.c.}), \quad (4.3)$$

¹h.c. oznacza sprzężenie hermitowskie

co likwiduje problem fotonów w postaci fal płaskich posiadających nieskończoną energię. Operator anihilacji związany z funkcją modową $u_l(\mathbf{r})$ ma następującą postać:

$$\hat{a}_l = \int \hat{a}(\mathbf{k}) \tilde{u}_l(\mathbf{k}) d^3\mathbf{k}, \quad (4.4)$$

gdzie \tilde{u}_l jest transformatą Fouriera funkcji u_l . Operator ten spełnia analogiczne reguły komutacyjne dane przez równanie (4.2) z deltą Diraca zamienioną na deltę Kroneckera. Podobnie jak w przypadku pola klasycznego możemy dla operatora (4.1) oraz (4.3) wprowadzić wolnozmienną obwiednię, tym razem od razu w układzie propagującym się z polem:

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{\mathcal{A}}(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega_0 t} + \text{h.c.} \quad (4.5)$$

Podstawowym stanem, w jakim może być pole elektromagnetyczne, jest stan własny operatora anihilacji nazywany stanem koherentnym:

$$\hat{a}_l |\alpha\rangle_l = \alpha |\alpha\rangle_l, \quad (4.6)$$

stan ten można wygenerować działając na próżnię operatorem przesunięcia $D_l(\alpha) = \exp(\alpha \hat{a}_l^\dagger - \alpha^* \hat{a}_l)$:

$$|\alpha\rangle_l = D(\alpha) |0\rangle_l = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle_l, \quad (4.7)$$

gdzie $|n\rangle_l$ jest stanem Focka modu u_l z liczą wzbudzeń równą $n_l = \langle n | \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l | n \rangle_l$. Amplitudę klasycznego pola elektrycznego w tym języku możemy traktować jako wartość oczekiwaną operatora $\hat{\mathcal{A}}$ na stanie koherentnym w modzie \mathcal{A} . Kwantowanie części związanej z polem elektrycznym sprzężonych równań (2.41), (2.42) i (2.43) polega więc na „zadaszeniu” wolnozmiennych obwiedni \mathcal{A}_1 oraz \mathcal{A}_2 .

4.1.2 Operator fal spinowych

W półklasycznym modelu oddziaływania światło-atomy wprowadzonym we wstępie założyliśmy, że atomy są w stanie separowalnym, co pozwoliło nam na wprowadzenie spójności $\varrho_{h,g}$ odpowiedzialnej za powstawanie makroskopowej polaryzacji \mathcal{P} . Spójność taka, podobnie jak klasyczna amplituda pola elektrycznego może być interpretowana jako wartość oczekiwana pewnego operatora na stanie koherentnym wzbudzeń atomowych. Zdefiniujmy w tym celu operator anihilacji fal spinowych $\hat{s}_{\mathbf{K}}$ w postaci²:

$$\hat{s}_{\mathbf{K}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_i^N e^{-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}_i} \hat{\sigma}_{gh}^{(i)}, \quad (4.8)$$

gdzie N jest liczbą atomów w objętości V . Operator ten w granicy termodynamicznej $N \rightarrow \infty$, $n(\mathbf{r}) \simeq N/V = \text{const}$ spełnia bozonowe reguły komutacyjne:

$$[\hat{s}_{\mathbf{K}}, \hat{s}_{\mathbf{K}'}^\dagger] = \frac{1}{N} \sum_i^N e^{i(\mathbf{K}' - \mathbf{K}) \cdot \mathbf{r}_i} (\hat{\sigma}_{gg}^{(i)} - \hat{\sigma}_{hh}^{(i)}) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \delta_{\mathbf{K}\mathbf{K}'}. \quad (4.9)$$

Jego stanem własnym jest wprowadzony we wstępie stan separowalny \hat{Q}_{total} , który w przypadku czystym ze spójnością w postaci $\varrho_{h,g} = \zeta \exp(i\mathbf{K}\mathbf{r})$ można zapisać jako $\hat{Q}_{\text{total}} = |\zeta\rangle_{\mathbf{K}} \langle \zeta |_{\mathbf{K}}$ z:

$$|\zeta\rangle_{\mathbf{K}} = (1 + |\zeta|^2)^{-N/2} \bigotimes_i^N (|g\rangle + \zeta \exp(i\mathbf{K}\mathbf{r}_i) |h\rangle). \quad (4.10)$$

²Operator ten formalnie uzyskuje się z operatorów kolektywnych wzbudzeń (operatorów spinu) poprzez transformację Holsteina-Primakoffa [HP40] w przybliżeniu małej ilości wzbudzeń.

Stan ten stanowi falospinowy odpowiednik stanu koherentnego w modzie

$$u_{\mathbf{K}}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{n(\mathbf{r})}{N}} \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) \quad (4.11)$$

z wartością własną $\sqrt{N}\zeta / (1 + |\zeta|^2) \approx \sqrt{N}\zeta$. Innym interesującym stanem jest pojedyncze wzbudzenie generowane przez działanie operatorem kreacji $s_{\mathbf{K}}^\dagger$ na próżnię fal spinowych (wszystkie atomy w stanie $|g\rangle$):

$$|1\rangle_{\mathbf{K}} = s_{\mathbf{K}}^\dagger |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_i^N e^{i\mathbf{K}\mathbf{r}_i} |g\rangle^{(1)} \otimes \dots \otimes |h\rangle^{(i)} \otimes \dots \otimes |g\rangle^{(N)}. \quad (4.12)$$

Jest to stan maksymalnie splątany, zwany stanem Dicke'a i jest odpowiednikiem stanu jednofotonowego. Na koniec wprowadźmy operator gęstości fal spinowych \hat{S} , który w kwantowym zestawie równań pamięci kwantowej zastąpi spójność $q_{h,g}$ (równanie (2.43)):

$$\hat{S}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{K}} \hat{s}_{\mathbf{K}} u_{\mathbf{K}}(\mathbf{r}). \quad (4.13)$$

4.1.3 Zapis i odczyt pamięci

Powyższe wprowadzenie pozwala nam zapisać kwantowy zestaw równań (2.41), (2.42) i (2.43), w którym klasyczne amplitudy zastępujemy odpowiednimi operatorami: $\mathcal{A}_i \rightarrow \hat{\mathcal{A}}_i$, $\sqrt{n(\mathbf{r})}q_{h,g} \equiv S \rightarrow \hat{S}$. Po pogrupowaniu wspólnych czynników oraz uproszczeniu równań poprzez pominięcie strat ($\Gamma \rightarrow 0$) i dyspersji $k_i = \omega_i/c$ oraz wstawieniu rozwiązania dla przypadku jednorodnego (bez atomów, tak jak w równaniu 2.17) otrzymujemy dwa zestawy po dwa równania opisujące spontaniczny zapis i odczyt z pamięci.

Zapis

Spontaniczny zapis polega na oświetleniu atomów przygotowanych w stanie $|0\rangle = |g\rangle^{(1)} \otimes \dots \otimes |g\rangle^{(N)}$ silną wiązką $\mathcal{A}_1 \equiv \mathcal{A}_W$. W tym wypadku pole \mathcal{A}_W będziemy traktować klasycznie oraz jego ewolucję pominiemy. Mamy więc zestaw równań wyrażony poprzecznymi składowymi fourierowskich:

$$-i\sqrt{\frac{\epsilon_0}{2k_s\hbar}} \frac{\partial \hat{\mathcal{A}}_s}{\partial z} = e^{-i(\sqrt{k_s^2 - k_\perp^2} - k_s)z} \mathcal{G}_W \rho_{* \perp} S^\dagger \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial \hat{S}}{\partial t} = i\sqrt{\frac{\epsilon_0}{2k_s\hbar}} \mathcal{G}_W \rho_{* \perp} \left(e^{-i(\sqrt{k_s^2 - k_\perp^2} - k_s)z} \hat{\mathcal{A}}_s^\dagger \right) \quad (4.15)$$

ze stałą sprzężenia $\mathcal{G}_W = \sqrt{\frac{2k_s\hbar}{\epsilon_0}} \frac{d_{eg}d_{he}}{4\Delta\hbar^2} \mathcal{A}_W$, $*_{\perp}$ oznaczającym splot we współrzędnych poprzecznych oraz $\rho = \mathfrak{F}_{x,y \rightarrow k_x, k_y} \{ \sqrt{n} \}$ będącym poprzeczną transformatą Fouriera pierwiastka z gęstości atomów. Równania te możemy rozwiązać w pierwszym rzędzie zakładając $\mathcal{G}_W \ll 1$ i całkując je niezależnie:

$$\hat{\mathcal{A}}_s(k_\perp, L, t) - \hat{\mathcal{A}}_s(k_\perp, 0, t) = i\sqrt{\frac{2k_s\hbar}{\epsilon_0}} \mathcal{G}_W \int_0^L e^{-i(\sqrt{k_s^2 - k_\perp^2} - k_s)z} (\rho_{* \perp} S^\dagger)(k_\perp, z, 0) dz, \quad (4.16)$$

$$\hat{S}(k_\perp, z, T) - \hat{S}(k_\perp, z, 0) = i\sqrt{\frac{\epsilon_0}{2k_s\hbar}} \mathcal{G}_W \int_0^T \rho_{* \perp} \left(e^{-i(\sqrt{k_s^2 - k_\perp^2} - k_s)z} \hat{\mathcal{A}}_s^\dagger(k_\perp, 0, t) \right) dt. \quad (4.17)$$

Uśredniając równanie 4.16 po czasie oddziaływania T oraz dokonując transformaty Fouriera wzdłuż z równania 4.17 uzyskujemy relacje wejścia-wyjścia dla uśrednionych

po czasie oddziaływania operatorów pola elektrycznego i fal spinowych. Aby rozpoznać charakter tej transformacji, możemy dokonać rozkładu Shmidta funkcji $f(k_{\perp}) = \rho(k_{\perp}, \sqrt{k_s^2 - k_{\perp}^2})$, z którą splątane są operatory \hat{S} i \hat{A}_s :

$$f(k_{\perp} - k'_{\perp}) = \sum_n \lambda_n \psi_n^*(k_{\perp}) \phi_n^*(k'_{\perp}), \quad (4.18)$$

gdzie ψ_n i ϕ_n tworzą ortogonalne bazy. Zdefiniujemy teraz następujące operatory:

$$\hat{a}_n = -i \sqrt{\frac{\epsilon_0}{2k_s \hbar}} \int_0^T \int \psi(k_{\perp}) \hat{A}(k_{\perp}, z, t) dk_{\perp} dt, \quad (4.19)$$

$$\hat{s}_n = \int \phi(k_{\perp}) \hat{S}(k_{\perp}, \sqrt{k_s^2 - k_{\perp}^2}, t) dk_{\perp}, \quad (4.20)$$

gdzie dla $z = 0, L$ mamy odpowiednio operatory na wejściu \hat{a}_n^{in} oraz na wyjściu \hat{a}_n^{out} i podobnie dla $t = 0, T$ w przypadku \hat{s}_n . Relacja wejścia-wyjścia dla tych operatorów wygląda następująco:

$$\hat{a}_n^{\text{out}} = \hat{a}_n^{\text{in}} + \mathcal{G}(\hat{s}_n^{\text{in}})^{\dagger}, \quad (4.21)$$

$$\hat{s}_n^{\text{out}} = \hat{s}_n^{\text{in}} + \mathcal{G}(\hat{a}_n^{\text{in}})^{\dagger}, \quad (4.22)$$

co reprezentuje dwumodowe ściskanie generowane operatorem $\text{Sq}(\xi) = \exp(\xi \hat{a}_n^{\dagger} \hat{s}_n^{\dagger} + \text{h.c.})$ gdzie ξ spełnia $\mathcal{G} = \sinh(\xi)$. Operator taki w działaniu na próżnię fal spinowych i fotonów generuje stan dwumodowo ściśnięty w postaci:

$$\text{Sq}(\xi)|0\rangle = |\xi\rangle = \frac{1}{\cosh(\xi)} \sum_n (\tanh(\xi))^{2n} |n, n\rangle. \quad (4.23)$$

Fale spinowe są więc generowane wraz z fotonami sygnałowymi reprezentowanymi przez operatory \hat{a}_n .

Odczyt

Równania odczytu — konwersji fal spinowych na fotony jałowe mają analogiczną postać:

$$-i \sqrt{\frac{\epsilon_0}{2k_i \hbar}} \frac{\partial \hat{A}_i}{\partial z} = e^{-i(\sqrt{k_i^2 - k_{\perp}^2} - k_i)z} \mathcal{G}_R^* \rho *_{\perp} S, \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial \hat{S}}{\partial t} = i \sqrt{\frac{\epsilon_0}{2k_s \hbar}} \mathcal{G}_R \rho *_{\perp} (e^{-i(\sqrt{k_s^2 - k_{\perp}^2} - k_s)t} \hat{A}_i), \quad (4.25)$$

z $\mathcal{G}_R = \sqrt{\frac{2k_i \hbar}{\epsilon_0} \frac{d_{eg} d_{he}}{4\Delta \hbar^2}} \mathcal{A}_R$, gdzie $\mathcal{A}_R \equiv \mathcal{A}_2$ jest klasycznym polem wymuszającym odczyt. Równania te możemy potraktować podobnie jak równania zapisu i otrzymać następującą transformację operatorów \hat{a}_n i \hat{s}_n , z tą różnicą, że \hat{a}_n reprezentuje teraz fotony jałowe:

$$\hat{a}_n^{\text{out}} = \hat{a}_n^{\text{in}} + \mathcal{G} \hat{s}_n^{\text{in}}, \quad (4.26)$$

$$\hat{s}_n^{\text{out}} = \hat{s}_n^{\text{in}} - \mathcal{G}^* \hat{a}_n^{\text{in}}. \quad (4.27)$$

Jest to transformacja reprezentująca płytkę światłodziącą. Oznacza to, że odczyt zamienia część fal spinowych na fotony jałowe.

Zapis i odczyt

W protokole generowania splecionych par fotonów, w procesie zapisu fotony sygnałowe są generowane razem z falami spinowymi. Po programowalnym opóźnieniu fala spinowa jest przekształcana w fotony jałowe. Stan takiej pary fotonów można uzyskać podstawiając wynik transformacji operatorów \hat{S} i \hat{A} procesu zapisu do transformacji reprezentującej odczyt. W ogólności uzyskujemy wtedy transformacje operatorów $\hat{A}_s(k_\perp)$ i $\hat{A}_i(k_\perp)$, które możemy rozłożyć na dyskretne mody po dokonaniu analogicznego rozkładu Shmidta jak w przypadku procesu zapisu, gdzie funkcja f będzie w tym przypadku po prostu gęstością atomów. Generowany wtedy stan to dwumodowo ściśnięta próżnia w każdej parze modów. Efektywną liczbę modów [Chr⁺11; GRE94] uzyskuje się zazwyczaj biorąc odwrotność średniego prawdopodobieństwa $|\lambda_n|^2$, z jakim występuje dany mod w rozkładzie. Dla znormalizowanego f , mamy $\sum_n |\lambda_n|^2 = 1$, efektywna liczba modów jest więc dana przez sumy współczynników rozkładu Shmidta λ_n w czwartej potęgze:

$$M = \frac{1}{\sum_n \lambda_n^4}. \quad (4.28)$$

Skupmy się teraz na pojedynczej parze fotonów. Jej funkcję falową uzyskuje się obliczając wartość korelacji:

$$\langle \hat{A}_i(k_\perp) \hat{A}_s(k'_\perp) \rangle \propto \psi(k_\perp, k'_\perp). \quad (4.29)$$

W naszym przypadku uzyskujemy:

$$\psi(k_{s,\perp}, k_{i,\perp}) \propto \tilde{n}(k_{s,\perp} + k_{i,\perp}, \delta k_z). \quad (4.30)$$

Ponieważ rozkład atomów $n(x, y, z)$ ma zazwyczaj kształt dłuższej elipsoidy, jego transformata Fouriera jest wąskim rozkładem scentrowanym wokół $\mathbf{k} = 0$. Generowana para fotonów jest więc antyskorelowana w pędach oraz skorelowana w położeniach z ograniczeniem rozmiaru korelacji danym przez rozmiar poprzeczny chmury atomów i niedopasowanie fazowe δk_z ³. Korelacje takie są charakterystyczne dla stanów EPR (patrz niżej), oznaczmy więc $\psi = \psi_{\text{EPR}}$. Polaryzacje fotonów są natomiast ustawiane przez optykę zbiorczą. Generowany stan dwufotonowy możemy więc zapisać jako:

$$|\psi_{\text{EPR}}\rangle = \int \psi_{\text{EPR}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) |\mathbf{k}_s, H\rangle |\mathbf{k}_i, H\rangle d\mathbf{k}_s d\mathbf{k}_i, \quad (4.31)$$

gdzie H oznacza polaryzację poziomą, a funkcja falowa bifotonów ψ_{EPR} w realistycznym scenariuszu może być przybliżona przez [Dab⁺18; Par⁺17; Edg⁺12]:

$$\psi_{\text{EPR}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = \frac{\kappa}{\pi\sigma} e^{-\frac{(\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i)^2}{4\sigma^2} - \frac{\kappa^2(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i)^2}{4}}, \quad (4.32)$$

gdzie szerokości gaussowskie σ i κ^{-1} odpowiadają odpowiednio sile korelacji pędu i pozycji. Ponadto, ponieważ jesteśmy ograniczeni aperturą numeryczną, a nie rozrzutem widma dopasowania fazowego określającego zbiór dostępnych kątów emisji, założymy doskonałą korelację pozycji i przyjmijemy $\kappa \rightarrow 0$.

4.1.4 Liczba modów

Jak wprowadziliśmy powyżej, efektywną liczbę modów katowych pamięci możemy określić dokonując rozkładu Shmidta funkcji falowej $\psi_{\text{EPR}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$. W interesujących nas przypadkach funkcję tę będziemy ograniczać do prostokąta o (katowych) wymiarach $L_x \times L_y$.

³Bardziej rozwinięty opis procesu generacji par fotonów w pamięci, obejmujący rozważania dotyczące dopasowania fazowego i optymalnej konfiguracji wiązek \mathcal{A}_W oraz \mathcal{A}_R można znaleźć w pracy [Par19]

W przypadku funkcji falowej z równania 4.32 rozkład Shmidta daje następującą formułę na liczbę modów [Par⁺17]:

$$M = \alpha \times \frac{L_x L_y}{4\sigma_x \sigma_y}, \quad (4.33)$$

gdzie wprowadzając σ_x, σ_y uogólniliśmy szerokość σ , która może przyjmować różne wartości w osiach k_x i k_y . Parametr skalowania α został znaleziony numerycznie i wynosi $\alpha = 0.565$.

4.1.5 Realizacja eksperymentalna

Sekwencja eksperymentalna do generacji par fotonów opisana została w rozdziale 3. W tym konkretnym przypadku ładowanie pułapki (MOT) trwa 2 ms, co obejmuje etap kompresji (700 μ s) i chłodzenie gradientem polaryzacji (PGC), z wyłączonym pułapkującym gradientem magnetycznym (300 μ s). Po etapie ładowania MOT atomy są pompowane optycznie do stanu $F = 1, m_F = -1$ za pomocą impulsu pompy nadsubtelnej (HFP) o długości 70 μ s. Pompowanie do podpoziomu magnetycznego uzyskiwane jest przez oświetlanie atomów wzdłuż osi z kołowo spolaryzowaną wiązką lasera Zeeman będącego w rezonansie z przejściem $F = 1 \rightarrow F = 1$ linii D2. Pompowanie to trwa 55 μ s i zaczyna się wraz z pompowaniem nadsubtelnym. Wydajność pompowania Zeemanowskiego w takiej konfiguracji oszacowana została na około 70% [Par⁺17]. Dłuższy czas trwania impulsu pompy nadsubtelnej w połączeniu z dodatkowym „czyszczącym” silnym impulsem lasera odczytującego gwarantuje, że poziom służący do przechowania pojedynczych wzbudzeń ($F = 2, m_F = 1$) zostanie opróżniony przed protokołem pamięci kwantowej. Pary foton sygnałowy-fala spinowa są generowane za pomocą impulsu lasera zapisującego odstrojonego 30 MHz ku czerwieni od przejścia $F = 1 \rightarrow F' = 2$ linii D2. Impuls ma polaryzację σ_+ i trwa 300 ns. Moc lasera zapisującego (W) jest tak dobrana, aby zapewnić pożądane prawdopodobieństwo generacji pary $\chi \approx 0.01$, co w naszym przypadku odpowiada około 10 μ W. Dzięki filtrowaniu fotonów sygnałowych tak by miały polaryzację ortogonalną do fotonów lasera zapisującego, interesujące nas fale spinowe powstają pomiędzy stanami $F = 1, m_F = -1$ i $F = 2, m_F = 1$. Do konwersji (odczytu) fal spinowych na fotony jałowe używamy impulsu lasera odczytującego o długości 200 ns dostrojonego do przejścia $F = 2 \rightarrow F' = 2$ linii D1. Laser ten ma polaryzację σ_- , a jego moc jest tak dobrana, aby w czasie trwania impulsu zapewnić maksymalny odczyt wzbudzeń, co odpowiada ok. 100 μ W. Podwójna konfiguracja Λ składająca się z linii D1 i D2 rubidu-87 pozwala nam skutecznie odfiltrować fotony sygnałowe i jałowe generowane w kierunku wiązek wymuszających (zapisująca i odczytująca) od emisji wstecznych, które prowadzą do nieskorelowanych zdarzeń w detekcji i zaburzają pomiary. Wreszcie, aby zapewnić najlepszy stosunek sygnału do szumu, fotony sygnałowe i jałowe przechodzą przez wąskopasmowe filtry atomowe opisane we wstępie pracy (rozdział 3).

4.1.6 Korelacja krzyżowa drugiego rzędu

W zagadnieniu generacji par fotonów użytecznym narzędziem jest krzyżowa funkcja korelacji Glaubera drugiego rzędu oznaczana tradycyjnie jako $g^{(2)}$. Definiuje się ją w następujący sposób:

$$g_{si}^{(2)} = \frac{\langle \hat{n}_s \hat{n}_i \rangle}{\langle \hat{n}_s \rangle \langle \hat{n}_i \rangle}, \quad (4.34)$$

gdzie $\hat{n}_s(i)$ jest operatorem liczby wzbudzeń (fotonów) odpowiednio pola sygnałowego (s) i jałowego (i). Funkcja ta kwantyfikuje poziom korelacji między tymi dwoma polami, a dla każdego stanu klasycznego (np. światła laserowego, które w idealnym przypadku

jest w stanie koherentnym) jest ograniczona przez nierówność Chauchy'ego-Schwarza:

$$\left(g_{si}^{(2)}\right)^2 \leq g_{ss}^{(2)} g_{ii}^{(2)}, \quad (4.35)$$

gdzie funkcje autokorelacji $g_{ss}^{(2)}$ i $g_{ii}^{(2)}$ są w postaci $g_{ss}^{(2)} = \langle \hat{n}_s^2 - \hat{n}_s \rangle / \langle \hat{n}_s \rangle^2$. Można się łatwo przekonać, że zarówno stan termiczny, jak i koherentny spełniają powyższą nierówność wysycając ją wartościami $g^{(2)} = 1$ w przypadku koherentnym oraz $g^{(2)} = 2$ dla światła termicznego. Stąd często spotykana w literaturze granica klasyczna dana jest przez nierówność $g_{si}^{(2)} \leq 2$. W dwumodowo ściśniętej próżni $|\xi\rangle$ każde z pól z osobna jest w stanie termicznym, dlatego funkcje autokorelacji również wynoszą $g_{ss}^{(2)} = g_{ii}^{(2)} = 2$. Korelacja krzyżowa jest zaś w postaci:

$$g_{si}^{(2)} = 1 + \frac{1}{\tanh(\xi)} = 1 + \frac{1}{p}, \quad (4.36)$$

co dla $p < 1$ łamie nierówność (4.35), a dla $p \rightarrow 0$ mamy $g_{si}^{(2)} \rightarrow \infty$. Drugim ekstremalnym przypadkiem jest para fotonów, dla którego $g_{si}^{(2)} = 1$, a funkcje autokorelacji wynoszą 0. W eksperymencie badane pola zawsze będą zawierały szum, który ograniczy możliwe do uzyskania wartości funkcji $g_{si}^{(2)}$. Aby to skwantyfikować, rozważmy interesujący nas przypadek małego prawdopodobieństwa generacji pary na mod $p \ll 1$. W takim przypadku możemy przybliżyć funkcję korelacji krzyżowej za pomocą prawdopodobieństw:

$$g_{si}^{(2)} = \frac{p_{si}}{p_s p_i}, \quad (4.37)$$

gdzie p_{si} to prawdopodobieństwo zarejestrowania koincydencji, a $p_s(i)$ to prawdopodobieństwa zarejestrowania pojedynczego zliczenia w modzie ramienia sygnałowego (jałowego). Prawdopodobieństwa te możemy rozpisać w następujący sposób:

$$p_s = p\eta_s + \zeta_s, \quad (4.38)$$

$$p_i = p\eta_i + \zeta_i, \quad (4.39)$$

$$p_{si} = p\eta_s\eta_i + p_s p_i, \quad (4.40)$$

gdzie $\eta_{s(i)}$ to wydajność układu detekcji dla każdego z ramion, zawierająca w sobie wydajność pamięci w przypadku fotonu jałowego. Człony oznaczone jako $\zeta_{s(i)}$ reprezentują prawdopodobieństwo rejestracji zliczenia pochodzącego z szumu w każdym z ramion, a $p\eta_s\eta_i$ to prawdopodobieństwo wygenerowania i zarejestrowania skorelowanej pary fotonów. Rozpisując iloczyn $p_s p_i = p\eta_s\zeta_i + p\eta_i\zeta_s + p^2\eta_s\eta_i + \zeta_s\zeta_i$ możemy zidentyfikować człony odpowiadające koincydencjom foton-szum: $p\eta_s\zeta_i$ oraz $p\eta_i\zeta_s$; koincydencjom między fotonami pochodzącymi z dwóch par: $p^2\eta_s\eta_i$ oraz koincydencje szum-szum: $\zeta_s\zeta_i$, które z uwagi na minimalny wkład $\zeta_s\zeta_i \ll p\eta_s\zeta_i, p\eta_i\zeta_s$ pominiemy. Uzyskujemy wtedy następujące wyrażenie na $g^{(2)}$:

$$g_{si}^{(2)} \simeq 1 + \frac{1}{p + \zeta_s/\eta_s + \zeta_s/\eta_s}. \quad (4.41)$$

Widzimy stąd, że warunkiem na otrzymanie dużej wartości funkcji korelacji krzyżowej jest zapewnienie małego szumu w obu ramionach, a w szczególności w ramieniu jałowym ponieważ zazwyczaj $\eta_s > \eta_i$. Pamiętając o założeniu małego p możemy jeszcze wyrazić funkcję (4.42) za pomocą średniej liczby fotonów w ramieniu sygnałowym $\bar{n}_s \simeq p_s$, co daje nam formułę którą można bezpośrednio porównywać z wynikami eksperymentów:

$$g_{si}^{(2)} \simeq 1 + \frac{1}{\bar{n}_s/\eta_s + \zeta_s/\eta_s}. \quad (4.42)$$

Powyższe rozważania dotyczą przypadku jednomodowego (jeden mod dla fotonu sygnałowego i jeden dla fotonu jałowego). Stan generowany w pamięci $|\psi_{\text{EPR}}\rangle$ reprezentuje pary fotonów rozsiane na M par modów w przestrzeni wektorów falowych. Możemy więc rozważyć gęstości prawdopodobieństw odpowiadające rozważanym powyżej możliwym koincydencjom i pojedynczym zdarzeniom detekcji fotonów sygnałowych i jałowych. Gęstości te są następujące:

$$p_{si}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = pM\eta_s\eta_i|\psi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)|^2 + p_s p_i \quad (4.43)$$

$$p_s = pM\eta_s / (L_x L_y) + M\zeta_s / (L_x L_y) \quad (4.44)$$

$$p_i = pM\eta_i / (L_x L_y) + M\zeta_i / (L_x L_y), \quad (4.45)$$

$$(4.46)$$

gdzie p tak jak poprzednio reprezentuje prawdopodobieństwo wygenerowania pary w (pojedynczym) modzie. Stąd, przy tych samych założeniach co do $\zeta_{s(i)}$ oraz p mamy:

$$g^{(2)}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = 1 + \frac{(L_x L_y)^2 |\psi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)|^2}{M} \frac{1}{p + \zeta_s/\eta_s + \zeta_i/\eta_i}, \quad (4.47)$$

co po wstawieniu $M = \alpha \frac{L_x L_y}{4\sigma_x \sigma_y}$ oraz pełnej formy $|\psi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)|$ z normalizacją w przybliżeniu $\sigma = \sigma_x = \sigma_y \ll L_x, L_y$ daje:

$$g^{(2)}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = 1 + \exp\left(-\frac{(\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i)^2}{2\sigma^2}\right) \frac{2}{\pi\alpha} \frac{1}{p + \zeta_s/\eta_s + \zeta_i/\eta_i}, \quad (4.48)$$

z maksymalną wartością dla $\mathbf{k}_s = -\mathbf{k}_i$ wynoszącą:

$$\max g^{(2)}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = 1 + \frac{2}{\pi\alpha} \frac{1}{p + \zeta_s/\eta_s + \zeta_i/\eta_i}. \quad (4.49)$$

4.1.7 Nierówności Bella

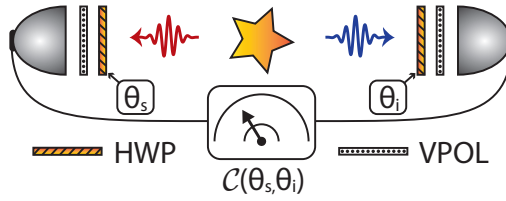
Nierówność Bella [Bel64] powstała jako odpowiedź na słynną pracę Einsteina, Podolsky'ego i Rosena (EPR) [EPR35] dotyczącą kompletności teorii kwantowej. W tej pracy EPR rozważają stan dwóch skorelowanych cząstek A i B , którego funkcja falowa w reprezentacji położeniowej ma następującą postać:

$$\langle x_A | \langle x_B | \psi_{\text{EPR}} \rangle = \psi_{\text{EPR}}(x_A, x_B) = \int e^{-i(\hbar)(x_A - x_B)p} dp = \delta(x_A - x_B). \quad (4.50)$$

Zaniepokojenie EPR wynikało z faktu, że funkcję falową $\psi_{\text{EPR}}(x_A, x_B)$ można zapisać w dwóch specyficznych postaciach:

$$\begin{aligned} \psi_{\text{EPR}}(x_A, x_B) &= \int \underbrace{e^{-\frac{ix_A p}{\hbar}}}_{\pi_p(x_A)} \underbrace{e^{\frac{ix_B p}{\hbar}}}_{\pi_{-p}(x_B)} dp \\ &= \int \underbrace{\delta(x_A - x)}_{\zeta_x(x_A)} \underbrace{\delta(x_B - x)}_{\zeta_x(x_B)} dx, \end{aligned} \quad (4.51)$$

gdzie $\pi_p(x)$ jest funkcją własną operatora pędu $\hat{p} = i\hbar\partial/\partial x$ o wartości własnej p , a $\zeta_q(x)$ jest funkcją własną operatora położenia $\hat{x} = x$ o wartości własnej równej q . Istnienie takiego rozkładu oznacza, że mierząc położenie, lub pęd jednej z cząstek sprowadzamy drugą cząstkę odpowiednio do stanu o dobrze określonym położeniu, lub pędzie, mimo że cząstki ze sobą nie oddziałują i mogą być rozseparowane w taki sposób, że pomiary



Rysunek 4.1: Schemat jednocanałowego testu Bella. Fotony emitowane przez źródło (gwiazda) są rejestrowane przez dwa czułe na polaryzację systemy detekcji składające się z płytki półfalowej (HWP), absorpcyjnego polaryzatora pionowego (VPOL) oraz detektora czułego na pojedyncze fotony. Na podstawie wyników detekcji dla danego ustawienia detektorów θ_s, θ_i obliczana jest funkcja korelacji $C(\theta_s, \theta_i)$.

obu cząstek są zdarzeniami przyczynowo niezależnymi. Połączenie tej własności z faktem, że pęd i położenie to niekomutujące obserwabale prowadzi do wniosku, że druga cząstka może przyjmować dwa fizycznie rozróżnialne stany w zależności od pomiaru wykonanego na pierwszej cząstce. Ten wynik oznaczający występowanie nielokalnych efektów w teorii kwantowej doprowadził EPR do wniosku, że teoria kwantowa jest niekompletna i może zostać uzupełniona poprzez wprowadzenie tak zwanych zmiennych ukrytych, które opisują w sposób deterministyczny stan danego układu fizycznego. Bell w swojej pracy [Bel64] wykazał, że mechanika kwantowa przewiduje istnienie stanów wykazujących korelacje, których nie da się opisać za pomocą żadnej lokalnej teorii zmiennych ukrytych. Rozważania Bella dotyczyły oryginalnie splątanych cząstek o spinie $1/2$, a nie stanu EPR. Układ taki został zasugerowany przez Aharonova i Bohma [BA57] jako łatwiejszy do realizacji eksperymentalnej, szczególnie w kontekście użycia spolaryzowanych fotonów. Takim właśnie układ będziemy tutaj rozważać.

W literaturze powszechne są dwa schematy pomiarowe do badania nierówności Bella: z użyciem polaryzatorów jednocanałowych (stratnych) lub dwucanałowych (unitarnych). Do każdego z tych schematów istnieje nierówność pozwalająca przeprowadzić test Bella.

Nierówność jednocanałowa

W przypadku jednocanałowym przedstawionym na rysunku 4.1 fotony emitowane przez źródło znajdujące się na środku (gwiazda) są rejestrowane przez jednocanałowe, czułe na polaryzację układy detekcji składające się z płytki półfalowej (HWP) oraz absorpcyjnego polaryzatora ustawionego dla ustalenia uwagi w osi pionowej (VPOL). Kąt rejestrowanej polaryzacji ustalany jest przez obrót płytki i wynosi odpowiednio θ_s i θ_i dla fotonu sygnałowego (s) i jałowego (i). Przeprowadzenie testu polega na rejestracji wielu zliczeń dla różnych polaryzacji, obliczeniu odpowiadających im wartościom funkcji korelacji $C(\theta_s, \theta_i)$ i sprawdzeniu, czy otrzymane wyniki łamią jednocanałowy wariant nierówności Bella znany jako CH74 [CH74]. Do wyprowadzenia nierówności CH74 zakładamy, że stan fotonów wyemitowanych przez źródło opisuje nieznan nam parametr λ (zmienna ukryta). Wtedy, prawdopodobieństwa detekcji dla układów pomiarowych ustawionych pod kątami θ_s i θ_i możemy zapisać jako:

$$p_s^{\theta_s} = \int d\lambda \rho(\lambda) p_s^{\theta_s}(\lambda), \quad (4.52)$$

$$p_i^{\theta_i} = \int d\lambda \rho(\lambda) p_i^{\theta_i}(\lambda), \quad (4.53)$$

$$p_{si}^{\theta_s, \theta_i} = \int d\lambda \rho(\lambda) p_{si}^{\theta_s, \theta_i}(\lambda) = \int d\lambda \rho(\lambda) p_s^{\theta_s}(\lambda) p_i^{\theta_i}(\lambda), \quad (4.54)$$

gdzie $\rho(\lambda)$ jest rozkładem prawdopodobieństwa możliwych parametrów λ . W powyższym sformułowaniu dokonaliśmy rozkład prawdopodobieństwa koincydencji $p_{si}^{\theta_s, \theta_i}(\lambda)$ na iloczyn prawdopodobieństw $p_s^{\theta_s}(\lambda)p_i^{\theta_i}(\lambda)$. Taki rozkład jest bezpośrednią konsekwencją warunku lokalności teorii zmiennych ukrytych i wyklucza nagłą zmianę stanu fotonu s pod wpływem zmierzenia fotonu i i vice versa. Przy tych założeniach wybierzmy teraz po dwa ustawienia pomiarowe dla obu stron: $\{\theta_s, \theta'_s\}$ i $\{\theta_i, \theta'_i\}$. Dla prawdopodobieństw detekcji w tych ustawieniach mamy:

$$0 \leq p_s^{\theta_s}(\lambda) \leq p_s^\infty(\lambda) \leq 1, \quad (4.55)$$

$$0 \leq p_s^{\theta'_s}(\lambda) \leq p_s^\infty(\lambda) \leq 1, \quad (4.56)$$

$$0 \leq p_i^{\theta_i}(\lambda) \leq p_i^\infty(\lambda) \leq 1, \quad (4.57)$$

$$0 \leq p_i^{\theta'_i}(\lambda) \leq p_i^\infty(\lambda) \leq 1, \quad (4.58)$$

$$(4.59)$$

gdzie $p_{s(i)}(\lambda, \infty)$ oznaczają prawdopodobieństwa detekcji po wyjęciu polaryzatora. Zakładamy tutaj dodatkowo, że żaden z polaryzatorów nie powoduje wzmocnienia sygnału, tj. że po wyjęciu polaryzatorów prawdopodobieństwo detekcji może tylko wzrosnąć. Dla takiego zestawu nierówności prawdziwa jest następująca nierówność [CH74]:

$$\begin{aligned} & - p_s^\infty(\lambda)p_i^\infty(\lambda) \leq \\ & p_s^{\theta_s}(\lambda)p_i^{\theta_i}(\lambda) - p_s^{\theta_s}(\lambda)p_i^{\theta'_i}(\lambda) + p_s^{\theta'_s}(\lambda)p_i^{\theta_i}(\lambda) + p_s^{\theta'_s}(\lambda)p_i^{\theta'_i}(\lambda) - p_s^{\theta'_s}(\lambda)p_i^\infty(\lambda) - p_s^\infty(\lambda)p_i^{\theta_i}(\lambda) \\ & \leq 0, \quad (4.60) \end{aligned}$$

która po scałkowaniu z $\rho(\lambda)$ daje:

$$- p_{si}^{\infty, \infty} \leq p_{si}^{\theta_s, \theta_i} - p_{si}^{\theta_s, \theta'_i} + p_{si}^{\theta'_s, \theta_i} + p_{si}^{\theta'_s, \theta'_i} - p_{si}^{\theta'_s, \infty} - p_{si}^{\infty, \theta_i} \leq 0. \quad (4.61)$$

Co ciekawe, w nierówności tej występują jedynie prawdopodobieństwa koincydencji, a całą nierówność można przeskalować przez całkowitą liczbę emisji, co daje możliwość testowania jej bez znajomości jasności źródła (całkowitej liczby emisji w eksperymencie) i z użyciem małowydajnych detektorów. Gdy powrócimy do oryginalnych założeń, tj. pominiemy założenie o niewzmacnianiu w układzie detekcji, nierówność ta upraszcza się do:

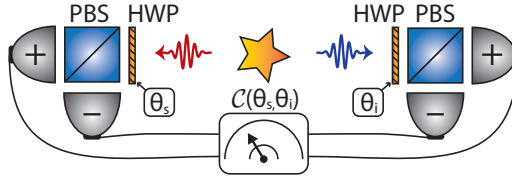
$$- 1 \leq p_{si}^{\theta_s, \theta_i} - p_{si}^{\theta_s, \theta'_i} + p_{si}^{\theta'_s, \theta_i} + p_{si}^{\theta'_s, \theta'_i} - p_s^{\theta'_s} - p_i^{\theta_i} \leq 0, \quad (4.62)$$

co w literaturze często nazywane jest nierównością CH74. Nierówność tą nadal możemy testować bez znajomości całkowitej liczby emisji źródła, jednak z uwagi na to, że prawdopodobieństwo koincydencji ma kwadratowe skalowanie w wydajności detekcji η : $p_{si} \propto \eta^2$, a prawdopodobieństwo pojedynczego zliczenia liniowe: $p_{s(i)} \propto \eta$ taki test wymaga już bardzo wydajnych detektorów.

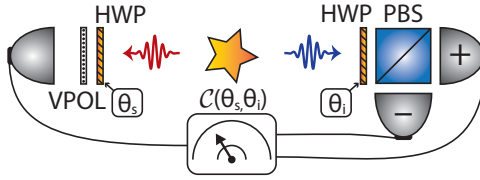
Rozważmy teraz dwufotonowy stan w postaci:

$$|\psi_B\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_s |V\rangle_i + |V\rangle_s |H\rangle_i). \quad (4.63)$$

Łatwo się przekonać, że prawdopodobieństwa znalezienia tych dwóch fotonów w stanie z równika sfery Blocha $|\theta_s\rangle_s |\theta_i\rangle_i$, gdzie $|\theta\rangle = 1/\sqrt{2}(|H\rangle + e^{i\theta}|V\rangle)$ wynosi $p_{si}^{\theta_s, \theta_i} = (1 + \cos(\theta_s - \theta_i))/4$, oraz $p_{s(i)}^{\theta_s(i)} = 1/2$. Jeśli wybierzemy teraz zestaw pomiarów z $\theta_s = 0$, $\theta'_s = \pi/2$, $\theta_i = \pi/4$, $\theta'_i = 3\pi/4$ to zauważymy, że wyrażenie środkowe w nierówności (4.62) wynosi $(\sqrt{2} - 1)/2 > 0$. Łamanie lewej strony nierówności otrzymujemy dla pomiarów dla jednej ze stron przesuniętych o π .



Rysunek 4.2: Schemat dwukanałowego testu Bella. Fotony emitowane przez źródło (gwiazda) są rejestrowane przez dwa czułe na polaryzację systemy detekcji składające się z płytki półfalowej (HWP), polaryzacyjnej płytki światłodziеляjącej oraz dwóch detektorów czułych na pojedyncze fotony. Na podstawie wyników detekcji z par detektorów dla danego ustawienia osi pomiarów θ_s, θ_i obliczana jest funkcja korelacji $C(\theta_s, \theta_i)$.



Rysunek 4.3: Schemat hybrydowego testu Bella. Fotony emitowane przez źródło (gwiazda) są rejestrowane przez dwa systemy detekcji. Detektor fotonu sygnałowego (s) składa się z płytki półfalowej (HWP), absorpcyjnego polaryzatora w osi pionowej (VPOL) oraz pojedynczego detektora czułego na pojedyncze fotony. Detektor fotonu jałowego (i) jest dwukanałowy i zawiera polaryzacyjną płytkę światłodziеляjącą oraz dwa detektory czułe na pojedyncze fotony. Na podstawie wyników detekcji dla danego ustawienia osi pomiarów θ_s, θ_i obliczana jest funkcja korelacji $C(\theta_s, \theta_i)$.

Nierówność dwukanałowa

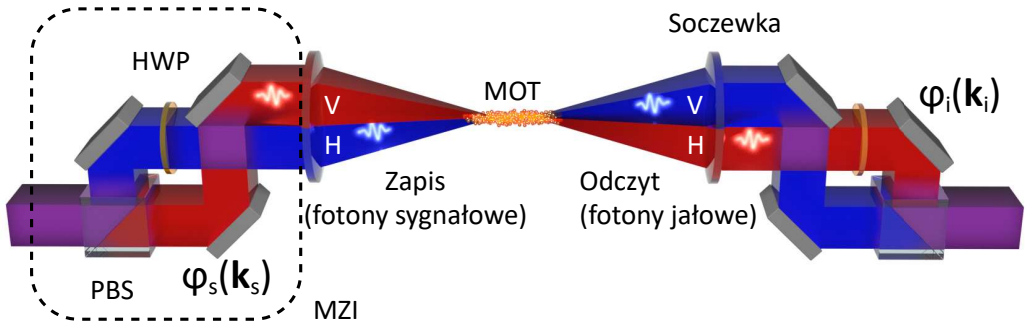
Standardową nierówność dla scenariusza dwukanałowego przedstawionego na rysunku 4.2 można wyprowadzić bezpośrednio z nierówności jednokanałowej. Wystarczy podzielić eksperyment dwukanałowy na cztery eksperymenty jednokanałowe, wybierając kolejne możliwe pary detektorów: $(s, i) \in \{(+, +), (+, -), (-, +), (-, -)\}$. Dla tych czterech konfiguracji mamy cztery nierówności 4.62 indeksowane wyborem detektorów + lub -. Mnożąc nierówności o indeksach krzyżowych (+- lub -+) przez -1 i sumując wszystkie 4 nierówności, otrzymujemy następujące wyrażenie:

$$-2 \leq \mathcal{P}^{\theta_s, \theta_i} - \mathcal{P}^{\theta_s, \theta'_i} + \mathcal{P}^{\theta'_s, \theta_i} + \mathcal{P}^{\theta'_s, \theta'_i} \leq 2 \quad (4.64)$$

z funkcją korelacji prawdopodobieństwa $\mathcal{P}^{\theta_s, \theta_i}$ zdefiniowaną jako $\mathcal{P}^{\theta_s, \theta_i} = p_{++}^{\theta_s, \theta_i} - p_{+-}^{\theta_s, \theta_i} - p_{-+}^{\theta_s, \theta_i} + p_{--}^{\theta_s, \theta_i}$. Jest to nierówność znana jako CHSH używana w większości eksperymentalnych demonstracji korelacji bellowskich. Środkowe wyrażenie w 4.64 jest często oznaczane jako parametr $S = \mathcal{P}^{\theta_s, \theta_i} - \mathcal{P}^{\theta_s, \theta'_i} + \mathcal{P}^{\theta'_s, \theta_i} + \mathcal{P}^{\theta'_s, \theta'_i}$, który dla czystego stanu (4.63) przyjmuje maksymalną wartość równą $2\sqrt{2}$ co w oczywisty sposób łamie nierówność (4.64).

Nierówność w scenariuszu hybrydowym

Rozważmy teraz przypadek hybrydowy, w którym jedna strona detekcji posługuje się detektorem jednokanałowym, a druga dwukanałowym. Sytuację tą przedstawia Rysunek 4.3. Nierówność dla takiego schematu możemy wyprowadzić, zauważając, że nierówności (4.58, 4.59) indeksowane wyborem detektora + lub - możemy zmodyfikować w



Rysunek 4.4: Układ do generowania polaryzacyjnych stanów bella w wielu modach przestrzennych.

następujący sposób:

$$0 \leq p_{i,\pm}^{\theta_i}(\lambda) \leq p_{i,+}^{\theta_i}(\lambda) + p_{i,-}^{\theta_i}(\lambda) \leq 1, \quad (4.65)$$

$$0 \leq p_{i,\pm}^{\theta'_i}(\lambda) \leq p_{i,+}^{\theta'_i}(\lambda) + p_{i,-}^{\theta'_i}(\lambda) \leq 1. \quad (4.66)$$

$$(4.67)$$

Po zastosowaniu jak w przypadku nierówności (4.68) uzyskujemy dwie nierówności:

$$-p_{si,\mp}^{\infty,\theta_i} \leq p_{si,\pm}^{\theta_s,\theta_i} - p_{si,\pm}^{\theta_s,\theta'_i} - p_{si,\mp}^{\theta'_s,\theta_i} + p_{si,\pm}^{\theta'_s,\theta'_i} \leq p_{si,\pm}^{\infty,\theta_i}, \quad (4.68)$$

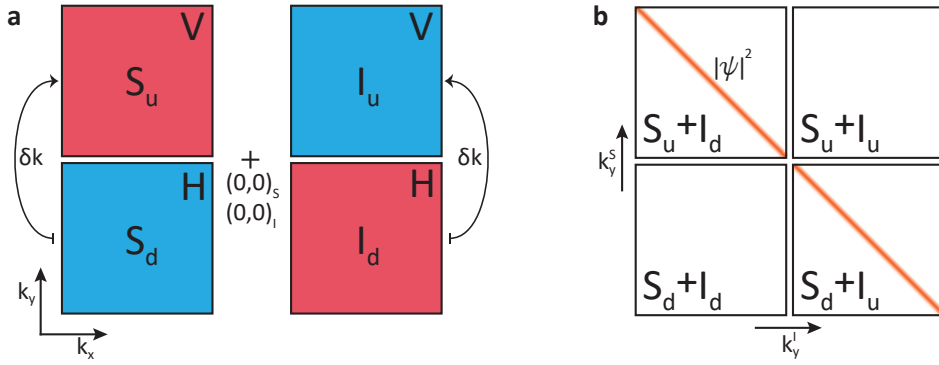
które po odjęciu od siebie dają ostatecznie:

$$|\mathcal{P}^{\theta_s,\theta_i} - \mathcal{P}^{\theta_s,\theta'_i} + \mathcal{P}^{\theta'_s,\theta_i} + \mathcal{P}^{\theta'_s,\theta'_i} - \mathcal{P}^{\infty,\theta_i}| \leq p_+^{\infty,\theta_i} + p_-^{\infty,\theta_i}, \quad (4.69)$$

z uproszczoną funkcją korelacji prawdopodobieństwa $\mathcal{P}^{\theta_s,\theta_i} = p_+^{\theta_s,\theta_i} - p_-^{\theta_s,\theta_i}$. Podobnie jak w nierówności (4.68), wszystkie prawdopodobieństwa w (4.69) są związane z koincydencjami si co oznacza, że nierówność ta może być testowana bez znajomości całkowitej liczby emisji. Jednak, aby rzetelnie wykonać pomiary potrzebne do sprawdzenia tej nierówności, źródło musi być bardzo stabilne w czasie, szczególnie przy usuwaniu polaryzatora (ustawienie ∞). Podobnie jak poprzednie nierówności, nierówność ta jest maksymalnie łamana dla stanu w postaci (4.63), dla którego środkowe wyrażenie przyjmuje maksymalną wartość bezwzględną równą $\sqrt{2}$ dla pomiarów jak w przypadku nierówności jednokanałowej.

4.1.8 Konwersja do polaryzacyjnych stanów Bella

Do przekształcenia stanów typu EPR (4.32) generowanych w pamięci kwantowej na polaryzacyjne stany Bella używamy zestawu dwóch zmodyfikowanych interferometrów Maha-Zehndera (MZI) przedstawionych na rysunku 4.4. Fotony sygnałowe s (signal) oraz jałowe i (idler) są zbierane przez dwa identyczne układy do obrazowania dalekiego pola (przedstawione jako pojedyncze soczewki na rys. 4.4). Następnie fotony przechodzą przez układy podobne do MZI, gdzie każda z wiązek (signal lub idler) jest dzielona na pół i powstałe w ten sposób dwa obszary (górną $-\textcircled{U}$ i dolną $-\textcircled{D}$) są łączone na polaryzacyjnej płytce światłodzielną (PBS) z pomocą płytki półfalowej (HWP). Ponieważ interferometry są umieszczone w dalekim polu chmury atomów (źródła), przechylenie jednego ze zwierciadeł MZI powoduje powstanie różnicy dróg optycznych zależnej od



Rysunek 4.5: **a** Wybrane obszary w przestrzeni wektorów falowych fotonów sygnałowych ($S = S_u + S_d$) i fotonów jałowych ($I = I_u + I_d$) wykorzystywane do generacji stanów Bella w wielu modach kątowych. **b** Korelacje jakie wykazuje funkcja falowa ψ_{EPR} w pionowej współrzędnej (k_y z podziałem na poszczególne obszary w przestrzeni $S \times I$)

wektora falowego co przekłada się na różnicę faz pomiędzy dwoma łączonymi ścieżkami co zaznaczono na rysunku 4.4.

Aby uzyskać transformację jakiej doznają fotony emitowane przez chmurę atomów w wyniku przejściu przez taki układ, rozbijmy stan (4.31) na części odpowiadające interesującym nas obszarom w przestrzeni wektorów falowych, przedstawionych na rysunku 4.5a. Ograniczmy więc najpierw oryginalny stan (4.31) do obszaru $(S_u + S_d) \times (I_u + I_d)$. Zauważmy teraz, że dla silnych korelacji w pędach ($\kappa \ll \delta k$) tylko całki po obszarach krzyżowych ($S_u \times I_d$, $S_d \times I_u$) dają wkład do całości stanu, co widać na rysunku 4.5b. Możemy więc zapisać:

$$|\tilde{\psi}_{\text{EPR}}\rangle \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{S_u \times I_d} d\mathbf{k}_s d\mathbf{k}_i \tilde{\psi}_{\text{EPR}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) |\mathbf{k}_s, V\rangle |\mathbf{k}_i, V\rangle \quad (4.70)$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{S_d \times I_u} d\mathbf{k}_s d\mathbf{k}_i \tilde{\psi}_{\text{EPR}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) |\mathbf{k}_s, V\rangle |\mathbf{k}_i, V\rangle, \quad (4.71)$$

gdzie $\tilde{\psi}_{\text{EPR}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ jest funkcją falową bifotonu (4.32) znormalizowaną na pojedynczym obszarze krzyżowym. Stan ten po przejściu przez układ dwóch interferometrów zmieniających polaryzację dolnej części (\textcircled{D}) na H oraz przesuwających ją o δk w kierunku \hat{y} jak zaznaczono na rysunku 4.5a ulega transformacji do stanu:

$$|\psi_B\rangle = \quad (4.72)$$

$$\int_{S_u \times I_u} d\mathbf{k}_s d\mathbf{k}_i e^{i\varphi_s(\mathbf{k}_s)} \tilde{\psi}_{\text{EPR}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i - \delta\mathbf{k}) |\mathbf{k}_s, V\rangle |\mathbf{k}_i, H\rangle + \quad (4.73)$$

$$\int_{S_u \times I_u} d\mathbf{k}_s d\mathbf{k}_i e^{i\varphi_i(\mathbf{k}_i)} \tilde{\psi}_{\text{EPR}}(\mathbf{k}_s - \delta\mathbf{k}, \mathbf{k}_i) |\mathbf{k}_s, H\rangle |\mathbf{k}_i, V\rangle \equiv$$

$$\int_{S_u \times I_u} d\mathbf{k}_s d\mathbf{k}_i \tilde{\psi}_{\text{EPR}}\left(\mathbf{k}_s - \frac{\delta\mathbf{k}}{2}, \mathbf{k}_i - \frac{\delta\mathbf{k}}{2}\right) |\mathbf{k}_s\rangle |\mathbf{k}_i\rangle |\Psi(\varphi_s(\mathbf{k}_s) - \varphi_i(\mathbf{k}_i))\rangle, \quad (4.74)$$

z $\delta\mathbf{k} = \delta k\hat{y}$ i stanem polaryzacyjnym:

$$|\Phi(\phi)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle|V\rangle + \exp(i\phi)|V\rangle|H\rangle). \quad (4.75)$$

Przez $\varphi_{s(i)}(\mathbf{k}_{s(i)})$ oznaczamy dodatkową fazę dodaną przed nałożeniem z każdej strony. Stan $|\psi_B\rangle$ reprezentuje indeksowaną wektorami falowymi superpozycję polaryzacyjnych stanów Bella i wykazuje zarówno korelacje typu EPR i bellowskie.

Faza MZI

Stan podany w Równaniu (4.74) ma nietrywialną współzależność pomiędzy przestrzennym i polaryzacyjnym stopniem swobody daną poprzez fazę zależną od wektorów falowych $\phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = \varphi_w(\mathbf{k}_s) - \varphi_r(\mathbf{k}_i)$, którą można właściwie dowolnie kształtować, np. poprzez umieszczenie przestrzennego modulatora światła (SLM) w dalekim polu chmury atomowej. Otwiera to różne możliwości eksperymentalne, na przykład, wybierając $\phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ dla najbardziej skorelowanych par $\mathbf{k} = \mathbf{k}_s = \mathbf{k}_i$ okresowo równy π lub 0 na prostokątnej siatce, generujemy stany bella Φ_- albo Φ_+ , w zależności od wektora falowego \mathbf{k} . Ponieważ foton sygnałowy jest generowany w superpozycji wszystkich dostępnych wartości \mathbf{k}_s , wybór \mathbf{k}_s jest z natury losowy. Takie kwantowo-losowe próbkowanie wygenerowanych stanów jest równoważne kwantowo-losowemu wyborowi baz pomiarowych dla Alicji i Bogdana w BSM (ponieważ zmiana stanów jest równoważna zmianie baz). Po wykonanym pomiarze źródło może ujawnić dokładny profil fazowy $\phi(\mathbf{k})$, który został zastosowany, pozwalając Alicji i Bogdanowi na interpretację ich wyników.

Rozdział 5

Charakteryzacja wytwarzanych stanów Bella

W tym rozdziale przedstawiam generowanie dwufotonowych, polaryzacyjnych stanów Bella w około $M \approx 550$ niezależnych modach kątowych pamięci kwantowej, umożliwiającej opóźnienie drugiego fotonu z pary o dziesiątki μs . Nielokalność wytwarzanych stanów jest weryfikowane przez złamanie nierówności Bella w wielu modach na raz. Analiza niedoskonałości układu obejmuje zależną od wektora falowego długość czasu życia, wpływ szumów zewnętrznych oraz zdarzeń wielofotonowych. Wyniki opisane w tym rozdziale zostały opublikowane w pracy [Lip⁺21].

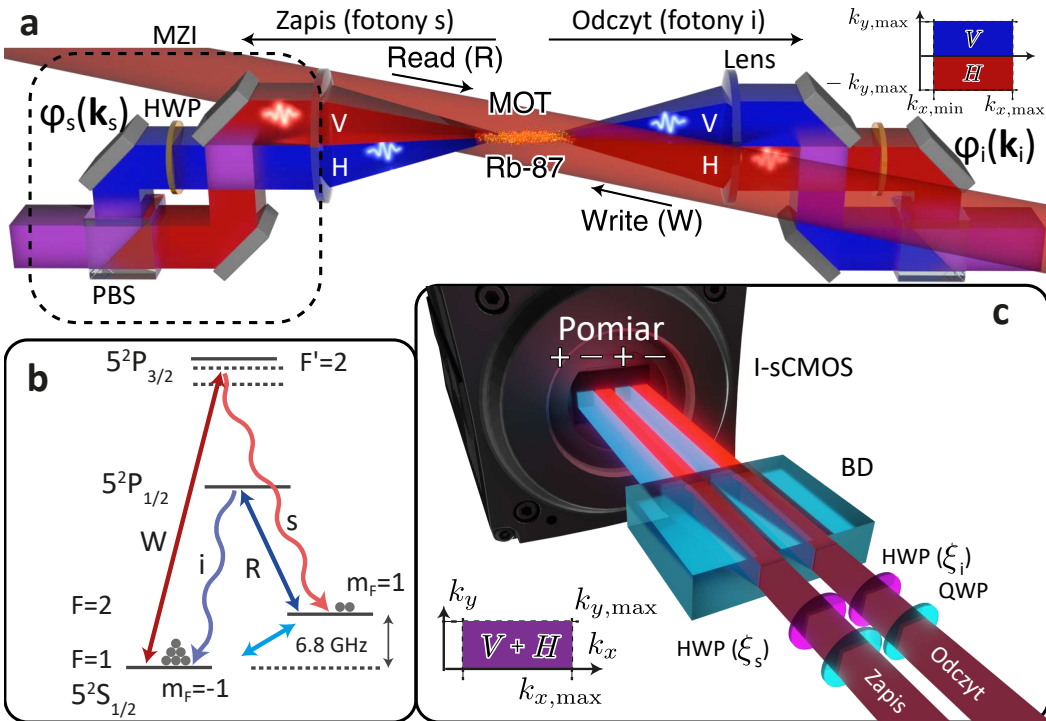
5.1 Pomiar stanów Bella

Aby ilościowo określić splątanie wygenerowanych stanów, przeprowadzamy pomiar belowski (BSM) mierząc korelacje polaryzacyjne między ścieżką sygnałową i jałową. Te dwie strony pomiarowe nazwiemy standardowo Alicją i Bogdanem. Dla liniowej fazy MZI $\Phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$, wynikającej ze skrzywienia lustra jednego z interferometrów, najlepiej wybrać obie bazy pomiarowe jako leżące na równiku sfery Blocha. Taki wybór zapewnia, że widzialność pomiaru BSM pozostaje stała niezależnie od fazy $\Phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$. Układy pomiarowe realizujące rzutowy pomiar polaryzacji na stan $|\theta\rangle$ z rozdzielczością przestrzenną jest realizowany przy pomocy dwójłomnego rozdzielacza wiązki (BD) z fazą θ regulowaną przez płytki półfalowe (HWP). Dwa porty wyjściowe BD oznaczone jako \pm są obserwowane za pomocą czulej na pojedyncze fotony kamery I-sCMOS [LPW18], która różni poszczególne kierunki emisji z rozdzielczością 1 px odpowiadającą 2.38 rad/mm. Lokalne, uogólnione operatory pomiarowe (POVM) Alicji i Bogdana $\{\Theta(\mathbf{k})\}_{\mathbf{k}}(\theta)$ realizowane przez taki układ dane są przez:

$$\Theta(\mathbf{k}, \theta) = |\mathbf{k}\rangle\langle\mathbf{k}| \otimes \Pi_\theta \quad (5.1)$$

z $\Pi_\theta = \hat{\sigma}_x \cos \theta + \hat{\sigma}_y \sin \theta$, gdzie $\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y$ są operatorami Pauliego, a θ parametryzuje pomiar (np. $\theta = 0, \theta = \pi/2$ odpowiadają pomiarowi odpowiednio w skośnych i kołowych bazach polaryzacji). Co istotne, niektóre zliczenia zarejestrowane przez kamerę odpowiadają ciemnym zliczeniom, fotonom z komponentu wieloekscytacyjnego $\mathcal{O}(\chi)$ lub błędom w ustawieniu eksperymentalnym. Aby zamodelować te niedoskonałości, poddamy nasz czysty stan działaniu kanału depolaryzacyjnego:

$$|\Phi(\varphi)\rangle\langle\Phi(\varphi)| \rightarrow \frac{1-\mathcal{V}}{4} \hat{\mathbb{1}} + \mathcal{V} |\Phi(\varphi)\rangle\langle\Phi(\varphi)|, \quad (5.2)$$



Rysunek 5.1: Pamięć kwantowa jako generator wielomodowych stanów Bella. **a** Fotony emitowane z chmury atomów (MOT) są podzielone na dwa obszary spolaryzowane poziomo (H, wiązka dolna) i pionowo (V, wiązka górna), które są następnie nakładane na siebie tworząc polaryzacyjne stany Bella w wielu modach. Nakładanie jest realizowane przez dwa interferometry Macha-Zehndera (MZI) umieszczone na ścieżkach fotonów z zapisu (sygnalowych) i odczytu (jałowych). HWP - zestaw płytek półfalowych do konwersji $H \leftrightarrow V$, PBS - polaryzacyjna płytka światłodzieląca. **b** Konfiguracja poziomów energetycznych Rb-87 używana w eksperymencie. W - wiązka zapisująca, R - wiązka odczytująca, s - fotony zapisu (sygnalowe), i - fotony odczytu (jałowe). **c** Wielomodowy pomiar stanów Bella (BSM) pomiędzy fotonami sygnałowymi i jałowymi generowanymi w pamięci. I-sCMOS - kamera czuła na pojedyncze fotony, BD - dwójłomny rozdzielacz wiązek, HWP - płytka półfalowa, QWP - płytka ćwierćfalowa.

gdzie widzialność \mathcal{V} jest w ogólności zależna od wektorów falowych fotonów sygnałowych i jałowych.

5.1.1 Parametr Bella \mathcal{S}

W realizacji eksperymentalnej została wybrana liniową fazą MZI:

$$\varphi_s(\mathbf{k}_s) = \mathbf{a}_s \cdot \mathbf{k}_s, \quad (5.3)$$

$$\varphi_i(\mathbf{k}_i) = \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{k}_i + \varphi_0, \quad (5.4)$$

która dla maksymalnie skorelowanych wektorów falowych $\mathbf{k}_s = \mathbf{k}_i = \mathbf{k}$ pozwala na obserwację zbioru stanów Bella parametryzowanych wektorem \mathbf{k} : $|\Phi(\mathbf{a} \cdot \mathbf{k} + \varphi_0)\rangle$ z $\mathbf{a} = \mathbf{a}_s - \mathbf{a}_i$.

Obliczmy teraz średni wynik lokalnych pomiarów Alicji i Bogdana dla pojedynczej pary modów $\Theta(\mathbf{k}_s, \theta_s) \otimes \Theta(\mathbf{k}_i, \theta_i)$. Dla wybranych \mathbf{k}_i i \mathbf{k}_s otrzymujemy funkcję korelacji prawdopodobieństwa:

$$\mathcal{P}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i; \theta_s, \theta_i) = \mathcal{V}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) \cos(\phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) + \theta_s + \theta_i), \quad (5.5)$$

w której funkcja kosinus jest wynikiem śladu po polaryzacyjnym stopniu swobody: $\text{Tr}[(\Pi_{\theta_s} \otimes \Pi_{\theta_i})|\Phi(\phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i))\rangle\langle\Phi(\phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i))|]$. Wybierając po dwie bazy $\mathcal{A} = \{\theta_s, \theta'_s\}$, $\mathcal{B} = \{\theta_i, \theta'_i\}$ dla Alicji i Bogdana, możemy sformułować parametr Bella w przestrzeni wektorów falowych:

$$\mathcal{S}(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = \mathcal{P}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i; \theta_s, \theta_i) - \mathcal{P}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i; \theta_s, \theta'_i) + \mathcal{P}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i; \theta'_s, \theta_i) + \mathcal{P}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i; \theta'_s, \theta'_i). \quad (5.6)$$

Dla optymalnego (maksymalizującego \mathcal{S}) wyboru baz

$$\mathcal{A}^*(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i), \mathcal{B}^*(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = \arg \max_{\mathcal{A}, \mathcal{B}} |\mathcal{S}(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)|, \quad (5.7)$$

parametr Bella

$$\mathcal{S}^*(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = \max_{\mathcal{A}, \mathcal{B}} |\mathcal{S}(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)| \quad (5.8)$$

zależy tylko od widzialności

$$\mathcal{S}^*(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = 2\sqrt{2}\mathcal{V}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i). \quad (5.9)$$

Aby złamać nierówność CHSH (4.64) [Cla+69] i co za tym idzie wykazać nieklasyczne korelacje, potrzeba $\mathcal{V}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) > 1/\sqrt{2}$.

5.1.2 Widzialność w BSM

Widzialność BSM pośrednio kwantyfikuje czystość wygenerowanego stanu splątanego i daje informację o dostępnej ilości splątania jaka może być z niego wydestylowana. W tym kontekście najlepszym parametrem do charakteryzacji jest tzw. destylowane splątanie, określające liczbę maksymalnie splątanych stanów, które mogą być odtworzone (wydestylowane) z jednej kopii wygenerowanego stanu. Niestety, parametr ten jest trudny do obliczenia w naszym ogólnym przypadku. Jednak możemy obliczyć górną granicę tego parametru wykorzystując inną monotonię splątania taką jak splątanie tworzenia (entanglement of formation), współbieżność (concurrence) lub negatywność (negativity). Dla stanu Wernera, danego przez prawą stronę równania (5.2), wszystkie te monotony można obliczyć analitycznie [Woo98] i zależą one tylko od widzialności \mathcal{V} . Co więcej, współbieżność i negatywność są w tym przypadku liniowymi funkcjami \mathcal{V} , dlatego też skupimy się dalej na widzialności jako współczynniku kwantyfikującym splątanie generowanych stanów. Oprócz niedoskonałości eksperymentalnych podstawowym czynnikiem ograniczającym widzialność jest wpływ wzbudzeń wielofotonowych i szumów takich jak ciemnych zliczenia lub po prostu tło. Zakładając niską średnią liczbę wykrytych fotonów na

eksperyment $\bar{n} \ll 1$, mamy następującą formułę na funkcję korelacji krzyżowej (równanie (4.42)):

$$g^{(2)}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) \approx p_{si} / (p_s p_i), \quad (5.10)$$

gdzie tak jak poprzednio $p_{si} \equiv p_{si}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ jest prawdopodobieństwem pojedynczej koincydencji pomiędzy fotonem sygnałowym i jałowym, a $p_s \equiv p_s(\mathbf{k}_s)$ ($p_i \equiv p_i(\mathbf{k}_i)$) oznacza brzegowe prawdopodobieństwo zaobserwowania fotonu sygnałowego (jałowego). Prawdopodobieństwo koincydencji można zapisać jako $p_{si} = g^{(2)} p_s p_i$, przy czym $g^{(2)} \equiv g^{(2)}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$. Dla danego punktu $(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ w przestrzeni wektorów falowych widzialność BSM definiujemy porównując prawdopodobieństwo koincydencji podczas pomiaru ustalonego na konstruktywną (+) i destruktywną (−) interferencję:

$$\mathcal{V}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = (p_{s,i}^{(+)} - p_{s,i}^{(-)}) / (p_{s,i}^{(+)} + p_{s,i}^{(-)}). \quad (5.11)$$

W doświadczeniu, prawdopodobieństwa te zostają zamienione na zmierzone liczby koincydencji. W ustawieniach (−) rejestrowane są tylko losowe koincydencje oraz te pochodzące z szumów, tj. $p_{s,i}^{(-)} = p_s p_i$ i $p_{s,i}^{(+)} = p_{s,i} = g^{(2)} p_s p_i$. Stąd widzialność interferencji możemy wyrazić za pomocą korelacji krzyżowej drugiego rzędu między fotonami sygnałowymi i jałowymi $g^{(2)}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$:

$$\mathcal{V}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = \frac{g^{(2)}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) - 1}{g^{(2)}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) + 1}. \quad (5.12)$$

Wyrażenie to pozwala na oszacowanie maksymalnej widzialności BSM poprzez pomiary funkcji $g^{(2)}$, które nie wymagają nawet konwersji do stanów bellowskich i ustawienia BSM. Widzialność ta jest cechą samego źródła fotonów, a nie późniejszej transformacji do stanu $|\psi_B\rangle$. Dodatkowo, funkcja $g^{(2)}$ obliczana dla wyników BSM pozwala nam zaobserwować interferencję w przestrzeni wektorów falowych, ujawniając w ten sposób profil fazowy w MZI.

5.1.3 Korelacje w przestrzeni wektorów falowych

Pomiar korelacji krzyżowej $g^{(2)}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ polega na zebraniu znaczącej statystyki zliczeń fotonów sygnałowych i jałowych z której tworzy się czterowymiarowy histogram koincydencji indeksowany wektorami falowymi \mathbf{k}_s oraz \mathbf{k}_i . Pełną funkcję korelacji $g^{(2)}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ dla takiego pomiaru możemy wyrazić w postaci:

$$g^{(2)}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = \frac{N n_{si}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)}{n_s(\mathbf{k}_s) n_i(\mathbf{k}_i)}, \quad (5.13)$$

gdzie N to liczba powtórzeń eksperymentu, $n_{s(i)}(\mathbf{k}_{s(i)})$ oznacza liczbę zliczeń w obszarze jednostkowym scentrowanym w $\mathbf{k}_{s(i)}$, a $n_{si}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ oznacza liczbę koincydencji s - i między dwoma takimi obszarami. Bardziej praktyczne jest jednak rozważenie przypadków dwuwymiarowych poprzez redukcję rozkładu $n_{si}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ do jednej pary współrzędnych. Interesować nas będą dwa sposoby takiej redukcji. Pierwszy z nich to rozkład uśredniony (lub wysumowany) w jednym kierunku, w szczególności x lub y : $n_{si}(k_{s,x(y)}, k_{i,x(y)}) = \langle n_{si}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) \rangle_{k_{y(x)}}$. Z takiego rozkładu uzyskujemy dwuwymiarową mapę $g^{(2)}(k_{s,x(y)}, k_{i,x(y)})$. Obliczmy teraz jakiego kształtu $g^{(2)}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ możemy spodziewać się dla stanów (4.74) wytwarzanych przez nasz układ. Dla idealnej korelacji w przestrzeni rzeczywistej $\kappa \rightarrow 0$ spodziewamy się płaskich rozkładów pojedynczych zliczeń $n_s(i)(\mathbf{k}_{s(i)})$, dlatego wystar-

czy, że obliczymy jak zachowują się prawdopodobieństwa koincydencji:

$$p_{si}^{s_s, s_i}(k_{s,y}, k_{i,y}) \propto \int_{S_{u,x} \times I_{u,x}} dk_{s,x} dk_{i,x} \exp\left(-\frac{(\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i)^2}{2\sigma^2}\right) (1 + s_s s_i \mathcal{V}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) \cos(\phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) + \theta)) \quad (5.14)$$

i podobnie dla prostopadłego kierunku x . Dla liniowej fazy $\phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = \mathbf{a}_s \cdot \mathbf{k}_s - \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{k}_i + \phi_0$ z (5.14) widzimy, że dla uzyskania największej widzialności interferencji należy wybrać kierunek uśredniania wzdłuż izolinii fazy obu stron. W naszym wypadku, wybraliśmy fazę MZI zmieniającą się głównie we współrzędnej y : $\mathbf{a}_s = (0, a_{s,y})$, $\mathbf{a}_i = (a_{i,x}, a_{i,y})$, z małą zmianą w kierunku x : $a_{i,x} < a_{s,y}, a_{i,y}$. W takim przypadku dobrym kierunkiem jest y , a z równania (5.14) przy założeniu stałej widzialności $\mathcal{V}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) \approx \mathcal{V}$ w przybliżeniu otrzymujemy:

$$p_{si}^{s_s, s_i}(k_{s,y}, k_{i,y}) \propto \exp\left(-\frac{(k_{s,y} + k_{i,y})^2}{2\sigma_y^2}\right) \left(1 + s_s s_i \mathcal{V} \operatorname{sinc}\left(\frac{a_{i,x} L_x}{2}\right) \cos(a_{s,y} k_{s,y} - a_{i,y} k_{i,y} + \tilde{\phi}_0)\right), \quad (5.15)$$

gdzie w $\tilde{\phi}_0$ zebraliśmy wszystkie stałe przesunięcia fazowe, włączenie ze związanymi z wyborem bazy pomiarowej ξ_s oraz ξ_i . Wyrażenie (5.15) reprezentuje periodycznie modulowaną antydiagonalną korelację. Z kierunku modulacji można wyłuskać wartości $a_{s,y}$ oraz $a_{i,y}$. Rysunek 5.2 przedstawia zmierzone mapy $n_{si}(k_{s,y}, k_{i,y})$ wraz z dopasowanym rozkładem danym przez (5.15). Z dopasowania odzyskano następujące parametry:

$$\sigma_y \approx 5.7 \text{ rad/mm}, \quad (5.16)$$

$$a_{s,y}^{(r)} \approx (4.39 \pm 0.87) \times 10^{-2} \text{ rad/mm}, \quad (5.17)$$

$$a_{s,y}^{(w)} = (0.0 \pm 2.4) \times 10^{-3} \text{ rad/mm}, \quad (5.18)$$

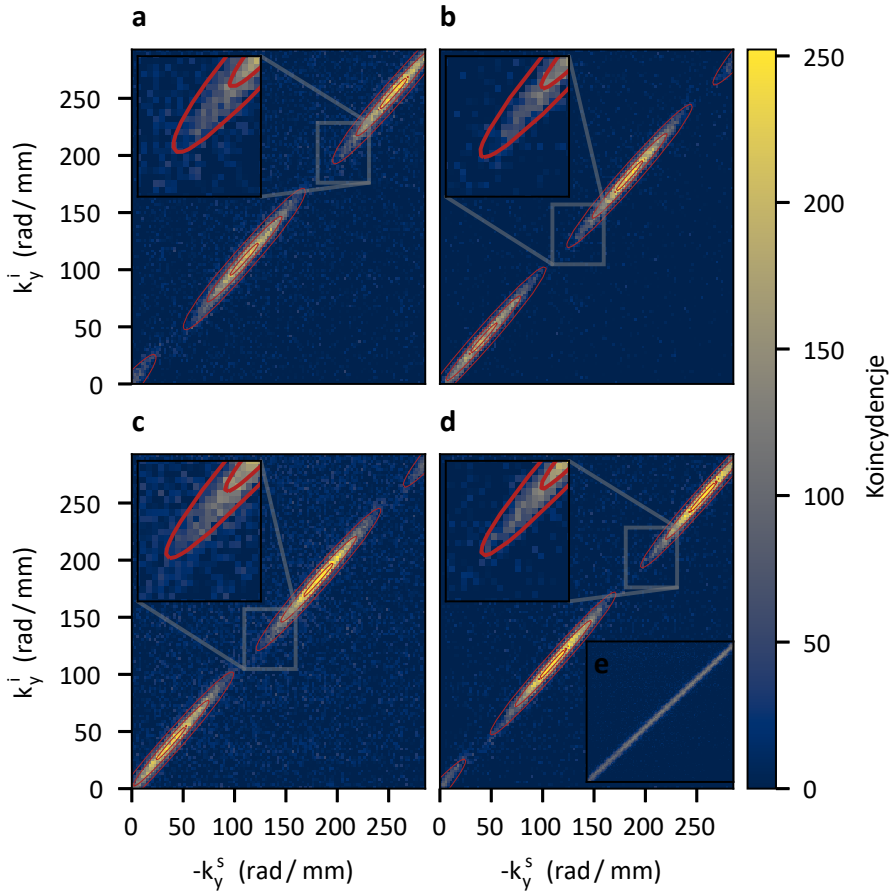
$$\mathcal{V} \operatorname{sinc}\left(\frac{a_{i,x} L_x}{2}\right) = 0.94 \pm 0.05, \quad (5.19)$$

jak widać, faza w ramieniu sygnałowym jest niemalże płaska $a_{s,y} \approx 0$, a widzialność pomnożona przez czynnik wynikający z niezerowej fazy w osi x pozostaje wysoka. Widoczne koincydencje pochodzą z $N_{frm} = 2.37 \times 10^7$ klatek kamery ze średnią liczbą fotonów na klatkę równą $\bar{n}(s, +) \approx 0.48$ i $\bar{n}(s, -) \approx 0.45$, w ramieniu sygnałowym oraz $\bar{n}(i, +) \approx 0.25$ i $\bar{n}(i, -) \approx 0.26$ w ramieniu jałowym. Mapy widoczne na rysunku 5.2 potwierdzają korelacje w pędach fotonów sygnałowych i jałowych. Rozmiar antydiagonalnej korelacji σ_y jest stowarzyszony z rozmiarem chmury atomowej i stanowi rozmiar modu fotonów jałowych. Stosunek tego rozmiaru do wielkości obserwowanego obszaru kwantyfikuje ilość dostępnych modów pamięci.

5.2 Eksperymentalny BSM

Aby uzyskać przestrzennie rozdzielczy parametr Bella $\mathcal{S}(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$, przyjrzymy się maksymalnie skorelowanym parom wektorów falowych zapisu i odczytu $\arg \max |\psi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)|^2$. Żeby to zrobić zastosujemy drugi sposób redukcji czterowymiarowego rozkładu $n_{si}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ – przejdziemy do współrzędnych sumy i różnicy pędów (wektorów falowych):

$$(\mathbf{k}_-, \mathbf{k}_+) \equiv \left(\frac{\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i}{2}, \frac{\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i}{2}\right) \quad (5.20)$$



Rysunek 5.2: Mapy koincydencji wysumowanych w osi x : $n_{s_i}(k_{s,y}, k_{i,y})$, z dopasowanym modelem (kontury). **a-d** Koincidence w kolejnych parach portów pomiarowych $(s_s, s_i) = \{(+, +), (+, -), (-, +), (-, -)\}$ z odjętym tłem pochodzącym od zdarzeń losowych i szumu. **e** Średnia ze wszystkich kombinacji.

i dokonamy następującego uśredniania: dla każdego punktu we współrzędnych różnicy \mathbf{k}_- , sumujemy zmierzone koincydencje w prostokątnym regionie $2\Delta_x \times 2\Delta_y$ wokół punktu maksymalnej korelacji we współrzędnych sumy $\mathbf{k}_+ = (0,0)$. Takie sumowanie zwiększa statystykę ale redukuje też wartość funkcji korelacji drugiego rzędu, a tym samym widzialność BSM. Dla gaussowskiej funkcji falowej $\psi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ redukcję tę możemy jawnie obliczyć poprzez zbadanie jak takie uśrednianie wpływa na prawdopodobieństwa koincydencji właściwych i przypadkowych:

$$p_{si}(\mathbf{k}_-) \propto \int_{\substack{[-\Delta_x, \Delta_x] \\ \times \\ [-\Delta_y, \Delta_y]}} d\mathbf{k}_+ |\psi(\mathbf{k}_-, \mathbf{k}_+)|^2 \simeq \frac{\text{Erf}(1/\sqrt{2})^2}{L_x L_y} \quad (5.21)$$

$$p_s p_i \propto p M 4 \Delta_x \Delta_y, \quad (5.22)$$

ze stałą proporcjonalności równą $p M \eta_s \eta_i$. Powyższe przybliżenie jest słuszne dla Δ_x, Δ_y znacznie mniejszych od rozmiaru obserwowanych obszarów $|S|, |I| = L_x L_y$. Daje to redukcję $g_{si}^{(2)}(\mathbf{k}_-) = g_{si,-}^{(2)}$ w stosunku do maksymalnej wartości $g_{si,\max}^{(2)}$ pełnego, czterowymiarowego $g_{si}^{(2)}(\mathbf{k}_+, \mathbf{k}_-)$ w postaci:

$$g_{si,-}^{(2)} - 1 = F(\Delta_x, \Delta_y) (g_{si,\max}^{(2)} - 1) \quad (5.23)$$

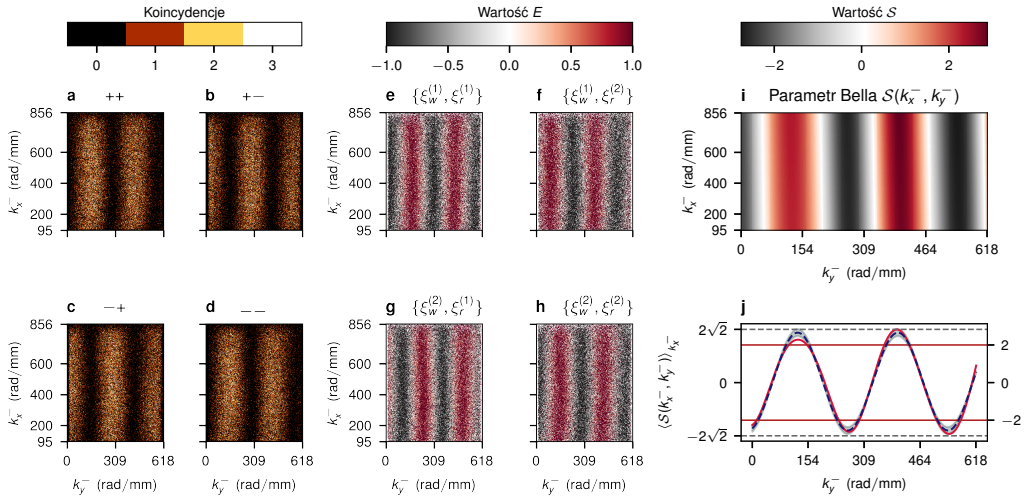
z czynnikiem spadku korelacji:

$$F(\Delta_x, \Delta_y) = \frac{\pi \sigma_x \sigma_y}{2 \Delta_x \Delta_y} \text{Erf}\left(\frac{\Delta_x}{\sqrt{2} \sigma_x}\right) \text{Erf}\left(\frac{\Delta_y}{\sqrt{2} \sigma_y}\right). \quad (5.24)$$

Jako balans między wzrostem statystyki a spadkiem wartości $g_{si}^{(2)}$ wybraliśmy $\Delta_{x(y)} = \sigma_{x(y)}$ dla których $F(\Delta_x, \Delta_y) \approx 0.732 = F$, co daje widzialność:

$$\mathcal{V} = \left[1 + \pi \alpha \frac{p + \zeta_s / \eta_s + \zeta_i / \eta_i}{F} \right]^{-1}. \quad (5.25)$$

Przy liniowej fazie MZI bazy Alicji i Bogdana \mathcal{A}, \mathcal{B} są optymalne tylko dla podzbioru modów. Wybranie stałej fazy MZI pozwoliłoby na wybór optymalnych (maksymalizujących \mathcal{S}) baz jednocześnie dla wszystkich modów, faza liniowa umożliwia jednak szybką charakterystykę pod względem widzialności BSM. Rysunek 5.3 przedstawia kolejne etapy analizy prowadzące do otrzymanych parametrów Bella we współrzędnych różnicy wektorów falowych $\mathcal{S}(\mathbf{k}_-)$. Na rysunkach 5.3a-d przedstawiono mapy koincydencji z różnymi kombinacjami wyników pomiarów polaryzacji w ramionach zapisu i odczytu dla pojedynczego ustawienia baz θ_s, θ_i . Rysunki 5.3e-h przedstawiają wartości oczekiwane dla pomiaru BSM dla pełnej kombinacji baz Alicji i Bogdana, np. rys. 5.3e odpowiada następującej operacji na mapach przedstawionych na rys. 5.3a-d: $\mathbf{e} = (\mathbf{a} - \mathbf{b} - \mathbf{c} + \mathbf{d}) / (\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} + \mathbf{d})$. Parametr Bella, przedstawiony na rys. 5.3i, obliczony został z równania (5.6). Liniowa faza MZI jest wyraźnie widoczna na wszystkich mapach, modulując liczbę koincydencji wzdłuż $k_{y,-}$. Na rys. 5.3j prezentujemy uśredniony wzdłuż $k_{x,-}$ parametr Bella $\langle \mathcal{S}(\mathbf{k}_-) \rangle_{k_{x,-}}$ z dopasowaną sinusoidą o amplitudzie 2.60 ± 0.19 . Wartość amplitudy większa od 2 z taką niepewnością oznacza złamanie nierówności CHSH o ponad 3 odchylenia standardowe.



Rysunek 5.3: Pomiar stanu Bella w funkcji wektora falowego między fotonami sygnałowymi i jałowymi. **a-d** Koincydencje między portami $(s_i, s_s) = \{(+, +), (+, -), (-, +), (-, -)\}$, dla pojedynczej pary baz Alicji i Bogdana $\{\theta_s^{(2)}, \theta_i^{(2)}\}$. **e-h** Wartości oczekiwane pomiaru dla kolejnych kombinacji baz $\{\theta_s^{(1)}, \theta_s^{(2)}\}$ i $\{\theta_i^{(1)}, \theta_i^{(2)}\}$. Każda wartość oczekiwana jest liniową kombinacją sumy koincydencji między portami \pm . **i** Parametr Bella $\mathcal{S}(k_x^-, k_y^-)$ uzyskany przez dopasowanie sinusoidy do wartości oczekiwanej E . **j** Parametr Bella uśredniony po k_x^- (czerwona krzywa) razem z dopasowaną sinusoidą (niebieska przerywana krzywa) z amplitudą 2.60 ± 0.19 sugerującą złamanie nierówności CHSH o więcej niż 3 odchylenia standardowe σ . Kolejne cieniowania odpowiadają niepewnościom σ i 2σ . Linie ciągłe oznaczają próg łamania nierówności CHSH.

5.3 BSM z pamięcią

5.3.1 Dekoherencja fal spinowych

Parametr Bella S przy wyborze optymalnych baz jest wprost proporcjonalny do widzialności BSM, oznacza to, że widzialność jest dobrym parametrem charakteryzującym generowane stany. Drugim istotnym parametrem jest czas życia pamięci, bo to właśnie funkcja pamięci pozwala na zastosowanie naszego generatora do dystrybucji splątania na duże odległości, np. w protokołach hierarchicznych [Dua⁺01; Zha⁺07] i z multipleksowaniem [LMP21]. Dlatego wykonaliśmy charakteryzację pod kątem czasu życia pamięci. Charakteryzacja polegała na wykonaniu serii pomiarów z coraz dłuższym czasem przechowywania $t \in [0.3, 60.3]$ μs i fazą MZI ustawioną na duży gradient liniowy. Pozwoliło to na bezpośredni pomiar widzialności z dużą rozdzielczością przestrzenną na mapach koincydencji.

W naszej konfiguracji widzialność BSM dla większych czasów przechowywania jest ograniczona przez dekoherencję termiczną fal spinowych. Przypadkowy ruch atomów rozmywa strukturę przestrzenną fali spinowej [Par⁺17] co można skwantyfikować obliczając przekrycie zdekoherowanej fali spinowej z jej niezaburzoną początkową formą:

$$|\langle S_{\mathbf{k}} | S_{\mathbf{k}}(t) \rangle|^2 \propto \exp(-t^2/\tau(\mathbf{k})^2) \quad (5.26)$$

gdzie τ jest gaussowskim z czasem charakterystycznym zależnym od wektora falowego fali spinowej i wynosi:

$$\tau(\mathbf{k}) = \gamma/|\mathbf{k}|, \quad (5.27)$$

$$\gamma = \sqrt{m/(k_B T)}, \quad (5.28)$$

gdzie m to masa atomu ^{87}Rb , T to maxwellowska temperatura chmury a k_B to stała Boltzmana. Taka dekoherencja fal spinowych może być uwzględniona przez wstawienie do równania (5.25) wydajności odczytu zależnej od czasu:

$$\eta_i(t, \mathbf{k}) = \eta_i(0) \exp(-t^2/\tau(\mathbf{k})^2). \quad (5.29)$$

5.3.2 Model widzialności

w naszym układzie obszary o polaryzacjach H i V nakładane są w taki sposób, że część o najkrótszym wektorze falowym $\min |\mathbf{k}_H|$ z części H pokrywa się z fragmentem o największym wektorze falowy z części V $\max |\mathbf{k}_V|$ i odwrotnie (Rysunek 4.5). W konsekwencji fale spinowe odpowiadające różnym polaryzacjom fotonów o danym wektorze falowym w wynikowym obszarze ($S_u \times I_u$) zanikają z różną szybkością $\tau(|\mathbf{k}_H|) \neq \tau(|\mathbf{k}_V|)$ co pogarsza widzialność BSM¹. Skorelowane fotony tworzące na wyjściu MZI stan (4.75) pochodzące ze sprzężonych par obszarów (S_u, I_d) i (S_d, I_u) o polaryzacjach odpowiednio VH oraz HV mają przed nałożeniem wektory falowe (część sygnałowa):

$$\mathbf{k}_{VH} = (k_x, k_y) \quad (5.30)$$

$$\mathbf{k}_{HV} = \mathbf{k}_{VH} - \delta\mathbf{k} = (k_x, k_y - \delta k) \quad (5.31)$$

Różne tempo zaniku wynikające z niezerowej różnicy $|\mathbf{k}_{VH}| - |\mathbf{k}_{HV}|$ można uwzględnić wstawiając w stanie (4.75) różne współczynniki przy częściach $|H\rangle_s |V\rangle_i$ i $|V\rangle_s |H\rangle_i$:

$$|\Phi(\varphi, t)\rangle = \frac{c_{HV}(t)|H\rangle_s |V\rangle_i + c_{VH}(t) \exp(i\varphi)|V\rangle_s |H\rangle_i}{\sqrt{c_{HV}^2(t) + c_{VH}^2(t)}}, \quad (5.32)$$

¹Takie zjawisko nie wstępuje dla innej konfiguracji MZI, dokonującej nałożenia obszarów wzdłuż osi podziału, czyli nałożenia na siebie wektorów falowych o równej długości. Jednak z uwagi na obecność szumów zanik wydajności zawsze oznacza zmniejszenie widzialności interferencji.

z

$$c_p^2(t) = \exp(-t^2 |\mathbf{k}_p|^2 / \gamma^2); P \in \{HV, VH\}. \quad (5.33)$$

Zakładając $|\mathbf{k}_{HV}| < |\mathbf{k}_{VH}|$ czasowa ewolucja stanu w (5.32) zbliża go do $|H\rangle_s |V\rangle_i$. Powoduje to zmniejszenie widzialności interferencji w BSM:

$$\text{Tr}[(\Pi_{\theta_s} \otimes \Pi_{\theta_i}) |\Phi(\varphi, t)\rangle \langle \Phi(\varphi, t)|] = \tilde{\mathcal{V}}(t) \cos(\theta_s + \theta_i + \varphi), \quad (5.34)$$

z

$$\tilde{\mathcal{V}}(t) = \cosh \left(\frac{t^2}{2\gamma^2} (\delta k^2 - 2\delta k k_y) \right)^{-1}. \quad (5.35)$$

Oznaczmy teraz $k_{\min} = \min(|\mathbf{k}_{VH}|, |\mathbf{k}_{HV}|)$, $k_{\max} = \max(|\mathbf{k}_{VH}|, |\mathbf{k}_{HV}|)$. Ponieważ dłuższe wektory falowe wiążą się z szybszą dekoherencją, oznaczmy również $\tau_{\min} = \tau(k_{\max})$, $\tau_{\max} = \tau(k_{\min})$ i $\Delta\tau = \tau_{\min}^{-1} + \tau_{\max}^{-1}$. W ten sposób otrzymamy równanie:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{V}}(t) &= 2c_H(t)c_V(t) / (c_H^2(t) + c_V^2(t)) \\ &= 1 / \cosh(\Delta t^2 / 2), \end{aligned} \quad (5.36)$$

które opisuje pogarszanie się widzialności wraz z rosnącym czasem przechowywania.

Dodatkowo, poprzez obecność szumu, wraz ze spadkiem wydajności odczytu spada widzialność związana z czystością fotonów odczytywanych dana wzorem (5.25). Przy eksperymentalnie zweryfikowanych założeniach o pomijalnym szumie w ramieniu sygnałowym (szum zapisu do pamięci) $\zeta_s \ll p$ mamy:

$$\mathcal{V} \approx \left(1 + \pi\alpha \frac{p + \zeta_i / \eta_i}{F} \right)^{-1}. \quad (5.37)$$

Dla narastającego w czasie szumu odczytu zastosujemy model:

$$\zeta_i(t) = \zeta_i(0) + \zeta_i^{(p)} p + (\zeta_i(\infty) - \zeta_i(0)) \times (1 - \exp(-t/\tau_\zeta)), \quad (5.38)$$

który został zweryfikowany w dodatkowym pomiarze, opisanym poniżej. Ponadto, mając skalibrowane wartości $\tau_\zeta \approx 13 \mu\text{s}$ i $\zeta_i(\infty) \approx 5 \times \zeta_i(0)$ możemy z niewielkim błędem przybliżyć szum przez:

$$\zeta_i(t) \approx \zeta_i(\infty) + \zeta_i^{(p)} p \equiv \zeta. \quad (5.39)$$

Wprowadźmy jeszcze oznaczenia na widzialność przy braku szumu i czynnik zależny od szumu:

$$\mathcal{V}_0 = 1 / (1 + \alpha\pi p / F), \quad (5.40)$$

$$W = \frac{\pi\alpha F \zeta}{\eta_i(0) \times (\pi\alpha p + F)^2}, \quad (5.41)$$

co ostatecznie wraz z Równaniem (5.29) daje:

$$\mathcal{V}(t) \approx \frac{\mathcal{V}_0}{1 + \frac{W}{\mathcal{V}_0} \exp[t^2 / \tau(\mathbf{k})^2]}. \quad (5.42)$$

Całkowita widzialność jest dana przez iloczyn wzoru (5.42) oraz wzoru (5.36).

¹Co ciekawe, tak długo, jak obowiązuje równanie (5.29), wyrażenie to można otrzymać bez żadnych założeń dotyczących rzeczywistej postaci $\tau(\mathbf{k})$.

5.3.3 Szum odczytu zależny od czasu

We wstępie tej części pracy stwierdziliśmy, że szum odczytu determinuje czystość generowanych stanów dwufotonowych i redukuje widzialność BSM. Dlatego ważna jest jego charakteryzacja. Podczas wstępnych badań nad pamięcią [Par⁺17] okazało się, że szum ten ma nietrywialną dynamikę w czasie. Postanowiliśmy ją więc zmierzyć i zamodelować. Pomiar części szumu niezależnej od prawdopodobieństwa generacji wzbudzenia w pamięci polegał na zebraniu średniej liczby zliczeń w regionach I_u oraz I_d dla różnych czasów przechowywania t , w standardowym ustawieniu parametrów pamięci, jednak z wyłączonym laserem wymuszającym, co daje $p = 0$. W ten sposób pomiar ten nie uwzględnia szumu pochodzącego od emisji z niedopasowanych fazowo wzbudzeń fal spinowych. Minimalny czas t wynosił około 300 ns. Rysunek 5.4 przedstawia uśrednione wyniki wraz z dopasowanym modelem:

$$\frac{\eta_i}{\eta_r} Z_i(t) = \beta_0 + \beta[1 - \exp(-t/\tau_\zeta)] \quad (5.43)$$

z $\beta_0 = (4.56 \pm 0.46) \times 10^{-3}$, $\beta = (1.98 \pm 0.05) \times 10^{-2}$, $\tau_\zeta = 12.94 \pm 0.70 \mu\text{s}$. Interesuje nas jednak szum wyrażony przez parametry niezależne od liczby modów, przepiszymy więc Równanie (5.43) na:

$$\zeta_i(t) = \zeta_i(0) + (\zeta_i(\infty) - \zeta_i(0)) \times (1 - \exp(-t/\tau_\zeta)), \quad (5.44)$$

gdzie $\zeta_i(t)$ jest prawdopodobieństwem szumu na mod w ramieniu jałowym. Stąd mamy $\zeta_i(0) = \beta_0/M$ oraz $\zeta_i(\infty) = (\beta_0 + \beta)/M$, gdzie M to liczba modów w obszarze pomiarowym, która wynosi $M \approx 480$. Stąd dla wydajności detekcji w ramieniu odczytu $\eta = \frac{\eta_i}{\eta_r} \approx 8\%$ mamy:

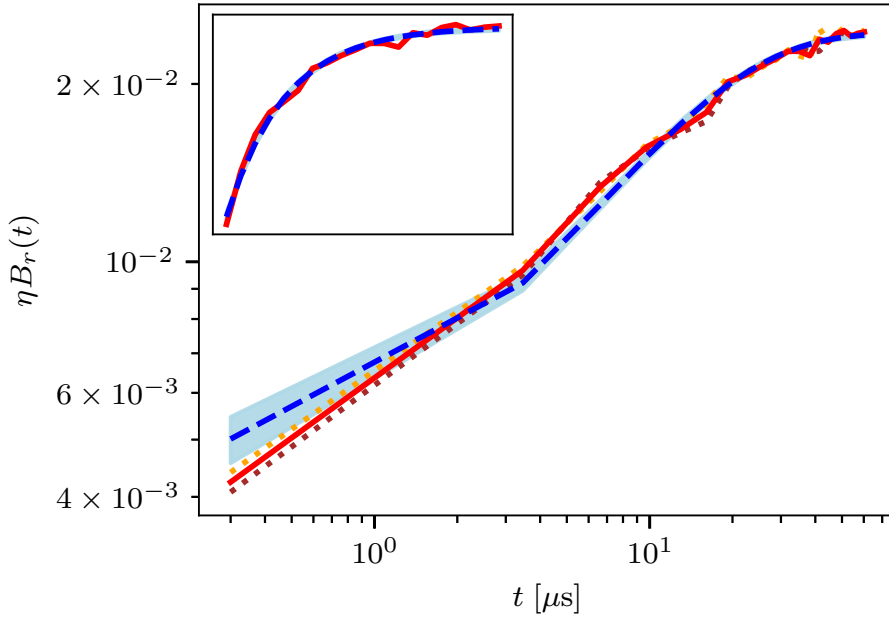
$$\zeta_i(0)/\eta = (1.19 \pm 0.12) \times 10^{-4}, \quad (5.45)$$

$$\zeta_i(\infty)/\eta = (6.34 \pm 0.24) \times 10^{-4}. \quad (5.46)$$

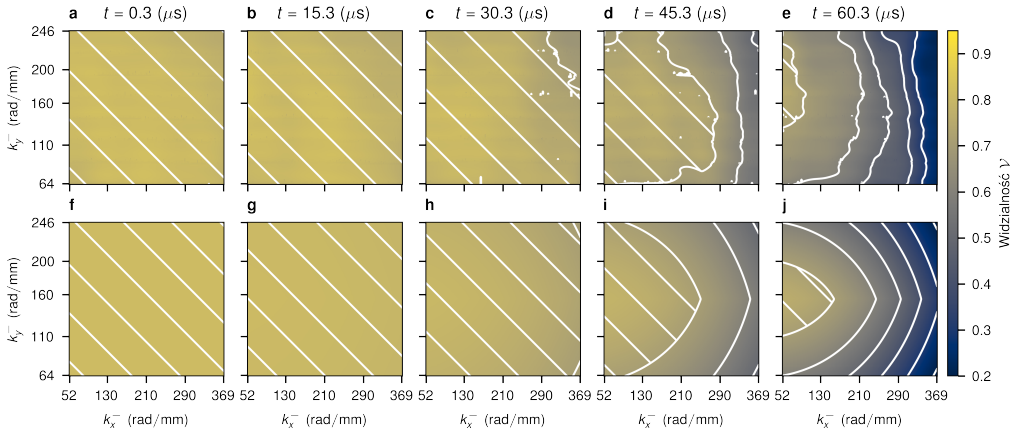
Jak widać, czas narastania szumu τ_ζ jest znacznie krótszy od osiągalnego czasu życia pamięci wynoszącego $\approx 60 \mu\text{s}$, oraz $\zeta_i(\infty)$ jest tego samego rzędu wielkości co $\zeta_i(0)$. Dlatego dla ułatwienia rozważań zastosujemy przybliżenie: $\zeta_i(t) \approx \zeta_i(\infty)$. Rzeczywisty szum występujący podczas normalnej pracy pamięci ($p > 0$), będzie jednak większy. Wiąże się to z wspomnianą już wcześniej niespójną emisją z niedopasowanych fazowo fal spinowych. Dlatego w modelu szumu należy uwzględnić czynnik zależny od prawdopodobieństwa wzbudzenia pary w jednym modzie: $\zeta_i(t) \rightarrow \zeta_i(t) + \zeta_i^{(p)} p$.

5.3.4 Mapy widzialności BSM

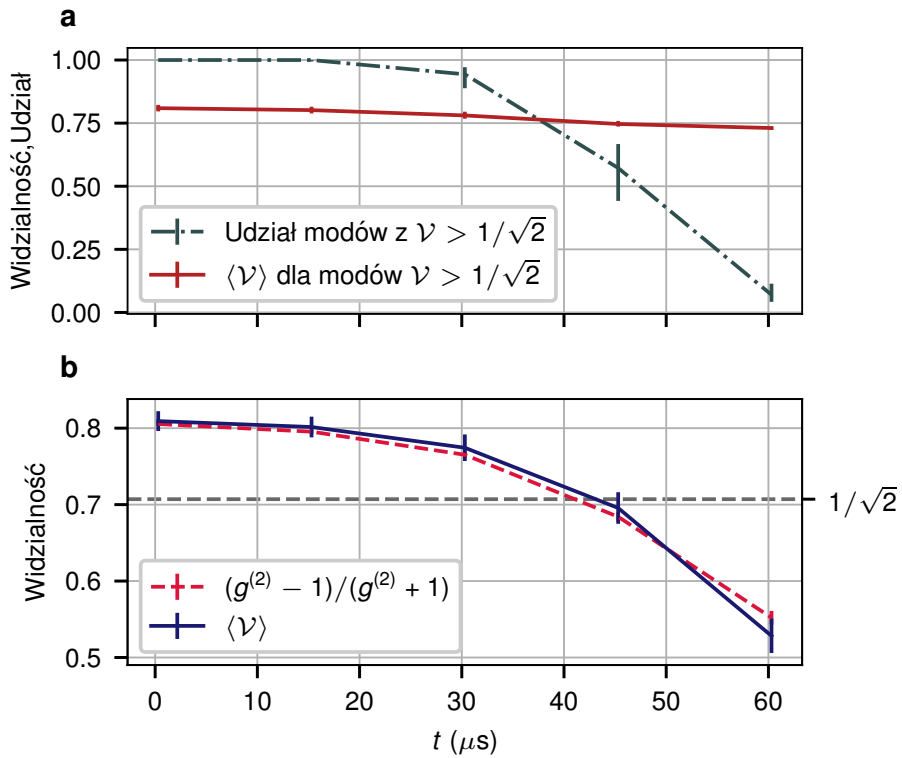
Przestrzennie zależna widzialność BSM została wyłuskana z map koincydencji uzyskanych dla szybkozmiennej liniowej fazy MZI. Mapa koincydencji dla każdej kombinacji portów wyjściowych $(s_s, s_i) = \{(+, +), (+, -), (-, +), (-, -)\}$ została wygładzona dwuwymiarowym filtrem gaussowskim z ($\sigma = 1$ px dla kierunku $k_{y,-}$ i oraz $\sigma = 10$ px dla kierunku $k_{x,-}$). W celu uzyskania lokalnej widzialności, dla każdego punktu $(k_{x,-}, k_{y,-})$ wybierany jest rząd wzdłuż $k_{y,-}$ o długości 50 px scentrowany na $k_{y,-}$. Do każdego takiego segmentu dopasowujemy funkcję $a \cos(2\pi f_y k_{y,-}) + b$ i otrzymujemy widzialność jako a/b . Rysunek 5.5 przedstawia dane eksperymentalne razem z dopasowanym modelem widzialności danym przez iloczyn równania (5.42) i równania (5.36), w którym $\tau(\mathbf{k}) = \gamma/|\mathbf{k}|$. Zakreślone obszary odpowiadają widzialności powyżej $1/\sqrt{2}$, która daje łamanie nierówności CHSH. Izolinie odpowiadają poziomom od 0.6 w dół z krokiem 0.1.



Rysunek 5.4: Zmierzony szum w ramieniu jałowym (odczytu) $Z(t)$ dla rosnącego czasu przechowywania t . Wyniki dla dwóch obszarów I_u oraz I_d przedstawione są w postaci przerywanych linii. Czerwona linia odpowiada średniej, a przerywana niebieska linia to dopasowanie modelu. Cieniowanie odpowiada jednemu odchyleniu standardowemu. Wstawka przedstawia wyniki w liniowej skali.



Rysunek 5.5: Przestrzennie rozdzielcza ewolucja widzialności interferencji. Rysunek przedstawia widzialność w BSM $\mathcal{V}(\mathbf{k}_-, t)$ uzyskaną eksperymentalnie dla konfiguracji z szybko zmieniającą się liniową fazą MZI $\phi(\mathbf{k}) \propto k_y^- \propto k_{y,i}$. **a-e** Dane eksperymentalne. **f-j** Dopasowanie modelu widzialności. Zakreślone regiony odpowiadają widzialności $\mathcal{V} > 1/\sqrt{2} \approx 0.707$ która daje łamanie nierówności CHSH. Dane doświadczalne i dopasowania modelu zostały uśrednione po wszystkich czterech kombinacjach baz pomiarowych. Przed dopasowaniem modelu dane eksperymentalne zostały wygładzone filtrem gaussowskim.



Rysunek 5.6: Uśredniona widzialność $\langle \mathcal{V}(x_s, y_s; t) \rangle_{x_s, y_s}$ dla rosnących czasów przechowywania t . **a** Niebieska krzywa przedstawia procent modów łamiących nierówność CHSH, podczas gdy czerwona krzywa odpowiada widzialności uśrednionej po tym podziorze modów. **b** Widzialność uśredniona po wszystkich modach (krzywa fioletowa) daje dobrą zgodność z modelem zaniku korelacji Glaubera drugiego rzędu $g^{(2)}$ (czerwona krzywa przerywana, zgodnie z równaniem (5.12)). Słupki błędów reprezentują najlepszą/najgorszą widzialności (± 1 odchylenie standardowe) uzyskaną z dopasowania

Dopasowanie modelu dało następujące wyniki:

$$\mathcal{V}_0 = 0.92 \pm 0.02, \quad (5.47)$$

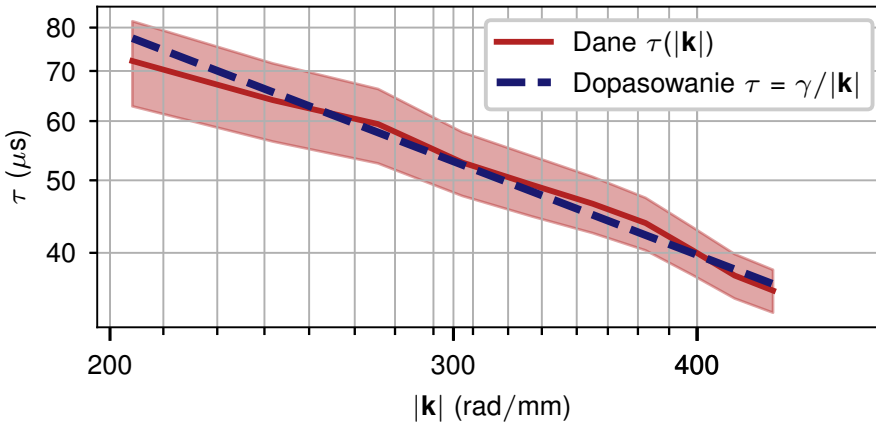
$$W = 0.13 \pm 0.02, \quad (5.48)$$

$$\gamma = (6.26 \pm 0.29) \times 10^3 \mu\text{s rad mm}^{-1}, \quad (5.49)$$

z czynnikiem γ odpowiadającym temperaturze $T = 47 \pm 5 \mu\text{K}$. Niezależny pomiar, dał temperaturę $T = 48 \pm 6 \mu\text{K}$, współczynnik szumu zależnego od prawdopodobieństwa wzbudzeń χ : $\tilde{B}_r^{(\chi)} = 0.131 \pm 0.015$ oraz wydajność odczytu $\eta_r(0) = 0.405 \pm 0.015$.

5.3.5 Widzialność uśredniona

Jak widać na rys. 5.6a, do ok. 30 μs prawie wszystkie mody dają łamanie nierówności CHSH, natomiast od 45 μs łamanie zachodzi dla połowy modów. Średnia widzialność wśród modów łamiących CHSH pozostaje prawie stała wraz ze wzrostem czasu pamięci. Na rysunku 5.6b widzimy bardzo dobrą zgodność widzialności uśrednionej dla



Rysunek 5.7: Zależność szybkości dekoherencji $\tau(|\mathbf{k}|)$ od długości wektora falowego fali spinowej $|\mathbf{k}|$. Dane uzyskano wybierając z map widzialności BSM $\mathcal{V}(k_{x,-}, k_{y,-}; t)$ mody o tym samym współczynniku dekoherencji dla obu polaryzacji $c_H(t) = c_V(t)$ (tj. $k_{y,-} \approx k_{y,\max}/2$). Dane zostały podzielone na grupy według $|\mathbf{k}| = \sqrt{k_{x,-}^2 + k_{y,-}^2}$, a model dekoherencji, podany w równaniu (5.42), został dopasowany jednocześnie do wszystkich grup (to samo W, \mathcal{V}_0 , inne τ). Wynik $\tau(|\mathbf{k}|)$ odpowiada linii ciągłej (Data), a obszar zacieniony przedstawia odchylenie standardowe. Linia przerywana (Fit) reprezentuje dopasowanie $\tau(|\mathbf{k}|) = \gamma/|\mathbf{k}|$ z uzyskanym $\gamma = 5.98 \times 10^3 \mu\text{s rad mm}^{-1}$ odpowiadającym temperaturze $52 \mu\text{K}$. Pozostałe parametry dopasowania są zgodne z wcześniejszymi wynikami $W = 0.15 \pm 0.01, \mathcal{V}_0 = 0.94 \pm 0.01$.

wszystkich modów $\langle \mathcal{V} \rangle$ z przewidywaniem na podstawie zmierzonej korelacji krzyżowej Glaubera $\langle (g^{(2)}(t) - 1)/(g^{(2)}(t) + 1) \rangle$. Widać, że powyżej $45 \mu\text{s}$ wydajność dużej liczby modów znacznie się pogarsza. Liczba modów o danej długości wektora falowego $|\mathbf{k}|$ jest w przybliżeniu proporcjonalna do $|\mathbf{k}|$, dlatego modów o krótkim wektorze falowym, a co za tym idzie długim czasie życia jest mało.

5.3.6 Zależność przestrzenna zaniku

Dekoherencja spowodowana ruchem termicznym prowadzi do gaussowskiego profilu czasowego wydajności odczytu, opisuje to równanie (5.29), z charakterystycznym czasem zaniuku $\tau(|\mathbf{k}|) = \gamma/|\mathbf{k}|$. Szeroki zakres obserwowanych kątów emisji zapewnia wyjątkową możliwość precyzyjnego badania zależności czasu dekoherencji $\tau(|\mathbf{k}|)$ od długości wektora falowego $|\mathbf{k}|$. Jak pokazano na rys. 5.7, wyniki eksperymentalne zgadzają się z przewidywaniami dotyczącymi dekoherencji wywołanej ruchem termicznym.

5.4 Podsumowanie

W tym rozdziale przedstawiona została charakteryzacja generatora polaryzacyjnych stanów Bella w ok. 550 modach kątowych, z funkcją programowalnego opóźnienia dla drugiego fotonu w parze. Około 1100 dostępnych modów wielomodowej pamięci kwantowej zostało podzielonych na części H i V , które następnie zostały nałożone na siebie tworząc 550 modów w superpozycji polaryzacyjnej. Doświadczalnie wykazaliśmy łamanie nierówności CHSH o więcej niż 3 odchylenia standardowe z parametrem Bella osiągającym

$S = 2.60 \pm 0.19$. Przestrzennie rozdzielczy pomiar widzialności interferencji BSM wykazał, że po 45 μs przechowywania około 50% modów nadal wykazuje łamanie nierówności CHSH, podczas gdy po 60 μs ułamek ten spada do około 10%. Uśredniona widzialność BSM, która odzwierciedla efektywną zawartość ebitów w wygenerowanym stanie pozostaje po tym czasie jednak znacząca.² W naszym eksperymencie spadła ona zaledwie do około 50% po 60 μs przechowywania, w porównaniu z początkową wartością wynoszącą ok. 80%. Przy obecnych parametrach eksperymentalnych, szacujemy prawdopodobieństwo wygenerowania i wykrycia co najmniej jednego atomowo-fotonowego stanu Bella we wszystkich parach modów na $1 - (1 - \eta\chi)^M \approx 35\%$ (89%, z uwzględnieniem wydajności detekcji w η , z pominięciem strat systemu filtrującego).

²W protokołach destylacji splątania z użyciem jednej kopii [Wan⁺06] nawet lekko splątane stany mogą być probabilistycznie destylowane do stanów Bella

Rozdział 6

Zastosowanie wielomodowego generatora stanów Bella w obrazowaniu jałowym

Kwantowe obrazowanie jałowe (ghost imaging, GI) [Str⁺95; Pit⁺95] to technika, która wykorzystuje skorelowane pary fotonów do rekonstrukcji obrazu z fotonów, które nie oddziałują z obrazowanym obiektem. W standardowym kwantowym protokole GI obrazowany obiekt jest umieszczany w bliskim lub dalekim polu źródła fotonów EPR. Źródło generuje skorelowane fotony w dwóch oddzielnych wiązках - sygnałowej i jałowej. Obiekt jest oświetlany przez fotony sygnałowe, które są następnie wykrywane za pomocą detektora bez rozdzielczości przestrzennej - detektor zbiorczy, działającego jako generator sygnału wyzwalającego dla drugiego, przestrzennie rozdzielczego detektora - kamery umieszczonej w wiązce fotonów jałowych w tej samej płaszczyźnie optycznej co obiekt. Ponieważ kamera rejestruje fotony jałowe tylko wtedy, gdy przez obiekt przechodzi foton sygnałowy (co skutkuje generacją sygnału wyzwalającego), zarejestrowane fotony jałowe budują obraz. W takim scenariuszu fotony jałowe muszą być dodatkowo opóźnione w czasie, aby skompensować elektroniczne opóźnienie propagacji sygnału wyzwalającego, co do tej pory udawało się osiągnąć tylko za pomocą optycznej linii opóźniającej zachowującej obraz [Mor⁺19a], lub postselekcji skorelowanych zdarzeń.

Rola kwantowości w GI jest tematem debaty od dwóch ostatnich dekad. Chociaż obecnie wiadomo, że obrazy jałowe można uzyskać z użyciem światła klasycznego [BBB02; Val⁺05], kwantowy GI może prowadzić do poprawy kontrastu lub stosunku sygnału do szumu (SNR) [Asp⁺16; Jac⁺09] oraz rozdzielczości [Dan⁺05] w uzyskanym obrazie. Dlatego aktualne pytanie nie dotyczy kwantowej natury GI, lecz raczej tego, czy z użyciem światła kwantowego można zaobserwować nowe ciekawe efekty. Wreszcie, ostatnie demonstracje obrazowania nielokalnych korelacji bellowskich [Mor⁺19b] i kwantowego GI wykorzystującego korelacje wyższego rzędu [Hod⁺19] sugerują niegasnące zainteresowanie tym tematem.

Zastosowanie przestrzennie wielomodowej pamięci kwantowej zarówno jako źródła stanów EPR i linii opóźniającej wydaje się być naturalnym rozwiązaniem. Pamięć taka może przechowywać foton jałowy i uwolnić go dopiero po otrzymaniu sygnału wyzwalającego, oferując w ten sposób większą uniwersalność, potencjalnie znacznie większe opóźnienia i jednocześnie unikając trudnej inżynierii obrazujących linii opóźniających. Zaskakujące jest więc, że realizacja takiego schematu nie występuje nigdzie w literaturze (poza naszą,

opisywaną tu demonstracją).

W tym rozdziale opisuję wykorzystanie wielomodowej pamięć kwantowej do realizacji protokołu GI w czasie rzeczywistym i obrazowania polaryzacyjnych korelacji bellowskich z rozdzielczością przestrzenną. Czas życia pamięci wynoszący dziesiątki μs umożliwia łatwą realizację protokołu GI bez dodatkowej optycznej linii opóźniającej. Za pomocą kamery czulej na pojedyncze fotony uzyskaliśmy obrazy jałowe korelacji bellowskich, dające prawie 79% widzialności interferencji i złamanie nierówności Bella o 32 odchylenia standardowe. Wyniki przedstawione w tym rozdziale zostały opublikowane w pracy [Maz⁺21].

6.1 Wyniki

Konfiguracja eksperymentalna jest pokazana na rys. 6.1a i opisana bardziej szczegółowo w rozdziale 3. Gneneracja polaryzacyjnych stanów EPR-Bella przebiega w podobny sposób jak w przypadku charakteryzacji generatora opisanej w rozdziale 5.

Tak jak poprzednio, fotony sygnałowe i jałowe są zbierane przez dwa identyczne układy obrazowania w dalekim polu (przedstawione jako pojedyncze soczewki na rys. 6.1a). Następnie fotony przechodzą przez układy przypominające MZI, na których wyjściu otrzymujemy stan (4.74)

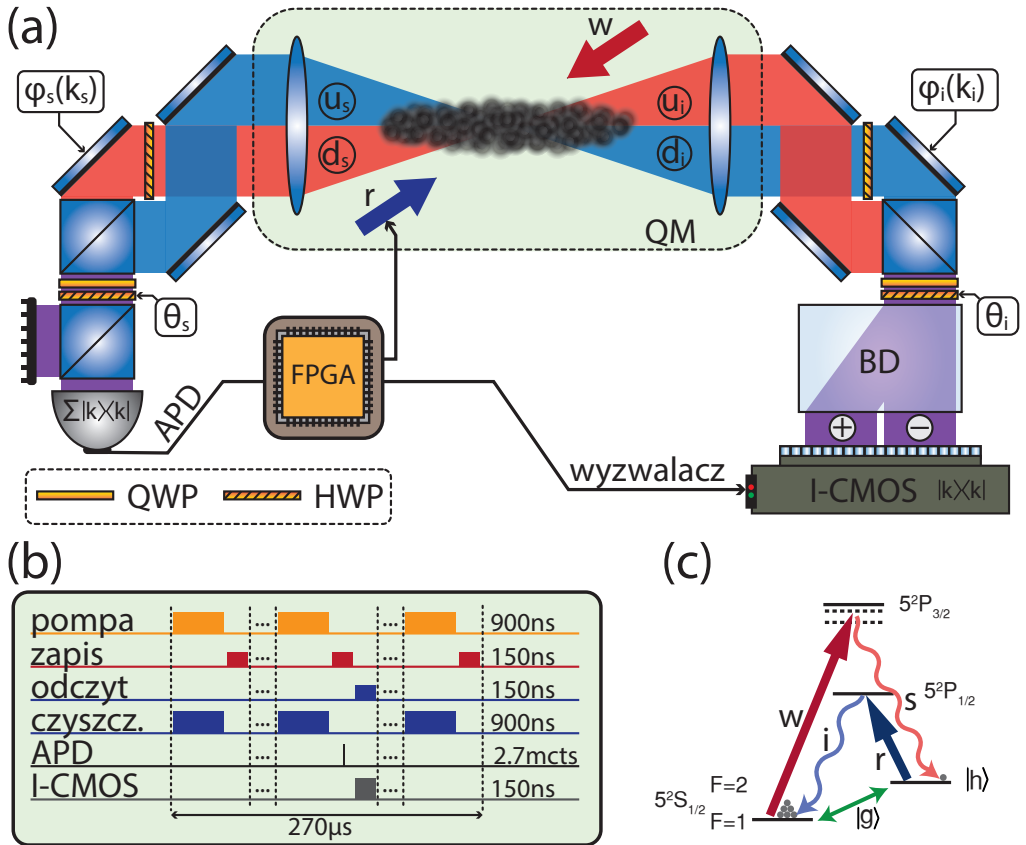
Aby uzyskać obraz jałowy korelacji bellowskich, wykonujemy pomiar polaryzacji na dużym, okrągłym obszarze w przestrzeni wektorów falowych fotonów sygnałowych i jałowych. Pomiar realizowany jest za pomocą techniki GI ze sprzężeniem zwrotnym, które umożliwia funkcja pamięci naszego źródła.

W przeciwieństwie do eksperymentów jednokanałowych [AGR81] lub dwukanałowych [AGR82] nasz schemat realizuje scenariusz hybrydowy, opisany w rozdziale 4: strona rejestrująca fotony sygnałowe dokonuje pomiaru przy użyciu jednokanałowego polaryzatora i detektora zbiorczego, podczas gdy druga strona (jałowa) używa dwukanałowego polaryzatora (BD na rys. 6.1a) i kamery czulej na pojedyncze fotony (I-CMOS) umieszczonej w dalekim polu zespołu atomowego, a zatem polu bliskim MZI. Realizacja detektora zbiorczego to światłowód wielomodowy na który obrazowany jest obszar pomiarowy. Na drugim końcu tego światłowodu znajduje się fotodioda lawinowa (APD) połączona z kontrolerem sekwencji eksperymentalnej (FPGA), który decyduje czy wykonać odczyt z pamięci i wyzwolić kamerę. Ilustruje to sekwencja eksperymentalna widoczna jest na rys. 6.1b. W ten sposób proces odczytu, a przede wszystkim pomiar kamerą, jest wykonywany tylko wtedy, gdy zostanie wykryty foton sygnałowy. To sprzężenie zwrotne jest centralnym punktem naszej eksperymentalnej implementacji i zapewnia znacznie szybsze zbieranie statystyki w porównaniu z dotychczasowymi podejściami post-selekcyjnymi.

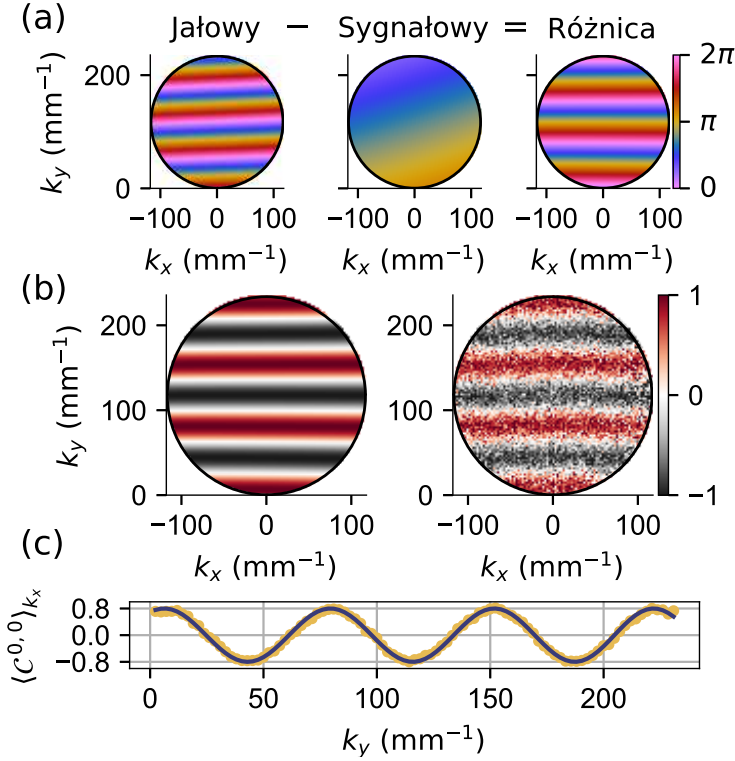
Pomiar jaki w realizuje taki schemat można opisać za pomocą zestawu POVM indeksowanych wektorem falowym fotonu jałowego:

$$\Pi_{\pm}^{\theta_s, \theta_i}(\mathbf{k}_i) = \int |\mathbf{k}, \theta_s\rangle \langle \mathbf{k}, \theta_s| \otimes |\mathbf{k}_i, \pm\theta_i\rangle \langle \mathbf{k}_i, \pm\theta_i| d\mathbf{k}, \quad (6.1)$$

gdzie $|\theta\rangle = (|H\rangle + e^{i\theta}|V\rangle)/2$ reprezentuje ustawienie pomiaru na równiku sfery Blocha, a przez \pm oznaczamy dwa możliwe wyniki na polaryzatorze dwukanałowym. Rozkład



Rysunek 6.1: Układ doświadczalny do wspomaganego pamięcią kwantową fazoczułego GI. a Pamięć kwantowa QM generuje pary EPR *signal* i *idler*. Interferometry Macha-Zehndera (MZI) nakładają na siebie dwie połowki stożka emisji generując indeksowaną wektorem falowym superpozycję polaryzacyjnych stanów Bella. MZI zapewnia również dodatkową kontrolę fazy między dwoma komponentami stanu $\varphi_s - \varphi_i$. Fotony *signal* są wykrywane przez detektor zbiorczy umieszczony za polaryzatorem ustawionym pod kątem θ_s . Zdarzenia detekcji fotonów *signal* są procesowane przez układ FPGA sterujący sekwencją eksperymentalną (w szczególności impulsem odczytu r) i zapewniający sygnał wyzwalający dla kamery I-CMOS. b Sekwencja eksperymentalna. Odczyt jest wykonywany tylko wtedy, gdy zostanie wykryty foton *signal*. c Poziomy energetyczne ^{87}Rb używane w protokole QM.



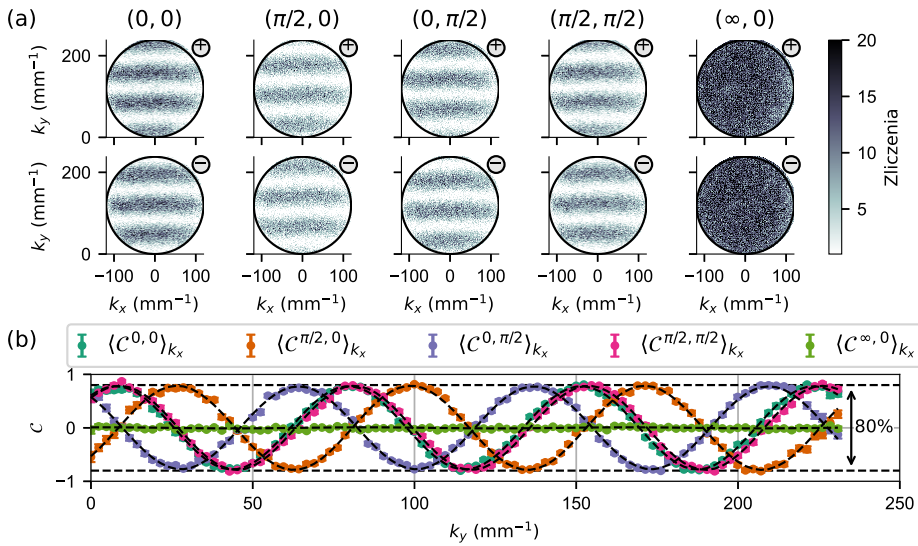
Rysunek 6.2: Profile fazowe MZI używane w eksperymencie. **a** Zmierzone profile fazowe w ramionach *idler* i *signal* i wynikający z nich profil różnicowy istotny dla wygenerowanego stanu. **b** Porównanie klasycznie zasymulowanej (po lewej) i zmierzonej (po prawej) funkcji korelacji $C^{0,0}(\mathbf{k}_i)$. **c** k_x - uśrednione prążki z **b**: linia - symulacja, punkty - pomiar.

prawdopodobieństwa wyników takiego pomiaru jest dany przez:

$$\begin{aligned}
 p_{\pm}^{\theta_s, \theta_i}(\mathbf{k}_i) &= \langle \psi_B | \Pi_{\pm}^{\theta_s, \theta_i}(\mathbf{k}_i) | \psi_B \rangle \\
 &= \int |\tilde{\psi}_{\text{EPR}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)|^2 \cos^2 \left(\frac{\phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) + \theta_s \mp \theta_i}{2} \right) d\mathbf{k}_s,
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

gdzie $\phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = \varphi_s(\mathbf{k}_s) - \varphi_i(\mathbf{k}_i)$ jest profilem fazowym MZI, a całkowanie przebiega przez obszar detektora zbiorczego, który w naszym przypadku jest okręgiem ograniczonym przez aperturę numeryczną światłowodu wielomodowego ($\text{NA}=0.2$). Z równania (6.2) widzimy, że rozdzielczość takiego fazoczułego protokołu GI jest ograniczona przez siłę korelacji w pędach fotonów opisaną przez funkcję falową (4.32), tzn. zmiana fazy w ramieniu sygnałowym $\varphi_s(\mathbf{k}_s)$ powinna być powolna w porównaniu z szerokością antykorelacji $\sigma \approx 6 \text{ mm}^{-1}$.

Do pomiarów wybraliśmy fazę $\varphi_s(\mathbf{k}_s)$ liniowo i powoli zmienną głównie wzdłuż kierunku y , co zapewnia minimalny wkład (mniej niż 1%) do całkowitej widzialności. Faza w ramieniu jałowym $\varphi_i(\mathbf{k}_i)$ została wybrana podobnie, ale z większym nachyleniem. Aby zmierzyć profile fazowe w obu ramionach, dokonaliśmy pomiaru interferometrycznego z użyciem makroskopowego stanu koherentnego. Pomiar ten polegał na zasianiu pamięci impulsem laserowym spójnym fazowo z laserem wymuszającym generację fotonów sygnałowych. Impuls ten wchodził do pamięci jednocześnie z impulsem wymuszającym i



Rysunek 6.3: Obrazy jałowe dla różnych ustawień pomiarowych do charakteryzacji stanu Bella. **a** Obrazy jałowe korelacji dla pięciu ustawień pomiarowych (θ_s, θ_i) . \oplus i \ominus oznaczają regiony odpowiadające dwóm kanałom (\pm) polaryzatora dwukanałowego. **b** Zmierzona funkcja korelacji $C^{\theta_s, \theta_i}(k_x, k_y)$ uśredniona w poziomie (po współrzędnej k_x) dla każdego ustawienia pomiarowego z **a**. Widzialność lokalna wynosi do 80%.

był zogniskowany w środku chmury atomów. Aby utrzymać spójność fazową, wiązka zasiewająca została wytworzona z lasera wymuszającego (zapisującego) poprzez przesunięcie częstotliwości niewielkiej ilości jego wiązki o 6.834 GHz za pomocą EOM i wnęki filtrującej (szczegóły tego układu zostały opisane w rozdziale 3). Wiazka ta była używana zarówno do pomiaru profilu fazowego w ramieniu sygnałowym, jak i do generowania silnej spójności atomowej w pamięci. W procesie odczytu spójność ta prowadzi do emisji makroskopowego impulsu światła, który umożliwił nam pomiar profilu fazowego w ramieniu jałowym. Do tych pomiarów zastąpiliśmy detektor zbiorczy kamerą, a polaryzator został zamieniony na dwukanałowy. Pozwoliło nam to na rejestrację natężeniowych prążków interferencyjnych w obu ramionach z fazami zależnymi od ustawień baz pomiarowych $\{\theta_s, \theta_i\}$. Pomiar profilu fazowego polegał na obserwacji prążków w natężeniowych $I_{+(-)}$ w kanałach pomiarowych $+$ i $-$ odpowiadających dwóm oddzielnym regionom na kamerze dla wielu ustawień pomiarowych $\{\theta_s, \theta_i\} \in [0, 2\pi] \times [0, 2\pi]$. Następnie dla każdego ustawienia $\{\theta_s, \theta_i\}$ z funkcji korelacji obliczonej jako $C = \frac{I_{+} - I_{-}}{I_{+} + I_{-}}$ odzyskany został profil fazowy ramienia sygnałowego i jałowego. Zastosowana została standardowa procedura odzysku fazy oparta o transformatę Fouriera: najpierw wykonujemy dwuwymiarową transformatę Fouriera rzeczywistej wartości funkcji korelacji, następnie w przestrzeni fourierowskiej wybieramy region wokół jednej z dwóch głównych (identycznych) składowych częstotliwości, które są położone symetrycznie do punktu zerowego częstotliwości. Odfiltrowujemy ten region, ustawiając pozostałe (poza tym regionem) wartości na poziom tła. Na koniec odwrotna, dwuwymiarowa transformata Fouriera daje nam sygnał zespolony z fazą odpowiadającą profilowi fazowemu interferometru przesuniętemu o $\theta_s(i)$. Wreszcie, dla wszystkich odzyskanych profili ustawiamy fazę globalną $\theta_s(i)$ na 0 i uśredniamy wyniki. Ostateczne profile fazowe uzyskuje się ze zespolonej średniej poprzez wzięcie funkcji $\arg(\cdot)$. Uzyskane profile fazowe są przedstawione na

⁰Jest to własność transformaty Fouriera funkcji rzeczywistej.

rys. 6.2a, gdzie widoczny jest również łączny profil odpowiadający profilowi różnicy faz $\phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$. Rysunek 6.2b przedstawia porównanie zasymulowanej (z odzyskanej fazy) i zmierzonej funkcji korelacji $C^{0,0}(\mathbf{k}_i)$ zdefiniowanej jako:

$$C^{\theta_s, \theta_i}(\mathbf{k}_i) = \frac{n_+^{\theta_s, \theta_i}(\mathbf{k}_i) - n_-^{\theta_s, \theta_i}(\mathbf{k}_i)}{n_+^{\theta_s, \theta_i}(\mathbf{k}_i) + n_-^{\theta_s, \theta_i}(\mathbf{k}_i)}, \quad (6.3)$$

gdzie przez $n_{\pm}^{\theta_s, \theta_i}(\mathbf{k}_i)$ oznaczamy liczbę zarejestrowanych fotonów jałowych o wektorze falowym \mathbf{k}_i w każdym porcie dwukanałowego polaryzatora. Z równania (6.2) spodziewamy się, że funkcja korelacji będzie proporcjonalna do $\cos(\phi(-\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i))$, i tak rzeczywiście jest. Mapa $C^{0,0}(\mathbf{k}_i)$ powstała z 2×10^7 powtórzeń eksperymentu i zawiera 3×10^5 zliczeń odpowiadających koincydencjom fotonów sygnałowych i jałowych. Na rys. 6.2c widoczne są uśrednione w kierunku k_x prążki z obu map, gdzie widzimy dobrą zgodność między oczekiwaniem (linia ciągła), a pomiarem (punkty). Jedynym dopasowanym tam parametrem jest stała proporcjonalności interpretowana jako widzialność $\mathcal{V} = 78\%$.

6.1.1 Test Bella dla czterech kombinacji baz

Aby przeprowadzić test Bella w naszym hybrydowym scenariuszu, zarejestrowaliśmy cztery obrazy jałowe dla czterech różnych ustawień pomiarowych $(\theta_s, \theta_i) \in \{(0, 0), (\pi/2, 0), (0, \pi/2), (\pi/2, \pi/2)\} =: \mathcal{M}$ i jeden dodatkowy obraz dla marginalnego ustawienia oznaczonego jako $\{\infty, 0\}$, które odpowiada usuniętemu jednokanałowemu polaryzatorowi. Korzystamy z wariantu nierówności CHSH:

$$|S| \leq 2, \quad (6.4)$$

z parametrem Bella S dla przypadku hybrydowego:

$$S = C^{\theta_s, \theta_i}(\mathbf{k}_i) - C^{\theta_s, \theta'_i}(\mathbf{k}_i) + C^{\theta'_s, \theta_i}(\mathbf{k}_i) + C^{\theta'_s, \theta'_i}(\mathbf{k}_i) - 2C^{\infty, \theta_i}(\mathbf{k}_i). \quad (6.5)$$

Używamy tutaj standardowego założenia, że zarejestrowany podzbiór fotonów stanowi dobrą próbę statystyczną wszystkich wyemitowanych fotonów. Pozwala nam to zamienić funkcje korelacji prawdopodobieństwa z wyrażenia (4.69) na funkcję korelacji $\mathcal{P}^{\theta_s, \theta_i} = C^{\theta_s, \theta_i}/2$ dla każdej pary ustawień pomiarowych (θ_s, θ_i) z wyłączeniem specjalnego przypadku z usuniętym polaryzátorem w ramieniu sygnałowym, dla którego $\mathcal{P}^{\infty, \theta_i} = C^{\infty, \theta_i}$.

Dzięki różnicy faz $\phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ zależnej od wektora falowego, która w naszym przypadku w obszarze obserwacji zmienia się bardziej niż 6π , stan $|\psi\rangle$ (równanie (4.74)) maksymalnie łamie nierówność (6.4) dla dowolnych dwóch par ustawień pomiarowych przekreślonych o $\pi/2$: $|\theta_s - \theta'_s| = |\theta_i - \theta'_i| = \pi/2$. Wynika to z faktu, że zawsze istnieje określone \mathbf{k}_i , a tym samym $\phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$, dla których te ustawienia są optymalne, tzn. prowadzą do maksymalnego łamania nierówności (6.4). Dlatego dla uproszczenia wybraliśmy kąty 0 lub $\pi/2$.

Na rys. 6.3a widoczne są uzyskane obrazy jałowe dla pięciu poszczególnych ustawień pomiarowych, dla obu kanałów polaryzatora oznaczonych jako \oplus i \ominus . Na podstawie tych obrazów zostały oblicziliśmy funkcje korelacji zgodnie z równaniem (6.3). Uśrednione wyniki k_x są przedstawione na rys. 6.3b. Na ich podstawie, poprzez dopasowanie funkcji kosinus, otrzymaliśmy następujące widzialności $\{77.9\%, 78.6\%, 77.2\%, 78.9\%\} \pm 0.5\%$ odpowiadające czterem ustawieniom pomiarowym ze zbioru \mathcal{M} . Dla ustawienia krańcowego (z usuniętym jednokanałowym polaryzátorem) otrzymaliśmy $C^{\infty, \theta_i}(\mathbf{k}_i) = (1 \pm 3) \times 10^{-3}$, co wraz z otrzymanymi widzialnościami daje $S = 2.213 \pm 0.008$. Ten wynik

łame nierówność CHSH (6.4) o 26 odchyłeń standardowych (SD), co wskazuje na kwantowy charakter obserwowanych prążków. Widzialność mniejsza niż 100% jest wynikiem niedoskonałości występujących na różnych etapach naszej konfiguracji, które są szczegółowo omówione w podsekcji 6.2.

6.1.2 Test Bella na jednym obrazie

Aby bezpośrednio zademonstrować wysoką widzialność funkcji korelacji dla czterech baz pomiarowych, wprowadziliśmy w wygenerowanym stanie profil różnicy faz $\phi(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ zależny od wektora falowego. Ponieważ faza ta jest zbudowana z dwóch niezależnych profili fazowych w ramionach sygnałowym i jałowym, możemy ją interpretować alternatywnie jako odpowiedzialną za różne ustawienia pomiarowe dla różnych wektorów falowych \mathbf{k}_i . W ten sposób, traktując MZI ze znanymi profilami fazowymi $\varphi_{s(i)}(\mathbf{k}_i)$ jako części urządzeń pomiarowych, możemy przeprowadzić test Bella na parach wektorów falowych stanu EPR z równania (4.31), rejestrując wiele niezależnych ustawień pomiarowych (φ_s, φ_i) na jednym obrazie jałowym. Do tego zauważmy, że funkcja korelacji (6.3) zależy tylko od różnicy kątów pod jakimi są ustawione bazy pomiarowe $C^{\theta_s, \theta_i} = C(\phi = |\theta_s - \theta_i|)$. Jeśli wybierzemy zestaw $\{\theta_s, \theta'_s, \theta_i, \theta'_i\}$ spełniający $|\theta_s - \theta_i| = |\theta'_s - \theta_i| = |\theta'_s - \theta'_i| = \frac{1}{3}|\theta_s - \theta'_i| = \phi$, możemy ponownie zdefiniować parametr Bella S jako:

$$S = 3C(\phi) - C(3\phi) - 2C^\infty(\phi), \quad (6.6)$$

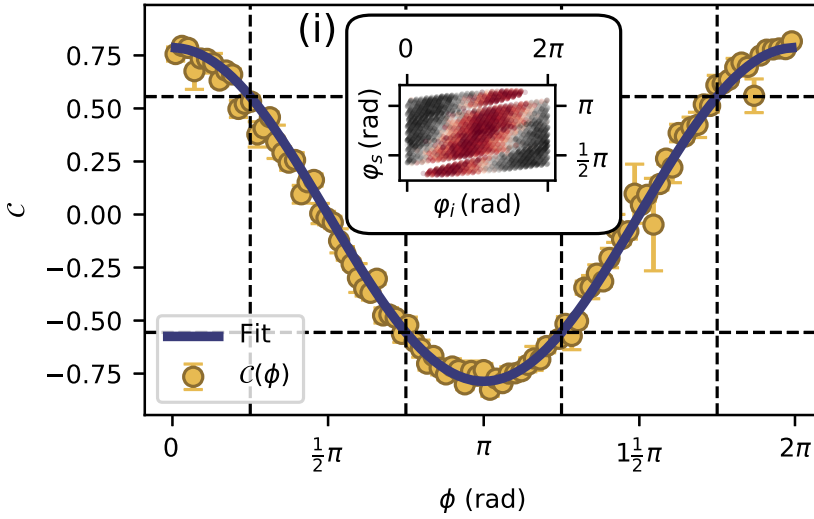
gdzie funkcja korelacji $C(\phi = \varphi_s - \varphi_i)$ jest zdefiniowana przy użyciu równania (6.3) z $n_{\pm}^{\theta_s, \theta_i}(\mathbf{k}_i)$ uśrednionymi zestawów wektorów falowych \mathbf{k}_i odpowiadających tej samej fazie ϕ : $n_{\pm}^{\theta_s, \theta_i}(\mathbf{k}_i) \rightarrow n_{\pm}^{\theta_s, \theta_i}(\phi) = \langle n_{\pm}^{\theta_s, \theta_i}(\mathbf{k}_i) \rangle_{\mathbf{k}_i: \phi(-\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_i) = \phi}$. Korelacja brzegowa $C^\infty(\alpha)$ jest zdefiniowana w analogiczny sposób i została eksperymentalnie zweryfikowana jako niezależna od \mathbf{k}_i , a tym samym ϕ , co widać na rys. 6.3b.

Rysunek 6.4 przedstawia wartości funkcji korelacji $C(\phi)$ uzyskane z pojedynczego obrazu jałowego (ustawienie (0,0) z rys. 6.3a). Wkładka rys. 6.4i przedstawia zbiór punktów użytych do obliczenia $C(\phi)$, gdzie kolory, podobnie jak na rys. 6.2b, reprezentują wartość funkcji korelacji dla każdego (φ_s, φ_i) . Widzimy wyraźnie, że korelacja zmienia się z różnicą faz $\phi = \varphi_s - \varphi_i$ zgodnie z oczekiwaniami. Używając parametru Bella z Równania (6.6) nierówność (6.4) jest maksymalnie łamana dla czterech punktów z zakresu $[0, 2\pi]$: $\phi \in \{\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4\}$. Punkty te i odpowiadające im wartości $C(\phi)$ zostały zaznaczone liniami przerywanymi na rys. 6.4.

Dopasowując oczekiwaną krzywą korelacji $\mathcal{V} \cos(\phi)$ do zaobserwowanych wartości $C(\phi)$ otrzymaliśmy $\mathcal{V} = 78.6\% \pm 0.3\%$, co daje $S = 2.227 \pm 0.007$ łamiący nierówność (6.4) o więcej niż 32 odchylenia standardowe.

6.2 Ograniczenia widzialności

Wyliczmy teraz wszystkie czynniki prowadzące do obniżenia widzialności obserwowanej interferencji kwantowej. Po pierwsze, jak już wiemy z poprzedniego rozdziału, maksymalna widzialność (przy założeniu doskonałych komponentów optycznych) jest ograniczona czystością generowanych par fotonów. Jakikolwiek szum obecny w ramieniu jałowym i pośrednio sygnałowym pojawi się jako niezerowe tło na uzyskanych obrazach jałowych. Ponieważ szum ten stanowią nieskorelowanych pary fotonów, na otrzymanym obrazie jałowym pojawi się on również poza regionem wyznaczonym przez obszar obserwacji fotonów sygnałowych. Dlatego, patrząc poza region występowania korelacji, możemy uzyskać średnią ilość obecnego szumu \bar{n}_{bckgr} , a następnie oszacować najwyższą osiągalną widzialność jako: $\mathcal{V}_{\text{ult}} = (\bar{n}_{\text{sig}} - \bar{n}_{\text{bckgr}}) / (\bar{n}_{\text{sig}} + \bar{n}_{\text{bckgr}})$ gdzie



Rysunek 6.4: Certyfikacja splątania z pojedynczym obrazem jałowym. Funkcja korelacji $\mathcal{C}(\phi)$ uzyskana z pojedynczego obrazu jałowego (dla ustawienia $(0, 0)$ z rys.6.3a), wraz z dopasowaną krzywą teoretyczną. Na wstawce i widoczny jest zbiór punktów z których obliczona została funkcja korelacji. Kolorowanie odpowiada wartościom funkcji korelacji dla każdego punktu, podobnie jak na rys. 6.2b

$\bar{n}_{\text{sig}} = 1/\mathcal{A}_o \int (n_{+}^{\infty,0}(\mathbf{k}_i) + n_{+}^{\infty,0}(\mathbf{k}_i)) d\mathbf{k}_i$ jest średnią liczbą zarejestrowanych koincydencji w okrągłym obszarze \mathcal{A}_o . W naszym przypadku \mathcal{V}_{ult} wynosi około 89%. Warto również zauważyć, że formułę tę można wyrazić za pomocą funkcji korelacji Glaubera drugiego rzędu $g_{si}^{(2)} \simeq \bar{n}_{\text{tot}}/\bar{n}_{\text{bckg}} \approx 16.5$. Niedoskonałości komponentów optycznych, w tym luster, polaryzatorów i płyt falowych obniżają osiągalną widzialność o współczynnik 0.97^2 . Wreszcie, pozostały spadek (o czynnik równy około 97%) jest najprawdopodobniej spowodowany szcążkowym niedopasowaniem przesunięcia $\delta\mathbf{k}$ pomiędzy dwoma MZI.

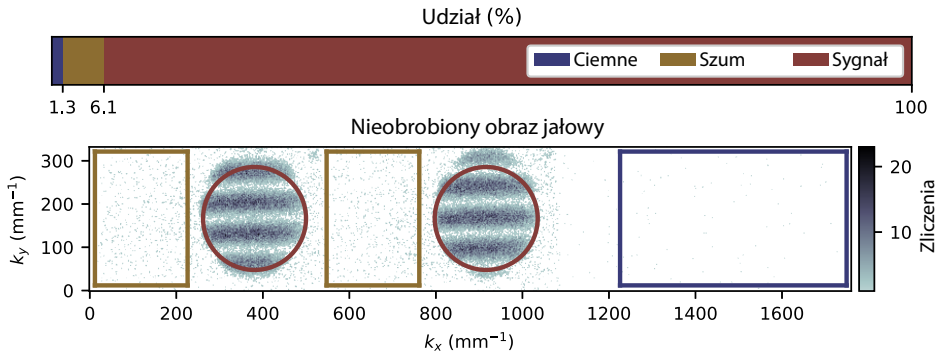
6.2.1 Szum i czystość par fotonów

Zbadajmy teraz dokładniej czystość generowanych par fotonów dającą limit na najwyższą osiągalną widzialność kwantowej interferencji. Proces generowania par s - i jest czysto probabilistyczny, z niezerową szansą wygenerowania wielu par w jednym strzale. Pary wyższego rzędu, podobnie jak szum pochodzący z przecieków lasera odczytowego i ciemnych zliczeń kamery I-CMOS, pojawiają się na uzyskanych obrazach jako stały podkład, obecny nawet poza obszarem korelacji wyznaczonym przez obszar detektora zbiorczego. Dlatego, patrząc poza region korelacji, możemy oszacować całkowitą ilość obecnego szumu i w ten sposób obliczyć ostateczną widzialność, porównując poziom szumu z sygnałem dającym prążki interferencyjne.

Na rys. (6.5) przedstawiamy procentowe wartości szumu i sygnału, wzięte z pomiarów dla baz pomiarowych ustawionych w konfiguracji $(0, 0)$. Na ich podstawie możemy oszacować najwyższą osiągalną widzialność: $\mathcal{V}_{\text{ult}} = (\bar{n}_{\text{sig}} - \bar{n}_{\text{bckg}})/(\bar{n}_{\text{sig}} + \bar{n}_{\text{bckg}}) \approx 88.6\%$.

Jak wiemy, jakość par s - i można scharakteryzować za pomocą funkcji korelacji Glaubera drugiego rzędu zdefiniowanej jako

$$g_{si}^2 = \frac{\langle n_s n_i \rangle}{\bar{n}_s \bar{n}_i}, \quad (6.7)$$



Rysunek 6.5: Procentowy udział szumu w obserwowanym sygnale. Słupek przedstawia średnią wartość pobraną z odpowiedniego regionu obrazu jałowego. Ciemne zliczenia zostały pobrane z regionu klatki kamery I-CMOS, który nie jest oświetlony przez żadne pole optyczne (fioletowa ramka). Wartość szumu została pobrana z regionów poza okrągłym obszarem detektora (złota ramka); obejmują one również zliczenia ciemne, obecne równomiernie na całej klatce. Ilość sygnału, który zawiera również szumy, została pobrana z okrągłych obszarów w których pojawia się obraz jałowy (czerwone okręgi). Współrzędne na osiach służą tylko do referencji i (w sensie absolutnym) nie odnoszą się do prawdziwych wartości wektora falowego.

gdzie $\langle n_s n_i \rangle$ to średnia liczba koincydencji, a $\bar{n}_s(i)$ to średnia liczba fotonów. Różnica w stosunku do sytuacji z rozdziału 5 polega na tym, że tym razem operujemy na całkowitej liczbie fotonów w obszarze obserwacji, a nie liczbie fotonów w danym modzie. Założenie niskiego prawdopodobieństwem generacji pary p jest jednak nadal słuszne, bo tylko taka sytuacja zapewnia nam małe prawdopodobieństwo generacji par wyższego rzędu. Możemy zatem przybliżyć powyższe średnie odpowiednimi prawdopodobieństwami i zastosować wzór wyprowadzony we wstępie tej części pracy:

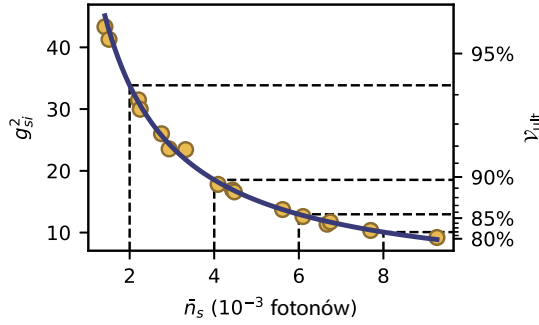
$$g_{si}^2 \simeq 1 + \frac{1}{p + \zeta_s/\eta_s + \zeta_i/\eta_i}, \quad (6.8)$$

gdzie ζ_s, ζ_i oznaczają prawdopodobieństwa wystąpienia szumu w obu ramionach, a η_s, η_i tak jak poprzednio reprezentują wydajności detekcji (oraz odczytu z pamięci w przypadku fotonu jałowego). Dla $\bar{n}_s \simeq p_s$ mamy:

$$g_{si}^2 \simeq 1 + \frac{1}{\bar{n}_s/\chi_s + \zeta_i/\chi_i}. \quad (6.9)$$

Dodatkowo, jak zauważyliśmy powyżej, koincydencje dające wkład od obrazu jałowego pojawiają się na kadrze kamery tylko w regionie ograniczonym przez obszar detektora zbiorczego, dlatego patrząc poza ten region możemy oszacować mianownik (6.7) jako $\bar{n}_s \bar{n}_i \simeq p_s p_i = p_{si} - p \eta_s \eta_i$ i uzyskać $g_{si}^{(2)} \simeq \bar{n}_{\text{tot}}/\bar{n}_{\text{bckg}}$, który w naszym przypadku (rys. 6.5) wynosi $g_{si}^{(2)} \approx 16.5$.

Na rys. 6.6 przedstawiamy dodatkowe pomiary funkcji g_{si}^2 dla różnych średnich liczb fotonów sygnałowych. Widoczna krzywa jest dopasowaniem funkcji (6.9) do danych z $\eta_s = (7.5 \pm 0.1)\%$ i $\zeta_i/\eta_i = (4 \pm 2)\%$. Pomiary dla eksperymentu GI zostały wykonane dla $\bar{n}_s \approx 4 \times 10^{-3}$, co odpowiada $p \approx 0.05$.



Rysunek 6.6: Zmierzona funkcja korelacji drugiego rzędu g_{si}^2 między fotonami sygnałowymi i jałowymi jako funkcja średniej liczby fotonów sygnałowych \bar{n}_s . Krzywa ciągła przedstawia prosty model dopasowany do danych. Najwyższa możliwa widzialność \mathcal{V}_{ult} odpowiadająca zmierzonym wartościom funkcji $g_{si}^{(2)}$ znajduje się na drugiej osi pionowej.

6.2.2 Szerokość pików korelacji σ i jej wpływ na widzialność

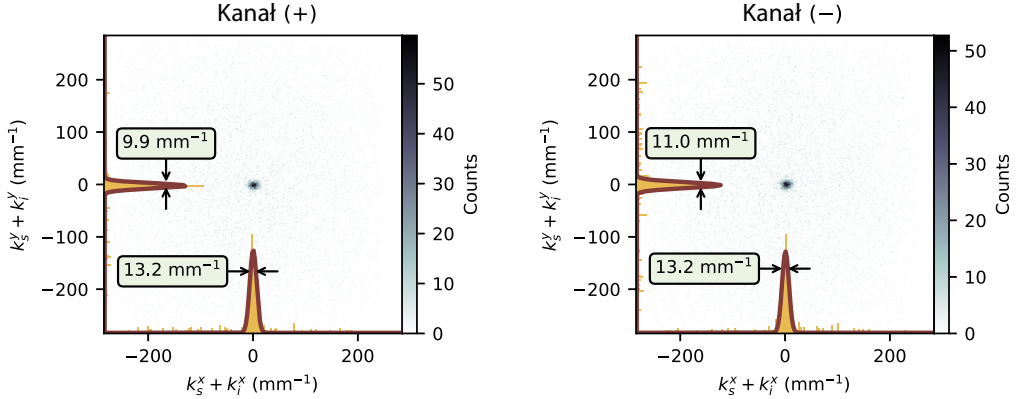
Szerokość korelacji σ funkcji falowej generowanych bifotonów $\psi_{\text{EPR}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$ ogranicza osiągalną rozdzielczość GI, a w przypadku pomiaru korelacji bellowskich prowadzi do zmniejszenia widzialności obserwowanych prążków. Zmniejszenie widzialności z powodu skończonego σ można oszacować przez obliczenie całki z Równania (6.2):

$$p_{\pm}(\mathbf{k}_i) = \int |\tilde{\psi}_{\text{EPR}}(\mathbf{k}_s - \delta\mathbf{k}, \mathbf{k}_i)|^2 \cos^2 \left(\frac{\varphi(\mathbf{k}_s) - \varphi(\mathbf{k}_i)}{2} \right) d\mathbf{k}_s \quad (6.10)$$

dla liniowo zmieniającej się fazy w ramieniu sygnałowym $\varphi(\mathbf{k}_s)$. Dla ułatwienia założymy (bez straty ogólności), że faza ta zmienia się tylko w kierunku x : $\varphi(\mathbf{k}_s) = \alpha k_x$. Całka ta wykonana po obszarze detektora zbiorczego daje $(1 + e^{-\alpha^2 \sigma^2 / 2} \cos(\varphi_s(-\mathbf{k}_i) - \varphi(\mathbf{k}_i))) / 2$, gdzie możemy zidentyfikować widzialność jako $\mathcal{V}_{\sigma} = e^{-\alpha^2 \sigma^2 / 2}$. Aby oszacować rozmiar pików korelacji σ , a tym samym zmniejszenie widzialności, przeprowadziliśmy dodatkowe pomiary z detektorem zbiorczym zastąpionym kamerą. Wyniki w postaci map korelacji we współrzędnych środka masy $2\mathbf{k}_+ = (\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i)$ uśrednione po ortogonalnej współrzędnej $2\mathbf{k}_- = (\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i)$ są przedstawione na rys. (6.7). Mapy zostały wykreślone dla obu kanałów (+ i -) polaryzatora dwuportowego (BD) z odjętym tłem w postaci $\bar{n}_s \bar{n}_i$. Linie ciągłe reprezentują dopasowane krzywe gaussowskie, które dają oszacowanie σ w każdym kierunku. Ponieważ wyniki dla σ_x i σ_y w obu przypadkach mają podobne wartości, jako ostateczne oszacowanie została wzięta średnia z tych czterech wartości, dająca $\sigma = (5.9 \pm 0.7) \text{ mm}^{-1}$. W połączeniu ze zmierzonym nachyleniem profilu fazowego w ramieniu sygnałowym $\alpha \approx 12.4 \text{ mrad} \times \text{mm}$ daje to $\mathcal{V}_{\sigma} \approx 99.7\%$, co jest pomijalne w porównaniu z innymi niedoskonałościami.

6.2.3 Spadek widzialności spowodowany niedopasowaniem MZI $\delta\mathbf{k}$

We wstępie tej części pracy do wyprowadzenia wzoru na wielomodowy polaryzacyjny stan Bella $|\psi_{\text{B}}\rangle$ założyliśmy, że oba układy MZI mają takie samo (dopasowane) przesunięcie wektora falowego $\delta\mathbf{k}$. W rzeczywistości, te dwa przesunięcia będą zawsze dopasowane ze skończoną precyzją $\zeta\mathbf{k}$. W takim wypadku wytworzony stan nie daje się w prosty sposób przedstawić w formie, w której superpozycja jest tylko na poziomie polaryzacji, jak w równaniu (4.74). Aby zbadać efekt takiego niedopasowania resztkowego,



Rysunek 6.7: Koincydencje z odjętym tłem we współrzędnych środka masy zmierzone kamerą. Linie ciągłe przedstawiają przekroje przez maksimum dopasowanego modelowego rozkładu prawdopodobieństwa $|\psi_{\text{EPR}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)|^2$. Etykiety oznaczają gaussowskie szerokości rozkładów 2σ .

możemy użyć formy pośredniej uwzględniającej występowanie niedopasowania w jednej z części:

$$|\psi_B\rangle = \mathcal{N} \int_{S_u \times I_u} (e^{i\varphi_s(\mathbf{k}_s)} \psi_{\text{EPR}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i - \delta\mathbf{k}) |\mathbf{k}_s, H\rangle |\mathbf{k}_i, V\rangle + e^{i\varphi_i(\mathbf{k}_i)} \psi_{\text{EPR}}(\mathbf{k}_s - \delta\mathbf{k}, \mathbf{k}_i) |\mathbf{k}_s, V\rangle |\mathbf{k}_i, H\rangle) d\mathbf{k}_s d\mathbf{k}_i. \quad (6.11)$$

Następnie, po wstawieniu (6.11) do równania (6.2) i wykonaniu całki w granicy $\delta\mathbf{k} \gg \sigma$ otrzymujemy:

$$p \propto (1 + e^{-\zeta^2 \mathbf{k}^2 / (8\sigma^2)}) \cos(\varphi_s(-\mathbf{k}_i) - \varphi_i(\mathbf{k}_i)) / 2, \quad (6.12)$$

gdzie widzialność identyfikujemy jako $\mathcal{V}_{\zeta\mathbf{k}} = e^{-\zeta^2 \mathbf{k}^2 / (8\sigma^2)}$. Spadek widzialności jaki przyporządkowujemy temu efektowi wynosi 97%, co odpowiada $\zeta\mathbf{k} \approx 0.5\sigma$.

6.3 Podsumowanie

Podsumowując, w tym rozdziale zaprezentowałem użycie wielomodowej pamięci kwantowej jako źródła światła do fazoczułego obrazowania jałowego i zademonstrowałem obrazy jałowe korelacji bellowskich. Według naszej wiedzy, jest to pierwsza demonstracja eksperymentu GI wspomaganego pamięcią kwantową.

Na koniec przedyskutujmy potencjalne zastosowania i bezpośrednie zalety w stosunku do poprzednio zademonstrowanych eksperymentów z obrazowaniem jałowym, opartych na spontanicznej parametrycznej konwersji w dół (SPDC). W tabeli 6.1 porównujemy nasze wyniki z innymi pracami, które wykorzystują linię opóźniająca (DL) zamiast pamięci kwantowej (QM) w układzie GI. W eksperymentach SPDC współczynnik koincydencji (R) jest ograniczony przez maksymalną częstotliwość bramkowania sensora obrazu i waha się od kilku do kilkuset koincydencji na sekundę (cps). W naszej konfiguracji osiągamy ≈ 6 cps, co jest ograniczone przez czas chłodzenia i pułapkowania atomów, który zajmuje

Typ	R ($\frac{1}{s}$)	ν	τ (ns)	M	PS	Ref.
QM	6	0.78	> 150	370	tak	Ta praca
DL	35	0.9	73	500	nie	[Asp ⁺ 13]
DL	528	0.71	84	113	nie	[Asp ⁺ 15]
DL	4	0.86	67		tak	[Mor ⁺ 19b]
DL	< 6	0.67			tak	[Asp ⁺ 16]

Tablica 6.1: Porównanie dwóch podejść do obrazowania jałowego pod względem częstości koincydencji (R), widzialności (ν), liczby modów (M) i czułości fazowej (PS): QM - Pamięć kwantowa, DL - linia opóźniająca.

89% sekwencji. Szybkość chwilowa wynosi zatem około 60 cps i może być podwojona w podejściu nieczułym na fazę poprzez usunięcie interferometrów. Jest to porównywalne z większością metod SPDC, aczkolwiek przy szybszym bramkowaniu kamerą GI z użyciem SPDC może potencjalnie osiągnąć znacznie wyższe prędkości. Dostępna liczba modów (M) i osiągalna widzialność (lub równoważnie stosunek sygnału do szumu) jest porównywalna w obu przypadkach. Parametrem, na którym chcemy się skupić, jest dostępne opóźnienie czasowe (τ) potrzebne do prawidłowego wyzwalania kamery, które w przypadku eksperymentów SPDC nigdy nie przekracza 100 ns (co odpowiada 30 m dodatkowej drogi optycznej). W naszej konfiguracji opóźnienie to można zaprogramować i może ono być tak długie, jak zależny od wektora falowego czas życia pamięci, który jak wiemy z poprzedniego rozdziału dla $45 \mu s$ pozwala na odzyskanie 50% modów. Tak duże opóźnienie może być przydatne w zastosowaniach takich jak kwantowy LIDAR jałowy [HS13] lub kwantowy radar [Sha20; Pir⁺18], w którym światło kwantowe poprawia stosunek sygnału do szumu [Gre⁺20]. Inna różnica polega na tym, że fotony sygnałowe i jałowe emitowane z naszej pamięci mają kilka MHz szerokości widmowej, a zatem łatwiej je odfiltrować z szerokopasmowego tła. Wąskopasmowość generowanych fotonów sprawia też, że nadają się one do zdalnego próbkowania systemów optomechanicznych i atomowych, ułatwiając np. obrazowanie pola magnetycznego. Ponadto prezentowany system wyposażony w bardziej zaawansowaną detekcję fotonów sygnałowych w połączeniu z technikami kształtowania frontów falowych z użyciem szybkich macierzy mikroluster (DMD) lub przestrzennych modulatorach światła (SLM) może znaleźć zastosowanie w nowych adaptacyjnych schematach kwantowego GI [DRF18].

Część III

Pamięć gradientowa z przetwarzaniem

Rozdział 7

Pamięć gradientowa

Wykorzystanie czasowego lub spektralnego stopnia swobody klasycznych stanów światła jest podstawą nowoczesnych sieci telekomunikacyjnych. Multipleksowanie czasowe (Optical Time-Division Multiplexing, OTDM) i częstotliwościowe (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing, OFDM) w połączeniu z kodowaniem informacji w amplitudzie i fazie światła umożliwia ekstremalnie szybki i wydajny przesył informacji klasycznej na duże odległości [Nak⁺12]. Czasowy stopień swobody kwantowych stanów światła umożliwia lub usprawnia wiele zadań związanych z kwantowym przetwarzaniem informacji [Hum⁺14; Bre⁺15; Rei⁺16; Lu⁺19]. W celu rozwoju architektur sieci kwantowych i znajdowania nowych rozwiązań w zakresie obliczeń kwantowych i metrologii poświęcono znaczny wysiłek na rozwój pamięci kwantowych opartych na zespołach atomowych. Układy te oferują wielomodowe przechowywanie i przetwarzanie [Pu⁺17; Par⁺17; Maz⁺19; Ser⁺19] stanów światła, wysoką wydajność [Cho⁺16] lub długi czas przechowywania [Bao⁺12]. Jedną z takich realizacji jest pamięć gradientowa. Protokół pamięci gradientowej (Gradient Echo Memory, GEM) umożliwia odwracalne mapowanie serii impulsów światła na spójność atomową. W najprostszym wydaniu protokół ten realizuje pamięć FILO (first in, last out). Sprytna kontrola odczytu z pamięci GEM umożliwia jednak implementację innych pamięci takich jak FIFO (first in, first out) czy nawet odczyt w dowolnej kolejności [Hos⁺09]. Protokół ten dodatkowo cechuje się dużą wydajnością zapisu i odczytu sięgającą 87% [Hos⁺11; Cho⁺16] i umożliwia generację par fotonów w wielu modach czasowych [Hel⁺20]. Połączenie pamięci gradientowej z techniką modulacji fali spinowej za pomocą dynamicznego efektu Starka pozwala wykonywanie manipulacji pomiędzy różnymi modami czasowymi [Maz⁺19] i zaawansowane manipulacje czasowo-spektralne.

7.1 Dopasowanie fazowe

Zanim przejdziemy do opisu pamięci gradientowej i jej zastosowania w czasowo-częstotliwościowym przetwarzaniu modów czasowych rozważmy bardzo prosty przypadek, w którym stałe w czasie, słabe pole sygnałowe E_1 propagujące się pod małym kątem względem osi z w płaszczyźnie $x - z$ opisywane wolnozmienną amplitudą $\mathcal{A}_1(\mathbf{r}) \equiv \mathcal{A}(\mathbf{r}) = \mathcal{A}_{\text{in}} \exp(i(k_x^{\text{in}}x - (k_x^{\text{in}})^2z/2k_{\mathcal{A}}))$ jest mapowane na spójność $q_{h,g}$ przy użyciu pola kontrolnego E_2 z $\mathcal{A}_2(\mathbf{r}) = \mathcal{C}$ propagującego się wzdłuż osi z . Załóżmy, że oba pola są falami płaskimi, a zespół atomów jest bardzo duży w kierunkach poprzecznych. Dodatkowo wybierzmy odstrojenie dwufotonowe δ tak by kompensowało przesunięcie Starka wywołane silną wiązką kontrolną $\delta = -\delta_{\text{acs}}$. Spodziewamy się, że silne pole \mathcal{C}

będzie się zmieniać nieznacznie przez cały czas interakcji, dlatego jego ewolucję od tego momentu będziemy pomijać. W poniższym przykładzie założymy, że jesteśmy w reżimie słabego oddziaływania i generowana spójność będzie miała pomijalny wpływ na ewolucję przyłożonego słabego pola \mathcal{A} . Rozwiązując równanie (2.43) w bezstratnym przypadku $\gamma, \Gamma_P = 0$ dla czasu interakcji T otrzymujemy spójność proporcjonalną do przyłożonych pól i czasu interakcji:

$$q_{h,g} \propto TC^* \mathcal{A}_{\text{in}} e^{i(k_x^{\text{in}} x - (k_x^{\text{in}})^2 z / 2k_{\mathcal{A}})} \quad (7.1)$$

która po odwirowaniu do obrazu Schrödingera i powrocie do układu laboratorium $t \rightarrow t - z/c$ ma dodatkowy czynnik fazowy: $q_{h,g}^{\text{LAB}} = q_{h,g} \exp(-i(\omega_{\mathcal{A}} - \omega_{\mathcal{C}})t + i(k_{\mathcal{A}} - k_{\mathcal{C}})z)$. Spójność ta więc odzwierciedla różnicę wektorów falowych pól, które ją wygenerowały. Możemy więc zdefiniować wektor falowy spójności, który w ogólności, będzie w postaci

$$\mathbf{K} = \mathbf{k}_{\mathcal{A}}^{\text{in}} - \mathbf{k}_{\mathcal{C}}. \quad (7.2)$$

Odzwierciedla to rysunek 7.1a, na którym wchodzące pole sygnałowe \mathcal{A}_{in} i kontrolne \mathcal{C} przyłożone zostały pod różnymi kątami.

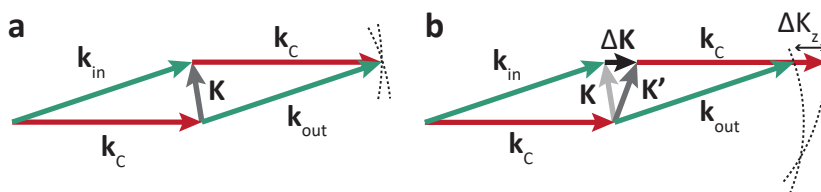
Zbadajmy teraz proces odwrotny, następujący po opisanym wyżej procesie generacji spójności. W tym przypadku zespół atomów z początkową spójnością $q_{h,g}$ oświetlamy tylko silnym polem \mathcal{C} przez czas T . Znow zakładamy, że jesteśmy w reżimie słabego oddziaływania i pominiemy ewolucję wcześniej przygotowanej spójności. Interesować nas będzie generowane pole sygnałowe \mathcal{A} . Rozwiązując równanie (2.41) ze spójnością daną przez równanie (7.1) otrzymujemy wyjściowe pole na końcu zespołu atomów $z = L$ w postaci $\mathcal{A}(\mathbf{r}) = \mathcal{A}_{\text{out}}(\mathbf{r}) \exp(-i(k_x^{\text{out}} x - (k_x^{\text{out}})^2 z / 2k_{\mathcal{A}}))$ z $\mathcal{A}_{\text{out}}(\mathbf{r})$ danym przez:

$$\mathcal{A}_{\text{out}}(\mathbf{r}) \propto \mathcal{A}_{\text{in}} |\mathcal{C}|^2 \int_0^L n(z) e^{-i((k_x^{\text{in}} - k_x^{\text{out}})x - ((k_x^{\text{in}})^2 - (k_x^{\text{out}})^2)z / 2k_{\mathcal{A}})} dz. \quad (7.3)$$

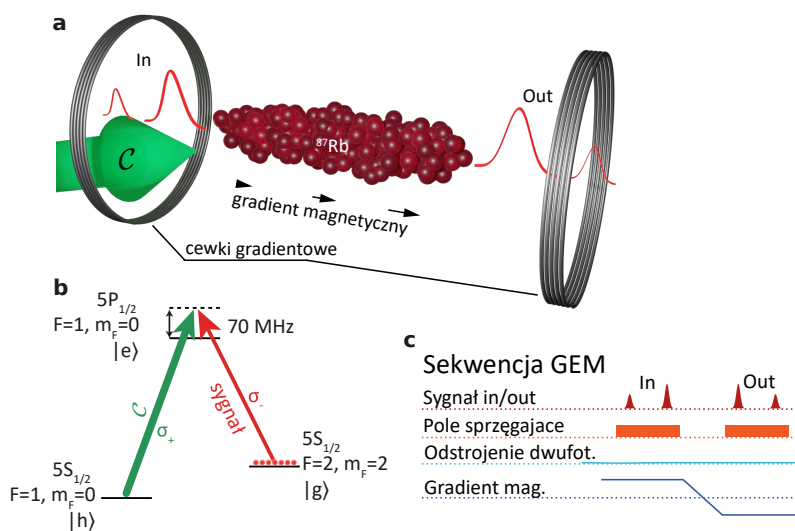
Skąd w bezdyfrakcyjnym przypadku ($\partial_x \mathcal{A}_{\text{out}} = 0$) otrzymujemy warunek na dopasowanie fazowe $k_x^{\text{out}} = k_x^{\text{in}}$. Całka w (7.3) sprowadza się więc do całki z gęstości atomów, co daje maksymalny wkład do emisji pola \mathcal{A}_1 . Gdyby jednak po wytworzeniu spójności $q_{h,g}$ zmodyfikować jej podłużną składową K_z wektora falowego \mathbf{K} o ΔK_z , w całe w równaniu (7.3) pojawi się czynnik fazowy w postaci $\exp(-i\Delta K_z z)$. Czynnik ten dla $\Delta K_z L \gg 1$ powoduje całkowite wygaszenie emisji pola \mathcal{A} . Sytuację tę ilustruje rysunek 7.1b. Na którym widzimy, że po dokonaniu podłużnej modyfikacji wektora falowego spójności $q_{h,g}$ emisja pola \mathcal{A} bez zmiany kierunku pola kontrolnego nie jest możliwa. Oznacza to, że komponenty spójności o różnych K_z mogą być selektywnie odczytywane, co stanowi podstawę działania pamięci gradientowej (GEM).

7.2 Pamięć gradientowa

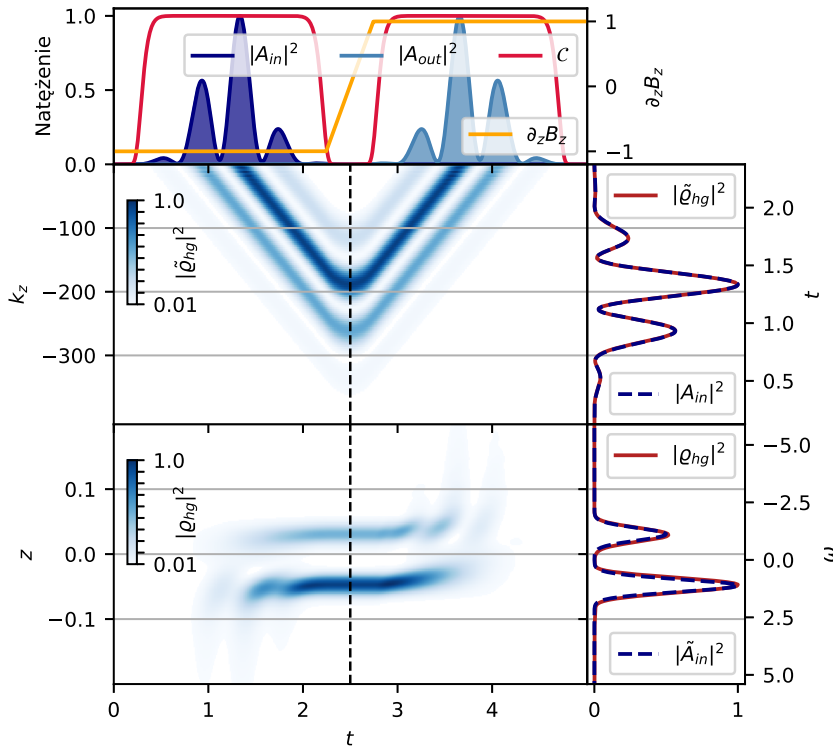
Protokół GEM wykorzystuje przełączalny gradient pola magnetycznego do kontrolowania procesu mapowania światła na spójność $q_{h,g}$. Najprostszą eksperymentalną realizację protokołu GEM przedstawia Rysunek 7.2, na którym (a) dwa impulsy sygnałowe o różnych amplitudach wchodzą do zespołu atomów umieszczonego w gradiencie pola magnetycznego wzdłuż osi propagacji $g = \partial_z B_z$. W tym samym czasie chmura jest oświetlana przez silne, propagujące się wzdłuż osi z pole kontrolne, które umożliwia dwufotonową absorpcję pola sygnałowego i generację spójności atomowej $q_{h,g}(z)$. Rysunek 7.2b przedstawia wykorzystywaną do uzyskania pamięci konfigurację Λ zbudowaną z trzech wybranych stanów energetycznych rubidu-87, zapewniających wrażliwość różnicy energii stanów $|g\rangle$ i $|h\rangle$ na zewnętrzne pole magnetyczne ($m_F = 0$ oraz $m_F = 2$). Sekwencja czasowa realizująca protokół jest widoczna na rysunku 7.2c. Aby zrozumieć wpływ gradientu na generowaną w procesie zapisu spójność, rozwiążmy jeszcze raz równanie (2.43)



Rysunek 7.1: Wektory falowe pól interfejsu pamięci kwantowej. **a** W procesie dwufotonowej absorpcji generowana jest spójność $q_{h,g}^{\text{LAB}}$ z wektorem falowym $\mathbf{K} = \mathbf{k}_A^{\text{in}} - \mathbf{k}_C$. Proces odczytu tą samą wiązką kontrolną C wydajny, ponieważ zachodzi dopasowanie fazowe $\mathbf{k}_A^{\text{out}} = \mathbf{K} + \mathbf{k}_C = \mathbf{k}_A^{\text{in}}$. **b** Modyfikacja wektora falowego \mathbf{K} w kierunku propagacji z o ΔK_z prowadzi do wygaszenia emisji pola A w procesie odczytu tym samym polem kontrolnym C . Wygaszenie emisji jest wynikiem niemożliwości spełnienia dopasowania fazowego $\mathbf{k}_A^{\text{out}} = \mathbf{K} + \mathbf{k}_C$ z $|\mathbf{k}_A^{\text{in}}| = |\mathbf{k}_A^{\text{out}}|$. Dopasowanie można jednak z powrotem uzyskać zmieniając odpowiednio kąt pola kontrolnego C .



Rysunek 7.2: Układ do eksperymentalnej realizacji protokołu pamięci gradientowej (GEM). **a** Chmura atomów rubidu-87 umieszczona w gradiencie pola magnetycznego absorbuje (in) i emituje (out) słabe impulsy światła pod wpływem silnego pola kontrolnego C . Do procesu odczytu gradient pola jest odwracany poprzez zmianę kierunku prądu w cewkach. **b** Wybrane stany rubidu-87 tworzące interfejs dwufotonowy w konfiguracji Λ , z zaznaczonym odstrojeniem jednofotonowym $\Delta = 2\pi \times 70$ MHz. **c** Sekwencja czasowa protokołu GEM.



Rysunek 7.3: Symulacja protokołu GEM dla sygnału (A_{in}) z dwoma składowymi spektralnymi o skończonej szerokości widmowej. Dwuwymiarowe mapy pokazują ewolucję spójności atomowej (ρ_{hg}) w przestrzeni odwrotnej (górna część) i rzeczywistej (dolna część). Cecha protokołu GEM polegająca na mapowaniu częstotliwość-przestrzeń i czas-vektor falowy jest widoczna na przekrojach map spójności wykonanych wzdłuż linii przerywanych, które są porównywane z czasowym i spektralnym kształtem zapisanego pola optycznego.

z magnetycznie generowanym odstrojeniem dwufotonowym w postaci $\delta_B = \beta(z - z_0)$. Tak jak poprzednio wybierzemy $\delta = -\delta_{acs}$ i pominiemy straty $\gamma, \Gamma_P = 0$ oraz założymy, że oddziaływanie jest słabe i pominiemy ewolucję pola w wyniku propagacji przez atomy $\mathcal{A}_{in}(z, t) = \mathcal{A}_{in}(t)$. Dla ułatwienia przyjmijmy też, że pole kontrolne \mathcal{C} i sygnałowe \mathcal{A}_{in} propagują się wzdłuż osi z i rozważymy przypadek jednowymiarowy. Wygenerowana spójność po czasie T będzie w postaci:

$$q_{h,g}(T, z) \propto e^{i\beta z T} \int_0^T e^{-i\beta z t} \mathcal{A}_{in}(t) dt \simeq e^{i\beta z T} \tilde{\mathcal{A}}_{in}(\beta z), \quad (7.4)$$

gdzie $\tilde{\mathcal{A}}_{in}(\omega)$ jest czasową transformacją Fouriera wolnozmiennnej amplitudy $\mathcal{A}_{in}(t)$. Ostatnie przekształcenie zakłada, że nośnik wolnozmiennnej amplitudy $\mathcal{A}_{in}(t)$ ¹ zawiera się w przedziale $[0, T]$. Założenie to jest słuszne we właściwie w każdej realizacji eksperymentalnej, ponieważ używane w doświadczeniach impulsy światła zazwyczaj nie przekraczają kilkudziesięciu μs długości. Przekształcenie to ujawnia kluczową cechę protokołu GEM, jaką jest mapowanie spektralno-przestrzenne, które wiąże komponenty spektralne impulsu sygnałowego z amplitudą spójności atomowej wzdłuż zespołu atomów $\tilde{\mathcal{A}}(\omega) \leftrightarrow q_{h,g}(z)$. Jednocześnie, w dziedzinie czasu, kształt impulsu jest przenoszony na komponenty spójności w przestrzeni odwrotnej $\mathcal{A}(t) \leftrightarrow \tilde{\rho}_{h,g}(k_z)$, gdzie $\tilde{\rho}_{h,g}(k_z)$ jest transformacją Fouriera spójności w przestrzeni rzeczywistej $\tilde{\rho}_{h,g} = \mathfrak{F}_z[q_{h,g}]$. Dodatkowo czynnik fazowy w postaci $\exp(i\beta z T)$ w przestrzeni odwrotnej (k_z) reprezentuje przesunięcie o wektor falowy $K_\beta = \beta T$. Kształt spójności w przestrzeni odwrotnej, reprezentujący zapisany impuls w czasie doznaje więc ciągłego przesuwania w kierunku większych wektorów falowych K_z co skutecznie uniemożliwia odczyt zapisanych impulsów. Aby odwrócić proces mapowania i odtworzyć światło sygnałowe gradient jest odwracany $\beta \rightarrow -\beta$, a impuls pola kontrolnego jest ponownie przykładany, zgodnie z sekwencją z rys. 7.2c. Odwrócenie gradientu powoduje przesuwanie spójności z powrotem w kierunku początkowej wartości K_z (w konfiguracji kolinearnej w układzie propagującym się z impulsem $K_z = 0$), z której może nastąpić wydajna konwersja spójności na światło. W procesie odczytu zachodzi odwrotne mapowanie, co można zobaczyć rozwiązując równanie (2.41) ze spójnością w postaci (7.4) z gradientem pola odwróconym w czasie t_0 , od którego liczymy czas wychodzącego impulsu:

$$\mathcal{A}_{out}(t) \propto \int_0^L e^{-i\beta z(t-t_0)} \tilde{\mathcal{A}}_{in}(\beta z) dz \simeq \frac{1}{\beta} \mathcal{A}_{in}(t_0 - t). \quad (7.5)$$

Na wyjściu po czasie t_0 od odwrócenia gradientu uzyskujemy impuls wejściowy odwrócony w czasie².

Rysunek 7.3 przedstawia numeryczną symulację protokołu GEM w reżimie dużego odstrojenia Δ i dużej gęstości atomów n dla impulsu sygnałowego z dwoma składowymi spektralnymi o różnych amplitudach. Przebieg czasowy pola kontrolnego \mathcal{C} jest również widoczny. Mapy gęstości widoczne poniżej sekwencji czasowej pokazują ewolucję spójności atomowej w przestrzeni rzeczywistej z i we współrzędnych wektora falowego k_z . Relacja między składowymi czasowymi lub spektralnymi wchodzących impulsów a kształtem generowanej spójności jest bezpośrednio widoczna na przekrojach map spójności (prawe panele) wykonanych wzdłuż linii przerywanych. Na przekrojach widoczne są również kształty pola optycznego w dziedzinie czasowej i spektralnej. Widzimy, że nawet

¹Domknięty zbiór czasów t , dla których $\mathcal{A}_{in}(t) \neq 0$

²Przeciwny argument jest wynikiem dwukrotnej transformaty Fouriera, $\mathfrak{F}[\mathfrak{F}[f(t)](\omega)](t) = f(-t)$. Co ciekawe, odwrócenia osi czasu impulsu wyjściowego można się pozbyć, przykładając odwrócony gradient przez czas $2t_0$ i dokonując odczytu z pierwotnym gradientem — transformata zamienia się wtedy na transformatę odwrotną, a impuls wychodzi po czasie $3t_0$.

w reżimie mocnego sprzężenia, gdzie niemal całe pole sygnałowe jest absorbowane i zamieniane na spójność mapowanie spektralno-przestrzenne nadal zachodzi w oczekiwany sposób.

7.2.1 Wydajność pamięci

Istotnym parametrem pamięci jest jej wydajność zdefiniowana jako stosunek energii impulsu odczytanego z pamięci do impulsu wejściowego. Aby uzyskać formułę na wydajność protokołu GEM, należy wyjść poza rozważany wyżej reżim słabego oddziaływania i rozwiązać parę sprzężonych równań (2.41) i (2.43) bez pomijania ewolucji spójności czy pola optycznego. Interesuje nas ewolucja słabego pola \mathcal{A} . Transformując równanie na ewolucję czasową spójności (równanie (2.43)) do domeny częstości możemy wyznaczyć spójność w postaci:

$$\tilde{q}_{h,g}(z, \omega) = \frac{d_{e,g}d_{h,e}C^*/\hbar^2}{2\Gamma + 4i\Delta} \frac{\tilde{A}(z, \omega)}{i(\omega - \delta_{\text{tot}}) + \gamma_{\text{tot}}}, \quad (7.6)$$

gdzie $\delta_{\text{tot}} = \delta + \delta_{\text{acS}} + \delta_B = \beta(z - z_0)$ oraz $\gamma_{\text{tot}} = \gamma/2 + \Gamma_P$. Następnie po wstawieniu powyższego wyrażenia do równania (2.41), w bezdyfrakcyjnym przypadku otrzymujemy:

$$\frac{\partial_z \tilde{A}(z, \omega)}{\tilde{A}(z, \omega)} = \frac{\omega_{\mathcal{A}}^2 |d_{g,e}d_{e,h}|^2 |C|^2}{\underbrace{2\epsilon_0 c^2 \hbar^3 k_{\mathcal{A}}}_{g} (2\Delta - i\Gamma)^2} \frac{-n(z)}{\underbrace{i\mathcal{L}(\omega/\beta + z_0 - z)n(z)/\beta}_{i\mathcal{L}(\omega/\beta + z_0 - z)n(z)/\beta}}, \quad (7.7)$$

z zespoloną funkcją lorentzowską $\mathcal{L}(z) = 1/(z - i\gamma_{\text{tot}}/\beta)$. Równanie to reprezentuje dwufotonową absorpcję w niejednorodnie poszerzonym ośrodku. Widzimy, że absorpcja danych składowych spektralnych ω pola wejściowego, będzie zachodzić w miejscu, w którym następuje rezonans, tj. $\omega - \beta(z - z_0) = 0$. Tak jak w przypadku słabego oddziaływania, zachodzi mapowanie spektralno-przestrzenne. Rozwiązaniem równania (7.7) jest pole na końcu chmury³ ($z = L$) w postaci:

$$\tilde{A}(L, \omega) = \tilde{A}(0, \omega) \underbrace{e^{i\frac{g}{\beta}(n*\mathcal{L})(\omega/\beta + z_0)}}_{\nu(\omega)}, \quad (7.8)$$

gdzie * oznacza splot. Na wyjściu otrzymujemy więc pole wejściowe przemnożone przez pewien czynnik $\nu(\omega)$ zależny od częstości ω . Reprezentuje on poszerzoną dwufotonową linię absorpcyjną z gęstością atomów $n(z)$ pełniącą funkcję wagi uśredniania. W reżimie dużego odstrojenia $\Delta \gg \Gamma$ część urojona czynnika g staje się pomijanie mała, dodatkowo w interesujących nas przypadkach szybkość zaniku spójności (szerokość dwufotonowej linii) będzie dużo mniejsza od indukowanego poszerzenia $\gamma_{\text{tot}} \ll \beta L$. Ewaluujemy więc czynnik $\nu(\omega)$ w granicy $\gamma_{\text{tot}}/\beta \rightarrow 0^+$:⁴

$$\nu(\omega) \simeq e^{-\pi g n(\omega/\beta + z_0)/\beta - i g \phi(\omega)}, \quad (7.9)$$

gdzie rzeczywisty czynnik fazowy $\phi(\omega)$ dany jest wzorem⁵:

$$\phi(\omega) = \text{p.v.} \int_0^L \frac{n(z)}{\beta(z - z_0) - \omega} dz, \quad (7.10)$$

³Tak jak poprzednio zakładamy, że nośnik gęstości $n(z)$ zawiera się w przedziale $[0, L]$

⁴Korzystamy tutaj ze wzoru Sochockiego $\frac{1}{x \pm i0^+} = \mp i\pi\delta(0) + \text{p.v.}(\frac{1}{x})$

⁵Jest to de facto transformata Hilberta gęstości atomów, a cały związek między częścią rzeczywistą i urojoną wykładnika w równaniu (7.9) to manifestacja relacji Kramersa-Kroniga.

gdzie $p.v.$ oznacza wartość główną Cauchy'ego. Możemy wreszcie zdefiniować wydajność absorpcji jako stosunek mocy zaabsorbowanej do mocy padającej i otrzymać:

$$\eta_i(\omega) = 1 - \frac{|\tilde{\mathcal{A}}(L, \omega)|^2}{|\tilde{\mathcal{A}}(0, \omega)|^2} = 1 - |v(\omega)|^2 = (1 - e^{-2\pi \frac{gn(\omega/\beta+z_0)}{\beta}}). \quad (7.11)$$

Staje się tutaj oczywiste, że duża wydajność wymaga dużej gęstości atomów $n(z)$. Zwiększanie gradientu β zwiększa pasmo pamięci $\mathcal{B} \simeq \beta L$, za co płaci się spadkiem wydajności. Oczywiście zwiększanie mocy pola kontrolnego \mathcal{C} zwiększa czynnik $g \propto |\mathcal{C}|^2$, a więc i wydajność $\eta(\omega)$, jednak rośnie też wtedy poszerzenie natężeniowe $\Gamma_p \propto |\mathcal{C}|^2$, co prowadzi do szybkiego zaniku spójności (mimo dużej wydajności absorpcji), maleje więc czas życia pamięci $\tau = 1/\gamma_{\text{tot}}$ określający okno czasowe, w którym pamięć może przyjmować impulsy. Dla dostępnej liczby atomów w chmurze o długości L pojawia się więc kompromis pomiędzy wydajnością a iloczynem czasowo-pasmowym $\tau\mathcal{B}$. W reżimie małej γ_{tot} ze względu na symetrię, wydajność odczytu będzie w takiej samej postaci jak wydajność zapisu (absorpcji), zatem pełna wydajność pamięci dana jest wzorem:

$$\eta_{\text{io}}(\omega) = \eta_i(\omega)\eta_o(\omega) = \eta_i^2(\omega). \quad (7.12)$$

7.3 Modulacja fazy

Modulacja fazy jest podstawowym narzędziem do manipulacji sygnałów optycznych. Zmiana fazy impulsu światła niezależnie, w jakiej przestrzeni jest operacją unitarną — zachowuje energię impulsu. Modulacja fazy jest więc powszechnie wykorzystywana w układach optycznych, gdzie elementy dyspersyjne takie jak pryzmaty, soczewki i fazowe siatki dyfrakcyjne pozwalają na kształtowanie wiązek laserowych, a także transformacje modów przestrzennych stanów kwantowych. W domenie czasowo-spektralnej urządzeniami takie jak modulatory akustooptyczne i elektrooptyczne w połączeniu ze światłowodami dyspersyjnymi pozwalają na kształtowanie fazy czasowej i spektralnej impulsów światła.

7.3.1 Modulacja czasowa

Modulacja czasowa polega na nadaniu wolnozmienniej amplitudzie $\mathcal{A}(t)$ dodatkowej fazy zależnej od czasu: $\mathcal{A}(t) \rightarrow \mathcal{A}(t) \exp(i\phi(t))$. Modulację taką można wykonać bezpośrednio, przepuszczając impuls przez ośrodek o zmiennym w czasie współczynniku załamania — modulator elektrooptyczny. Możliwa jest też jednak modulacja pośrednia, wykorzystująca nieliniowe oddziaływanie z dodatkowym polem optycznym. Przykładem takiej modulacji jest mieszanie czterech fal w kryształach nieliniowych z wiązką kontrolną wcześniej zmodulowaną czasowo, w którym różnica faz między wiązką kontrolną a sygnałową odzwierciedlana jest w nowej (generowanej) wiązce sygnałowej o innej częstotliwości nośnej. Analogicznie, modulację bezpośrednią można przeprowadzić w pamięci gradientowej. Modulacja czasowa pola kontrolnego $\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C} \exp(i\phi(t))$ prowadzi do powstania zmiennego w czasie odstrojenia dwufotonowego $\delta(t) = \partial_t \phi(t)$, które modyfikuje proces mapowania spektralno-przestrzennego. Generowana spójność dana równaniem (7.4) ulega wtedy modyfikacji do:

$$\varrho_{h,g}(T, z) \propto e^{i\beta z T + i\phi(T)} \int_0^T e^{-i\beta z t - i\phi(t)} \mathcal{A}_{\text{in}}(t) dt \simeq e^{i\beta z T + i\phi(T)} \mathfrak{F}[\mathcal{A}_{\text{in}}(t) e^{-i\phi(t)}](\beta z). \quad (7.13)$$

Pole sygnałowe $\mathcal{A}_{\text{in}}(t)$ jest więc efektywnie zmodulowane fazowo na etapie zapisu do pamięci. Dla sensownych modulacji zachowujących $\Delta \gg \delta$, w zasadzie nie zmienia się wydajności zapisu. Taka modulacja pośrednia jest więc bezstratna. Jest to niewątpliwa

zaleta w stosunku do modulacji bezpośredniej, która zawsze wprowadza straty, nawet rzędu 50% dla modulatorów elektrooptycznych.

7.3.2 Modulacja spektralna

Modulacja spektralna polega na nadaniu wolnozmienniej amplitudzie $\tilde{A}(\omega)$ fazy zależnej od częstości: $\tilde{A}(\omega) \rightarrow \tilde{A}(\omega) \exp(i\tilde{\phi}(\omega))$. Zazwyczaj taka modulacja jest realizowana przez propagację impulsu w ośrodku z dyspersją prędkości grupowej (Group Velocity Dispersion, GVD), występującą na przykład w specjalnym światłowodzie dyspersyjnym. Różne komponenty spektralne impulsu doznają wtedy różnego opóźnienia czasowego⁶. Faza spektralna reprezentująca takie opóźnienia jest w postaci $\exp(i \int \delta_t(\omega) d\omega)$. Opóźnienie zależne liniowo od częstości generuje więc kwadratową fazę spektralną. W pamięci gradientowej dzięki mapowaniu spektralno-przestrzennemu nałożenia fazy spektralnej można dokonać modulując fazę spójności $q_{h,g}(z)$. Modulacji takiej można dokonać, oświetlając atomy od boku dodatkową wiązką wywołującą dynamiczny efekt Starka. Ponieważ przesunięcie Starka δ_{acS} jest proporcjonalne do natężenia wiązki je wywołującej, w wyniku takiej modulacji przez czas T przestrzenny kształt wiązki zostanie odzwierciedlony w fazie spójności $q_{h,g}(z) \rightarrow q_{h,g}(z) \exp(i\delta_{acS}(z)T)$. Dodatkowo znak fazy możemy kontrolować zmieniając odstrojenie wiązki starkowskiej na odwrotne $\Delta_{acS} \rightarrow -\Delta_{acS}$.

⁶(Group Delay Dispersion, GDD)

Rozdział 8

Wąskopasmowe obrazowanie czasowe dalekiego pola

Realistyczne wdrożenie protokołów łączących elastyczność systemów atomowych i możliwości przetwarzania czasowego układów fonicznych wymaga zdolności do manipulowania i wykrywania światła z rozdzielczością spektralną i czasową dopasowaną do wąskiego pasma emisji atomowej. Uniwersalne podejście wykorzystujące dualizm spektralno-czasowy polega na wykonywaniu mapowania częstotliwości na czas — transformacji Fouriera — analogicznie do obrazowania dalekiego pola w przestrzeni realizującego transformację z przestrzeni położeń do przestrzeni pędów (wektorów falowych). Układy realizujące takie mapowanie lub ogólniej transformację modów czasowo-częstotliwościowych oparte na spektralno-czasowej modulacji fazy [KN89; ZKG13; PHK18] z powodzeniem stosowane są do manipulacji kwantowych stanów światła. Niestety, wszystkie obecnie zademonstrowane implementacje takich urządzeń są dobrze dostosowane do systemów o dużej szerokości widmowej (a zatem krótkich w czasie impulsów). Implementacje te wykorzystują elektrooptyczną modulację fazy [Kol88; Gri74; Kar⁺17a], generację sumy częstotliwości [Her⁺13; BK01; BSK94; BK99; ABA89] lub mieszanie czterech fal [Kuz⁺09; Oka⁺09; Fos⁺08; Fos⁺09] w układach półprzewodnikowych w połączeniu z dyspersyjnymi elementami w postaci światłowodów, lub zwierciadeł braggowskich. Żadna z tych technik nie pozwala jednak uzyskać nawet najprostszego układu — obrazowania czasowego (Temporal Imaging, TI) dalekiego pola — w reżimie wąskopasmowym kompatybilnym z pamięciami atomowymi.

W tym rozdziale proponuję i demonstruję, wysokorozdzielczą metodę obrazowania czasowego w dalekim polu, która jest z natury kompatybilna z wąskopasmowym światłem emitowanym przez systemy oparte na atomach. Jest to reżim dotychczas niezbadany (nie istnieje inne rozwiązanie pozwalające uzyskać taką rozdzielczość spektralną). Zademonstrowane rozwiązanie działa z sygnałami na poziomie pojedynczych fotonów i pozwala na zachowanie korelacji kwantowych, co znaczy, że może posłużyć do manipulacji kwantowych modów czasowych [Bre⁺15] i charakteryzację splątania typu czas-częstość [Mei⁺20] fotonów z emisji atomowej. Opisane w tym rozdziale rezultaty zostały opublikowane w pracy [Maz⁺20].

8.1 Funkcja Wignera

Tak jak układy obrazowania w przestrzeni rzeczywistej składają się z soczewek przeplatanych propagacją w wolnej przestrzeni, obrazowanie czasowe wykorzystuje odpowiedniki tych dwóch podstawowych komponentów. Obie transformacje (soczewkę i propagację) można rozpatrywać oddzielnie w dziedzinie czasowej lub spektralnej, lub równoważnie, stosując spektralno-czasową (chronocykliczną) funkcję Wignera. Funkcja ta opisuje kwazi-prawdopodobieństwo w przestrzeni fazowej i pozwala w wygodny sposób zrozumieć ewolucję pola optycznego podczas propagacji przez układ do obrazowania czasowego. Analogicznie w GEM funkcja ta pozwala na inspekcję spójności atomowej reprezentującej przechowywane pole optyczne i zrozumienie jej ewolucji. Funkcję tę definiuje się w następujący sposób:

$$\mathcal{W}_{\mathcal{Q}}(q, p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \mathcal{Q}(q + \xi/2) \mathcal{Q}^*(q - \xi/2) \exp(-ip\xi) d\xi, \quad (8.1)$$

gdzie interesująca nas wielkość \mathcal{Q} i zmienne sprzężone $\{q, p\}$ to albo \mathcal{A} , $\{t, \omega\}$, dla których mamy $\mathcal{W}_{\mathcal{A}}(t, \omega)$ nazywaną chronocykliczną funkcją Wignera [Coh95]; albo $q_{h,g}$, $\{k_z, z\}$ dla spójności atomowej co daje $\mathcal{W}_q(k_z, z)$, którą nazwiemy położenie-pędową funkcją Wignera.

Zauważmy teraz, że funkcję Wignera możemy zdefiniować jako transformatę Fouriera funkcji $W_{\mathcal{Q}}(\xi) = \mathcal{Q}(q + \xi/2) \mathcal{Q}^*(q - \xi/2)$. Z twierdzenia o splocie możemy więc zapisać funkcję Wignera zmodulowanej wielkości $\mathcal{Q}'(q) = f(q) \mathcal{Q}(q)$ jako splot funkcji niezmodulowanej z funkcją Wignera modulacji $\mathcal{W}_{\mathcal{Q}'} = \mathcal{W}_{\mathcal{Q}} *_{q} \mathcal{W}_f$. Dla modulacji w drugiej współrzędnej (p) otrzymujemy analogiczny wynik.

Modulacja fazy czasowej $\mathcal{A}(t) \rightarrow \mathcal{A}(t) \exp(i\phi(t))$ przekształca więc chronocykliczną funkcję Wignera $\mathcal{W}_{\mathcal{A}}(t, \omega)$ w kierunku ω . W tym samym czasie odpowiadający jej rozkład kwazi-prawdopodobieństwa spójności jest przekształcany w kierunku z :

$$\mathcal{W}(k_z, z) \xrightarrow{\phi(t)} \mathcal{W}(k_z, z'). \quad (8.2)$$

Modulacja fazowa spójności w przestrzeni rzeczywistej $q_{h,g}(z) \rightarrow q_{h,g}(z) \exp(i\chi(z))$ związana jest z przekształcaniem kwazi-prawdopodobieństwa $\mathcal{W}(k_z, z)$ w kierunku k_z :

$$\mathcal{W}(k_z, z) \xrightarrow{\chi(z)} \mathcal{W}(k_z, z'), \quad (8.3)$$

co równoważnie realizuje transformację osi t chronocyklicznej funkcji Wignera.

8.2 Obrazowanie czasowe dalekiego pola

Czasowe obrazowanie dalekiego pola, realizujące mapowanie częstości na czas i vice versa, jest zwykle osiągnięte za pomocą pojedynczej soczewki czasowej, obłożonej czasowym analogiem propagacji w wolnej przestrzeni. Taki układ jest jednak równoważny dwóm soczewkom rozdzielonym pojedynczą propagacją jak na rysunku 8.1a. W reprezentacji chronocyklicznej funkcji Wignera połączenie dwóch soczewek czasowych o ogniskowych f_t oddzielonych od siebie propagacją czasową o czas f_t jest opisane za pomocą spektralno-czasowego odpowiednika macierzy transferu promieni¹:

$$\begin{bmatrix} t' \\ \frac{\omega'}{\omega_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_t} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & f_t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_t} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ \frac{\omega}{\omega_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & f_t \\ -\frac{1}{f_t} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ \frac{\omega}{\omega_0} \end{bmatrix}. \quad (8.4)$$

¹Nazywanych często macierzami ABCD.

Transformacja ta reprezentuje obrót w przestrzeni fazowej o $\pi/2$ zamieniający oś czasu na oś częstości i vice versa, gdzie ω_0 jest optyczną częstotliwością nośną. Wizualizacja procesu takiego obrotu jest widoczna na rys. 8.1c, gdzie widoczna jest ewolucja chronocyklicznej funkcji Wignera dla sygnału wejściowego z rys. 7.3 propagującego się przez układ TI opisany równaniem (8.4).

Soczewka czasowa o ogniskowej f_t realizowana jest przez nałożenie kwadratowej fazy czasowej $\exp(i\omega_0 t^2 / (2f_t))$, co odpowiada liniowemu wyświergotaniu impulsu z chwilową częstością $\omega(t) = \omega_0(1 + t/f_t)$. W języku funkcji Wignera to przekształcenie można zapisać jako $\mathcal{W}(t, \omega) \rightarrow \mathcal{W}(t, \omega')$ z $\omega' = \omega - \omega_0 t / f_t$. Rozkład kwaziprawdopodobieństwa jest więc ścinany liniowo z t w kierunku ω co podkreślają strzałki na drugim panelu rysunku 8.1c. Analog propagacji w wolnej przestrzeni uzyskuje się, nakładając kwadratową fazę spektralną $\tilde{\mathcal{A}}(\omega) \rightarrow \tilde{\mathcal{A}}(\omega) \exp(-i(f_t/\omega_0)\omega^2)$. W języku funkcji Wignera transformacja ta przyjmuje postać $W(t, \omega) \rightarrow W(t', \omega)$ z $t' = t + f_t \omega / \omega_0$. Transformacja taka jest widoczna trzecim panelu rysunku 8.1c. Na ostatnim panelu, druga operacja soczewki czasowej kończy obrót przestrzeni fazowej o 90° - transformacja Fouriera amplitudy sygnału wejściowego $\mathcal{A}(t)$ jest zakończona. Ostatni krok koryguje jedynie fazę czasową sygnału wyjściowego, która jest nieistotna w przypadku detekcji z rozdzielczością czasową niewrażliwej na fazę, jak np. liczenie fotonów, zatem można go w takich wypadkach pominąć.

8.3 Obrazowanie czasowe w pamięci gradientowej

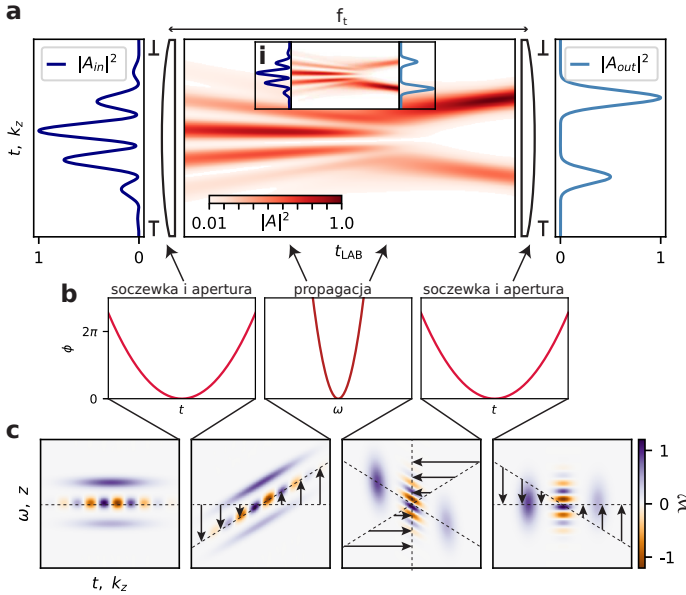
Implementację układu do dalekopolewego obrazowania czasowego w pamięci gradientowej przedstawia rysunek 8.2. Układ wykorzystuje pamięć gradientową w układzie Λ opisaną we wstępie.

W celu implementacji soczewki czasowej częstość wiązki kontrolnej \mathcal{C} jest liniowo zmieniana w czasie, co daje $\delta = \alpha t$. Nakłada to pożądaną fazę kwadratową $\phi(t) = \alpha t^2 / 2$. W ten sposób soczewka czasowa jest realizowana na etapie mapowania światło-spójność bez bezpośredniej modulacji sygnału. Co więcej, dzięki dużemu odstrojeniu jednofotonowemu $\Delta \gg \delta$, resztkowa modulacja wydajności mapowania jest pomijalna, ponieważ $\Delta + \alpha t \approx \Delta$.

Czasowy odpowiednik propagacji w wolnej przestrzeni jest realizowany poprzez nałożenie na spójność parabolicznej fazy przestrzennej $\exp[-if_t / (2\omega_0)\beta^2 z^2]$. Operacja ta jest realizowana za pomocą przestrzennie rozdzielczego dynamicznego przesunięcia Starka indukowanego przez dodatkową, daleko dostrojoną i przestrzennie ukształtowaną wiązkę laserową. Rozkład natężenia wiązki widoczny jest na rysunku 8.2c. Jak widać zamiast pełnej paraboli nakładana jest parabola fresnelowska, ograniczona do fazy równej 2π . Ma to trzy zalety: ogranicza to wymaganą moc wiązki starkowskiej, zmniejsza zakres kontroli natężenia (dynamic range) oraz redukuje zanik spójności wywołany poszerzeniem natężeniowym.

Amplituda wyjściowa sygnału $\mathcal{A}(t)$ po przejściu przez system obrazowania czasowego w konfiguracji soczewka-propagacja-soczewka, jest proporcjonalna do $\tilde{\mathcal{A}}(\alpha t)$. W praktyce jednak należy wziąć pod uwagę skończony rozmiar chmury atomowej, który zniekształca nieco sygnał wyjściowy $\left(\left[\tilde{\mathcal{A}}(\alpha t) \exp[-i(\alpha/2)t^2] \right] * \zeta(t) * \zeta(t) \right) \exp[i(\alpha/2)t^2]$, gdzie $\zeta(t) = \mathfrak{F}_\omega[\eta_0(\omega)](t)$ jest transformatą Fouriera niejednorodnie poszerzonego widma wydajności absorpcji $\eta_0(\omega)$ określonego przez rozkład gęstości atomowej i gradient pola β (zgodnie z (7.12)).

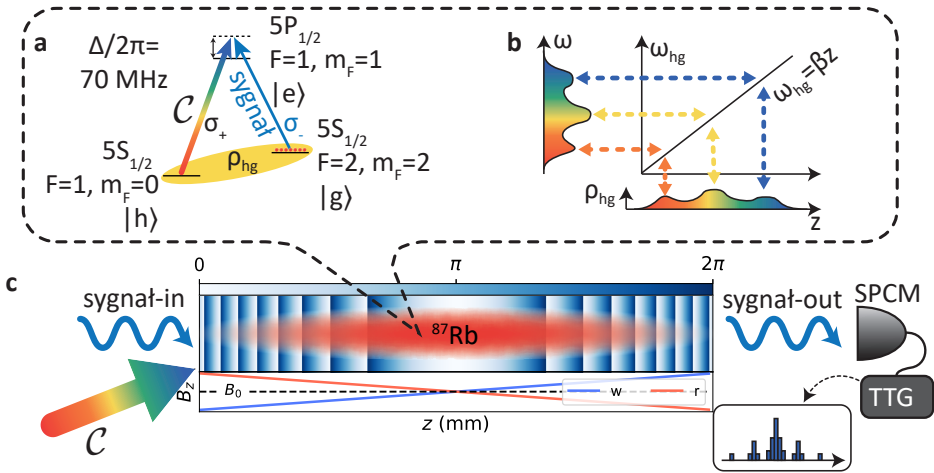
Na rys. 8.3 widoczne są przykładowe pomiary wykonane za pomocą naszego układu. Panel a pokazuje przebieg czasowy gradientu przesunięcia Zeemana ustawionego po-



Rysunek 8.1: **a** Czasowe obrazowanie dalekiego pola w GEM z wykorzystaniem dwóch soczewek czasowych rozdzielonych czasową propagacją. Sygnał wyjściowy jest transformatą Fouriera sygnału wejściowego. Przystłona czasowa przycina sygnał wejściowy i ustala granicę rozdzielczości częstotliwościowej. Wstawka **i** pokazuje propagację tego samego sygnału wejściowego przez podobny układ TI, ale z soczewką o ujemnej ogniskowej, po której następuje wsteczna propagacja czasowa, w wyniku czego na wyjściu otrzymujemy widmo z odwróconą osią częstotliwości. **b** Kształty modulacji fazowych, które są kolejno nadrukowywane na sygnał wejściowy w celu realizacji układu TI: soczewka-propagacja-soczewka. **c** Czasowo-częstotliwościowa i przestrzenno-wektorowa reprezentacja Wignera (W) sygnału wejściowego na każdym etapie propagacji przez układ TI. Strzałki przedstawiają transformacje przestrzeni fazowej pod wpływem każdej transformacji (soczewka lub propagacja).

czątkowo na $\beta = -2\pi \times 1.7$ MHz/cm. W panelu **b** przedstawiamy sekwencję sterowania i lasera starkowskiego (acS) podzieloną na etapy odpowiadające kolejnym realizacjom operacji soczewka-propagacja-soczewka. (1) Najpierw silne pole kontrolne (częstość Rabięgo $\Omega = 2\pi \times 4.7$ MHz) mapuje słaby ($\bar{n} = 2.8$) sygnał o amplitudzie czasowej $\mathcal{A}(t)$ na spójność atomową. Wiązka sterująca jest liniowo wyświergotana za pomocą modulatora akustooptycznego (AOM), $\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$, z $\alpha = 2\pi \times 0.04$ MHz/ μ s. W ten sposób powstaje soczewka czasowa o ogniskowej $f_t = 9.6 \times 10^3$ s. (2) Następnie, w ciągu 7μ s gradient β zostaje przełączony na przeciwną wartość. W tym samym czasie impuls lasera acS o długości 3μ s odciska na spójności paraboliczny fresnelowski profil fazowy $\exp[-i\beta^2/(2\alpha)z^2]$ (jak pokazano na rys. 8.2c). Liniowy gradient pola magnetycznego przesuną jedynie spójność atomową w przestrzeni fourierowskiej (k_z), dlatego modulacja fazy może być przeprowadzona jednocześnie z odwróceniem gradientu. (3) Na koniec pole kontrolne jest ponownie włączane i spójność jest przekształcana z powrotem na światło. Dla uproszczenia, podczas odczytu GEM pole sterujące nie jest już modulowane, co nie ma znaczenia przy detekcji z użyciem SPCM.

Rysunek 8.3c-f przedstawia wyniki eksperymentu dla dwóch rodzajów sygnału wejściowego: **c**, **d** dwa impulsy i **e**, **f** przebieg sinusoidalny. Przerzywane linie niebieskie od-



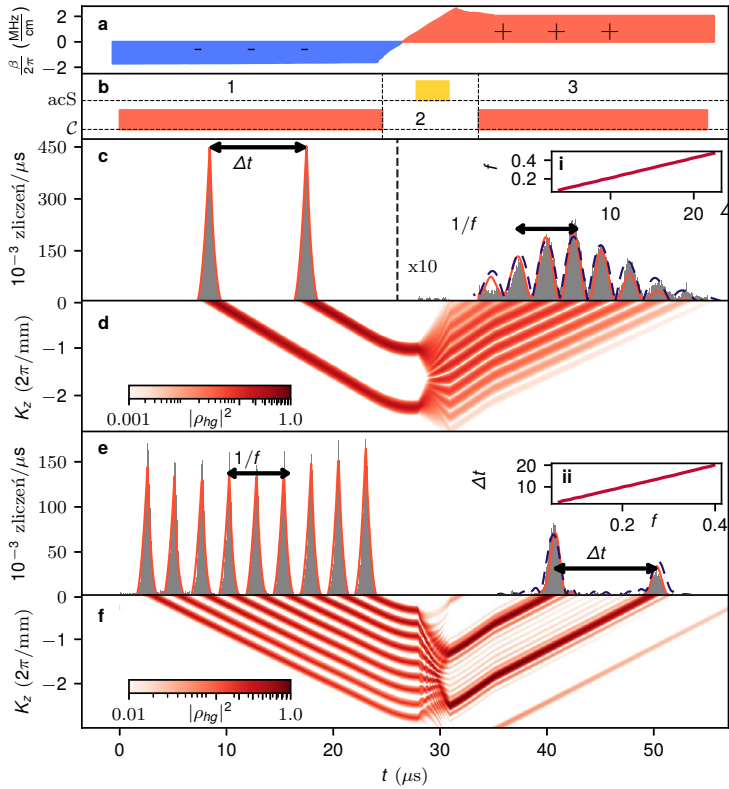
Rysunek 8.2: **a** Interfejs światło-atomy. Pole kontrolne ze świergotem umożliwia jednocześnie mapowanie pola optycznego sygnału na spójność ρ_{hg} i realizację soczewki czasowej. **b** Pamięć GEM z gradientem rozszczepienia Zeemana β dokonuje rozkładu składowych spektralnych sygnału na składowe przestrzenne spójności atomowej. **c** Podczas procesu zapisu (w) atomy są umieszczane w negatywnym gradiencie pola magnetycznego wzdłuż chmury. Po zapisie następuje przestrzenna modulacja fazy spójności parabolicznym profilem Fresnela, który realizuje czasowy odpowiednik propagacji w wolnej przestrzeni. Na koniec gradient jest zmieniany na dodatni (r) a spójność jest zamieniana z powrotem na światło, które w dalszej części jest rejestrowane za pomocą fotodiody lawinowej (Single-Photon-Counting-Module, SPCM) połączonej z timetaggerem (TTG).

powiadają prostemu modelowi ze wstępu, w którym amplituda wyjściowa ma postać: $\mathcal{A}_{out}(t) = \mathfrak{F}[\mathcal{A}_{in}(t) \exp(-t/\tau)] (at) * \zeta(t) * \zeta(t) \exp[-(t - t_0)/\tau]$, gdzie t_0 odpowiada momentowi początku odczytu. Czerwone linie ciągłe odpowiadają pełnej symulacji interakcji światło-atomy. Mapy gęstości **d**, **f** pod każdym przebiegiem czasowym **c**, **e** pokazują zasymulowaną ewolucję spójności atomów podczas eksperymentu. Dla obu kształtów sygnału wejściowego zmierzona wydajność wynosi około 7%. Wstawki (i, ii) pokazują eksperymentalnie uzyskaną liniową zależność pomiędzy separacją czasową dwóch impulsów Δt i częstotliwością sinusoidy f zdefiniowaną w panelach **c**, **e**.

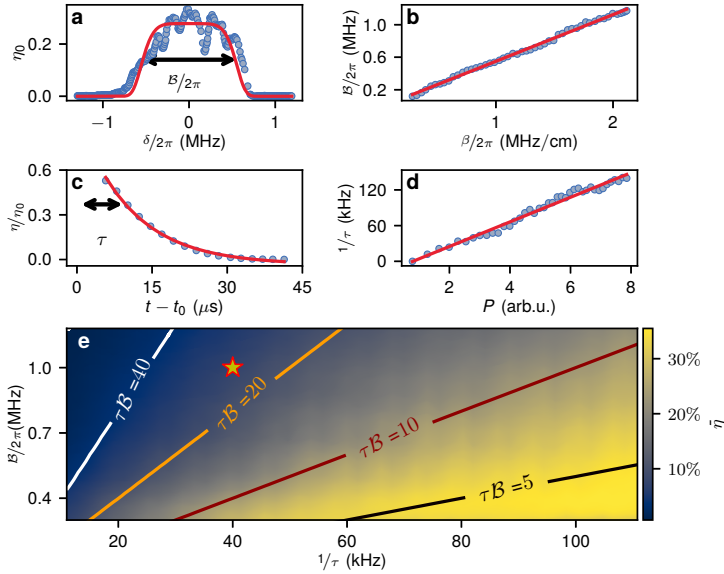
Marginalna niezgodność między wynikami eksperymentalnymi a przewidywaniami teoretycznymi wynika prawdopodobnie z niedoskonałej liniowości gradientu pola magnetycznego, dekoherencji spowodowanej modulacją Starkowską i uproszczonemu rozkładowi gęstości atomowej w symulacji. Jednak w przypadku obu przykładowych pomiarów nadal obserwujemy dobrą zgodność z teorią. Warto zauważyć, że symulacje wykorzystują niezależnie skalibrowane parametry, a jedynie wejściowa liczba fotonów została dostosowana do konkretnych pomiarów.

8.4 Charakteryzacja czasowo-pasmowa

Parametrami charakteryzującymi nasze urządzenie są: szerokość pasmowa, rozdzielczość i wydajność. Parametry te powiązane są wzorem na wydajność GEM [Spa⁺13] (równanie (7.11)), która dla atomów równomiernie rozmieszczonych na długości L staje



Rysunek 8.3: Sekwencja eksperymentalna dla obrazowania czasowego. **a** Czasowy przebieg gradientu przesunięcia Zeemana β używanego w protokole GEM, umożliwiającego odwracalne mapowanie częstotliwości sygnału na różne pozycje w chmurze atomowej. **b** Pole kontrolne (czerwony) i sekwencja impulsów lasera acS (żółty) podzielona na trzy etapy odpowiadające transformacjom soczewka-propagacja-soczewka. Soczewka (1) jest realizowana podczas procesu zapisu GEM przez świergoczące pole sterujące. (2) Impuls lasera acS o długości $3 \mu\text{s}$ nakłada paraboliczny profil fazowy na zapisanej spójności atomowej, realizuje to spektralno-czasową propagację w wolnej przestrzeni. Równocześnie, podczas tego etapu gradient pola magnetycznego jest odwracany, co pozwala na remapowanie spójności na światło. (3) Na koniec włączane jest pole sterujące i spójność jest odczytywana z pamięci. **c,e** Przykładowe wyniki dla dwóch komplementarnych sygnałów wejściowych, odpowiednio dwóch impulsów lub sinusoidy. Szare słupki reprezentują liczbę pojedynczych fotonów. Czerwona linia odpowiada symulacjom numerycznym. **d,f** Znormalizowany moduł ze spójności atomowej w przestrzeni fourierowskiej. Wstawki **i,ii** pokazują eksperymentalnie uzyskaną liniową zależność separacji czasowej Δt (w μs) od częstotliwości sinusoidy sygnału f (w MHz) zdefiniowanej na panelach **c,e**.



Rysunek 8.4: Charakteryzacja i strojenie szerokości pasmowej i rozdzielczości. **a** Wydajność mapowania $\eta_0(\omega)$ jako funkcja odstrojenia dwufotonowego $\delta = \omega - \omega_0$ dla wybranego iloczynu czasowo-pasmowego $\tau\mathcal{B} = 2\pi \times 13$ z szerokością pasma \mathcal{B} zdefiniowaną jako szerokość połówkowa (FWHM) $\eta_0(\omega)$. Czerwona linia odpowiada supergaussowskiemu przybliżeniu koncentracji atomów. **b** Zależność szerokości widmowej \mathcal{B} w funkcji gradientu rozszczepienia Zeemana β . Czerwona linia jest liniowym dopasowaniem do danych. **c** Ewolucja wydajności GEM w czasie pod wpływem niespójnego rozpraszania wywołanym przez pole sprzęgające. Charakterystyczny czas zaniku τ uzyskany z dopasowania funkcji wykładniczej (czerwona linia) ogranicza efektywną rozdzielczość $\delta\omega/2\pi = 0.78/\tau$ (tutaj $\tau = 10 \mu\text{s}$). **d** Zależność $1/\tau$ w funkcji mocy pola sprzęgającego $P \propto |\Omega|^2$, wraz z dopasowaniem liniowym (czerwona linia). **e** Obliczona mapa średniej wydajności $\bar{\eta}$ dla różnej szerokości pasmowej \mathcal{B} i czasu zaniku τ . Zgodnie z oczekiwaniem, wydajność dla danego iloczynu czasowo-pasmowego $\tau\mathcal{B}$ jest w przybliżeniu stała. Gwiazda wskazuje punkt pracy, w którym dokonano przykładowych pomiarów z rysunku 8.3.

się niezależna od częstości (ω) i może być przybliżona jako

$$\eta_0 = \left[1 - \exp\left(-2\pi \frac{\text{OD}}{\tau\mathcal{B}}\right) \right]^2, \quad (8.5)$$

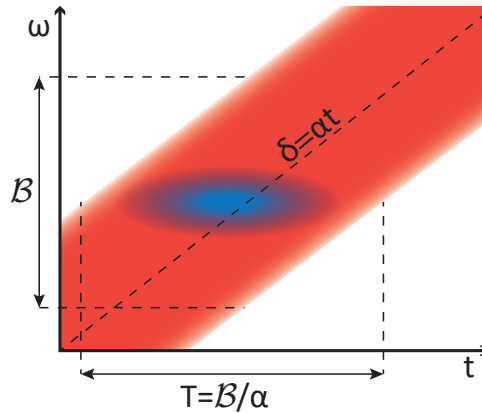
gdzie OD jest gęstością optyczną zespołu dla $\Delta = 0$. Równanie 8.5 wskazuje, że zwiększenie szerokości pasmowej lub rozdzielczości powoduje spadek wydajności. W realistycznym scenariuszu atomy są nierównomiernie rozmieszczone w chmurze i dlatego różne składowe spektralne pola wejściowego doświadczają różnych wartości OD, szczególnie na krawędziach chmury atomowej. To sprawia, że wydajność η_0 jest zależna od częstotliwości i prowadzi do realistycznej definicji szerokości pasma \mathcal{B} jako szerokości połówkowej profilu $\eta_0(\omega)$, jak pokazano na rys. 8.4a. Dodatkowo, ze względu na dekoherencję wywołaną przez pole sprzęgające podczas procesu zapisu (i odczytu), wydajność maleje wykładniczo w czasie: $\eta = \eta_0\Theta(t) \exp(-t/\tau)$, co widać na rys. 8.4c. Aby uwzględnić te wszystkie zależności spektralno-czasowe, wprowadzamy wydajność uśrednioną w cza-

sie i częstotliwościach:

$$\bar{\eta} = \frac{1}{2\tau\mathcal{B}} \int_{-\mathcal{B}/2}^{\mathcal{B}/2} \int_0^{2\tau} \eta(t, \omega) dt d\omega = \frac{e^2 - 1}{2e^2\mathcal{B}} \int_{-\mathcal{B}/2}^{\mathcal{B}/2} \eta_0(\omega) d\omega. \quad (8.6)$$

Rysunek 8.4e ilustruje zmierzone wartości $\bar{\eta}$ dla różnych \mathcal{B} i τ . Mapa jest zbudowana z oddzielnych pomiarów $\eta_0(\omega)$ (rys. 8.4a) i τ (rys. 8.4c) dla różnych gradientów przesunięcia Zeemana β (rys. 8.4b) i mocy pola kontrolnego $P \propto |\Omega|^2$ (rys. 8.4d). Parametry wyodrębnione z rys. 8.4a-d są następnie łączone w celu uzyskania wartości $\bar{\eta}$ dla każdego punktu $(\tau(P), \mathcal{B}(\beta))$. Jak można się było spodziewać na podstawie równania 8.5, widzimy wyraźny kompromis między iloczynem czasowo-pasmowym $\tau\mathcal{B}$, a średnią wydajnością $\bar{\eta}$. I odwrotnie, większa liczba rozróżnialnych bloków częstotliwości (lub czasu) prowadzi do mniejszej wydajności. Jednak przy $\sim 20\%$ średniej wydajności otrzymujemy $\tau\mathcal{B} = 2\pi \times 10$, co jednocześnie daje rozdzielczość 100 kHz i szerokość pasma 1 MHz. Można również wybrać większy $\tau\mathcal{B}$, osiągający $2\pi \times 40$, ze średnią wydajnością $\sim 4\%$. Warto zauważyć, że ponieważ wydajność η_0 nasycy się dla dużych OD, w przypadku systemów o bardzo dużej gęstości optycznej iloczyn czasowo-pasmowy może osiągnąć znacznie wyższe wartości, przy jednoczesnym zachowaniu niemal jednolitej wydajności w długim oknie odczytu.

8.4.1 Rozdzielczość spektralna



Rysunek 8.5: Ilustracja ograniczenia długości okna pomiarowego (apertury czasowej) spowodowanego świergotem pola kontrolnego. Świergot pola \mathcal{C} powoduje zmienne w czasie odstrojenie dwufotonowe $\delta(t) = \alpha t$, co przesuwaa widmo absorpcji chmury atomowej do coraz wyższych (lub niższych w zależności od znaku α) częstości. Narzuca to maksymalny czas, w jakim może być absorbowane monochromatyczne pole. W typowym reżimie pracy ustawiamy jednak α tak, aby cały badany sygnał (kolor niebieski) mieścił się w dostępnym oknie czasowo-spektralnym.

Rozdzielczość spektralna urządzenia jest ograniczona przez skończony czas trwania okna pomiarowego T w połączeniu z wykładniczym zanikiem spójności atomowej spowodowanym przez pole kontrolne (sprzęgające). Można uznać, że górna granica dla T jest określona przez kombinację szerokości pasma \mathcal{B} i świergotu pola sterującego α przez $T_{\max} = \mathcal{B}/\alpha$, ponieważ dla $\alpha T > \mathcal{B}$ monochromatyczne pole wejściowe $\tilde{A}(\omega) = \delta(\omega)$ leży poza niejednorodnie poszerzonym widmem absorpcji. Jednak w typowym reżimie pracy dobieramy świergot pola kontrolnego α tak, aby całe spektrum impulsu za-

wierało się w obrębie pasma absorpcji atomowej $\alpha \ll \mathcal{B}^2 \approx (\beta L)^2$, ilustruje to rysunek 8.5. Ponadto, aby utrzymać wysoką sprawność początkową, zawsze wybieramy $\tau < T_{\max}$. W tym reżimie skończony czas życia spójności atomów τ ogranicza dostępny czas pomiaru T , który ustawiamy na $T = \tau$, co zapewnia wysoką sprawność całkowitą $\bar{\eta}$. Aby oszacować rozdzielczość, uwzględniając zarówno τ , jak i T obliczamy widmo mocy monochromatycznego impulsu wejściowego o wykładniczo malejącej amplitudzie $\mathcal{A}(t) = (\Theta(t) - \Theta(t - \tau)) \exp(-\frac{t}{\tau})$:

$$|\tilde{\mathcal{A}}(\omega)|^2 \propto \frac{1 + e - 2\sqrt{e} \cos(\tau\omega)}{4\tau^2\omega^2 + 1}, \quad (8.7)$$

i definiujemy rozdzielczość spektralną $\delta\omega$ jako FWHM widma $|\tilde{\mathcal{A}}(\omega)|^2$. Numerycznie znajdujemy $\delta\omega/2\pi \approx 0.78/\tau$, gdzie $1/\tau = \Gamma\Omega^2/(4\Delta^2 + \Gamma^2)$, Γ to szybkość zaniku stanu $|e\rangle$, a $\Omega \propto \mathcal{C}$ to częstość Rabiego na przejściu $|h\rangle \rightarrow |e\rangle$.

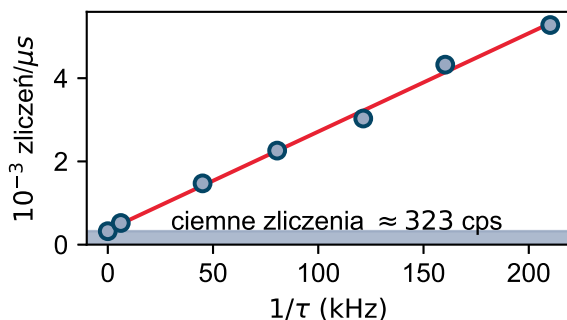
8.4.2 Dyspersja opóźnienia grupowego

Paraboliczna faza nałożona na spójność $\varrho_{h,g}(z)$ symuluje propagację zapisanego impulsu przez ośrodek dyspersyjny. Porównajmy więc uzyskiwaną dyspersję opóźnienia grupowego z typowymi ośrodkami dyspersyjnymi takimi jak siatki Bragga ze świergotem (CFBG) lub światłowodami dyspersyjnymi. Długość propagacji w czasie, jaką osiągamy w naszym układzie, wynosi $f_t = 9600$ s, odpowiada to dyspersji opóźnienia grupowego (GDD) $25 \mu\text{s}^2$ w naszym paśmie o szerokości 1 MHz. Aby osiągnąć takie GDD, potrzeba by 10^{12} km ≈ 0.1 ly typowych światłowodów telekomunikacyjnych (GVD $25 \text{ ps}^2/\text{km}$) lub miliardów dostępnych komercyjnie siatek CFBG (GDD $\sim 10^4 \text{ ps}^2$).

8.5 System filtrujący i charakterystyka szumu

Aby protokół mógł działać w reżimie kwantowym, fotony sygnałowe muszą zostać skutecznie odfiltrowane od wiązki kontrolnej i innych szumów tła. W tym celu stosujemy układ filtrujący opisany w rozdziale 3. Układ ten zawiera filtr atomowy pompowany do stanu $5S_{1/2}, F = 1$ (laserem AFP795 o długości fali 780 nm) co zapewnia dużą transmisję fotonów sygnałowych (70%) i jednocześnie dużą gęstość optyczną dla fotonów wiązki kontrolnej.

Aby oszacować ilość szumu obecnego w naszym eksperymencie, wykorzystana została sekwencja eksperymentalna z rysunku 8.3, ale bez sygnałowego pola optycznego na wejściu. Dla każdego pomiaru o danej wartości mocy lasera kontrolnego $P \propto |\mathcal{C}|^2$ obliczony został współczynnik zliczeń szumu. Na rysunku 8.6 widoczna jest zmierzona liczba zliczeń szumu jako funkcja szybkości zaniku spójności atomowej $1/\tau \propto P$ (patrz rysunek 8.4d). Nachylenie dopasowanej linii można interpretować jako średnią liczbę fotonów szumu zarejestrowanych podczas typowego odczytu o długości $T = \tau$. Można zauważyć, że wraz ze wzrostem intensywności lasera sprzęgającego, rejestrujemy więcej fotonów szumu, ale w krótszym oknie. Daje to stałą średnią liczbę fotonów na odczyt. Dzięki naszemu systemowi filtracji osiągnęliśmy poziom szumu o wartości $\bar{n}_{\text{noise}} = 0.023$, co oznacza, że rejestrujemy około 1 foton szumu na 40 pojedynczych eksperymentów. Jednocześnie transmisja fotonów sygnałowych wynosi około 60%, podczas gdy wydajność detekcji jest na poziomie $\sim 65\%$. Przy typowej wydajności pamięci w granicach 25%, uzyskujemy szum na pojedynczy przetwarzany foton o wartości $\mu_1 = 0.23$, co odpowiada $\mu_1 = 0.016$ na pojedynczy mod czasowy obejmujący całe dostępne pasmo. Głównym składnikiem rejestrowanego szumu jest nadmiar przedostających się fotonów lasera sprzęgającego — potwierdziliśmy to w eksperymencie bez atomów, w którym zaobser-



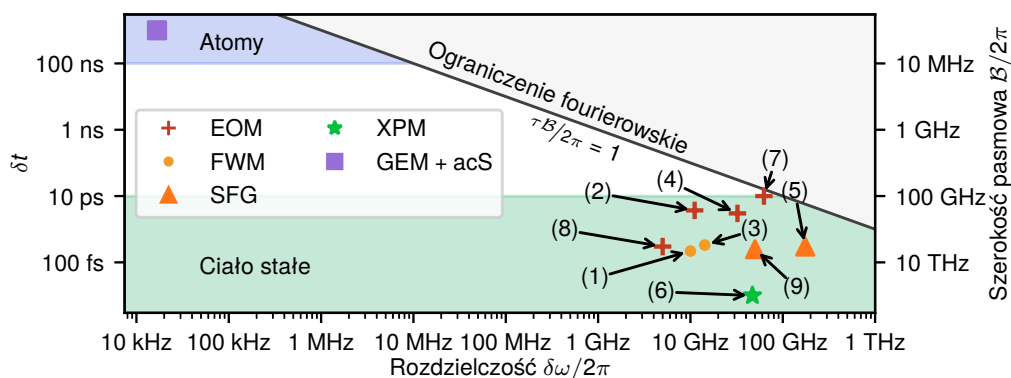
Rysunek 8.6: Liczba fotonów szumu rejestrowana przez SPCM w stosunku do szybkości zaniku spójności atomowej. Nachylenie dopasowanej linii wynosi 0.023 i może być interpretowane jako średnia liczba fotonów szumu zarejestrowanych podczas procesu odczytu.

wowaliśmy ten sam poziom szumu. Lepsze filtrowanie można by uzyskać, sprzęgając sygnał do światłowodu jednomodowego lub stosując wielostopniowy filtr.

8.6 Podsumowanie

Na koniec porównajmy zademonstrowaną metodę obrazowania czasowego dalekiego pola z innymi istniejącymi rozwiązaniami. Rysunek 8.7 lokalizuje istniejące systemy w przestrzeni pasmo-rozdzielczość. Metody oparte na koncepcji soczewki czasowej umożliwiają kształtowanie spektralne impulsów światła [Li⁺15; DMR16; Lu⁺18], czasowe obrazowanie jałowe [Den⁺17; Don⁺16; Ryc⁺17; Wu⁺19] i konwersję pasma [All⁺17] na poziomie pojedynczych fotonów. Rozwiązania te oferują rozdzielczość spektralną odpowiednią dla fotonów o wysokiej szerokości pasmowej pochodzących ze spontanicznej parametrycznej konwersji w dół (SPDC) lub kropek kwantowych. Ich wydajność jest poważnie ograniczona w przypadku wąskopasmowym (od kilku MHz do kilkudziesięciu kHz) odpowiednim dla emisji atomowej [Zha⁺14; GMD17; Far⁺16], jonów sprzężonych z wnęką (poniżej 100 kHz) [Stu⁺12], oraz SPDC we wnęce optycznej (poniżej 1 MHz) [Ram⁺16], jak i systemów optomechanicznych [Hon⁺17; Hil⁺12]. Nasza metoda operuje właśnie w tym dotychczas niedostępnym reżimie, a jej implementacja w innych układach pamięci kwantowych o wyższej szerokości pasmowej [Sag⁺18] lub gęstości optycznej [Cho⁺16] może wypełnić lukę między obszarem wąskopasmowym i szerokopasmowym widoczną na rysunku 8.7.

Podsumowując, w tym rozdziale zaproponowałem i zademonstrowałem metodę obrazowania dalekiego pola o wysokiej rozdzielczości (ok. 20 kHz), odpowiednią dla wąskopasmowych źródeł fotonów — reżimu dotąd nieosiągalnego. Przedstawiony protokół może służyć jako bardzo precyzyjny spektrometr dla emisji atomowej, umożliwiający charakteryzację wielowymiarowego splątania spektralno-czasowego. Charakteryzacja i manipulacja fotonów w czasowym stopniu swobody jest niezbędna w wielu zadaniach przetwarzania informacji kwantowej i metrologii. Zademonstrowana tu metoda może pozwolić na adaptację tych technik dla światła wąskopasmowego. Przewidujemy też, że wraz z poprawą gradientu pola magnetycznego szerokość pasmowa GEM może osiągnąć dziesiątki MHz, otwierając nowe zakresy zastosowań, takie jak półprzewodnikowe pamięci kwantowe [Hed⁺10] i centra barwne w diamencie [JDK19].



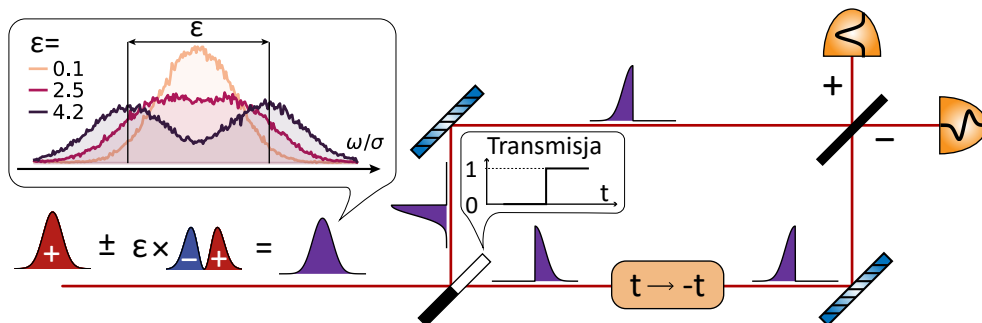
Rysunek 8.7: Porównanie różnych technik obrazowania czasowego, pod względem czasowej δt i spektralnej $\delta\omega$ rozdzielczości. Implementacje oparte na ciele stałym (modulatory elektrooptyczne (EOMS - 1,2,3,4) - [Fos⁺09; Kau⁺94; Aza⁺04; Bab⁺19], mieszanie czterech fal (FWM - 5,6) - [Fos⁺08; Sal⁺09], generowanie sumy częstotliwości (SFG - 7,8) - [BK99; Sur⁺16], krzyżowa modulacja fazy (XPM - 9) - [Mou⁺00]) są dobrze przystosowane do impulsów piko oraz femtosekundowych o dużej szerokości widmowej, osiągając rozdzielczość spektralną nie lepszą niż 1 GHz, jednak przy dużym iloczynie czas-częstość (τB) sięgającymi $2\pi \times 2000$. Nasza metoda (GEM + acS) ma 10^6 razy lepszą rozdzielczość spektralną $\delta\omega/2\pi \sim 20$ kHz, zachowując dobry τB , co pozwala na eksplorację wcześniej nieosiągalnych regionów. Wyszarzony region wskazuje niefizyczny obszar ograniczony granicą Fouriera $\tau B/2\pi = 1$.

Rozdział 9

Protokół nadrozdzielczej spektroskopii

Spektroskopia optyczna jest niezastąpionym narzędziem w badaniach materii i światła, wykorzystywanym między innymi w chemii [OHS14; BGH20], astronomii [Kit95], biologii i medycynie [KWY20] oraz metrologii. Rozdzielczość spektralna wszystkich najnowocześniejszych metod, takich jak spektrometry siatkowe [Che⁺19; Sav09] czy spektrometry Fourierowskie [HI18; WF18; PR20], podlega ograniczeniu Fourierowskiemu. Ograniczenie w problemie obrazowania w przestrzeni rzeczywistej znane jest jako granica Rayleigha. Metody pozwalające na jej pokonanie, opracowane głównie w kontekście mikroskopii, oparte są na modyfikacji lub wykorzystaniu bardzo specyficznych właściwości badanego źródła światła, lub specjalnym oświetleniu obiektu obrazowanego [Der⁺09; RBZ06; Bet⁺06; Gat⁺14]. W wielu przypadkach jest trudne, a nawet niemożliwe do zrealizowania. Ponadto, mimo że granica Rayleigha została pierwotnie sformułowana w kontekście spektroskopu [FRS79], metody spektroskopii nadrozdzielczej są nieliczne i ograniczone do spektroskopii laserowej [Bos⁺20]. Działanie i wyzwania spektroskopii fluorescencyjnej są zupełnie inne: typowy emiter dostarcza tylko niewielką liczbę fotonów na pojedynczy mod spektralno-przestrzenny, co nie pozwala na zastosowanie metod znanych z obrazowania. Stanowi to motywację do poszukiwania protokołów spektroskopii wspomaganych kwantowo.

W obrazowaniu, współczesne rozumienie granicy Rayleigha jest sformułowane jako znikająca informacja Fishera związana z odległością między dwoma źródłami dla małych separacji. Zanik ten określany jest często mianem "kłątwy Rayleigha" [TNL16]. Tsang et al. zauważyli, że kwantowa granica Craméra-Rao (Q-CRB), która w tym wypadku określa maksymalną informację dostępną w mierzonym polu elektromagnetycznym, nie jest wysycona tradycyjnymi metodami. Praca ta stała się inspiracją dla nowych metod, które pozwalają osiągnąć granicę kwantową [Tsa17; Yan⁺17; LHK20; TFS17; NT16b; NT16a; Pau⁺16], ostatnio również w dziedzinie czasu [Don⁺18; Ans⁺21]. Pomysł zastosowania analogicznego protokołu w spektroskopii napotyka na wyzwania, zwłaszcza jeśli pożądana jest praca z wąskopasmowym sygnałem optycznym. Inspirację można jednak zaczerpnąć z innej dziedziny: jądrowym rezonansie magnetycznym (NMR) pamięć kwantowa może prowadzić do zwiększenia rozdzielczości [Zai⁺16; Ros⁺17; Gle⁺18]. Ogólne warunki dla tych eksperymentów zostały sformułowane przez Gefena i współpracowników [GRR19], którzy zidentyfikowali specyficzne pomiary kwantowe, które ułatwiają nadrozdzielczość. Wynikającym z tego pomysłem jest zatem wykorzystanie pamięci kwantowej do osiągnięcia spektralnej nadrozdzielczości w dziedzinie optycznej.

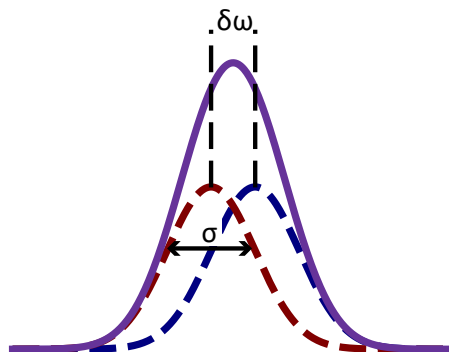


Rysunek 9.1: Schemat interferometru odwracającego czas dla spektroskopii nadrozdzielczej. Celem jest pomiar rozsunęcia dwóch linii spektralnych dla rozsunień mniejszych niż szerokość linii. Szerokość linii jest właściwością samego źródła lub definiuje ją apertura czasowa spektrometru. Gdy dwie linie spektralne są bardzo blisko siebie (nakładają jak we wstawce) szum śrutowy uniemożliwia dokładne oszacowanie separacji. Dla małych separacji ($\epsilon \ll 1$), informacja o separacji jest w całości zawarta w antysymetrycznej części impulsu sygnałowego. Aby wydobyć tę informację, impuls sygnału jest przesyłany do interferometru dzielącego impuls z odwróceniem osi czasu w jednym ramieniu (Pulse Division Time Axis Inversion, PuDTAI), który dokonuje dekompozycji na składową symetryczną i antysymetryczną. Najpierw zależne od czasu zwierciadło dzieli impuls dokładnie na pół pomiędzy dwa ramiona interferometru. Jedno z ramion zawiera urządzenie do odwracające lokalną oś czasu impulsu, które odbija połówkę impulsu wzdłuż osi podziału. Na koniec obie składowe są łączone na płytce światłodzielącej, a powstałe w ten sposób projekcje: symetryczna (+) i antysymetryczne (-) są wykrywane.

W tym rozdziale opisuję jak przenieść nowe metody obrazowania nadrozdzielczego do domeny spektralnej i demonstruję urządzenie, które jest w stanie wykryć różnice częstotliwości dwóch emiterów z dokładnością lepszą niż daną przez ograniczenie Fourierowskie. Poprzez analogię do obrazowania, granicę tę rozumiem się jako zanikającą informację Fishera stowarzyszoną z separacją między dwiema liniami spektralnymi. Nasza metoda wykorzystuje pamięć gradientową (GEM) ze wbudowanymi możliwościami przetwarzania czasowo-częstotliwościowego, którą programujemy w celu realizacji interferometru PuDTAI. Nasz protokół działa w reżimie ultrawąskopasmowym, osiągając rozdzielczość 15 kHz przy jednoczesnym współczynniku wzmocnienia rozdzielczości $s = 20 \pm 0.5$, co oznacza, że do osiągnięcia tej samej rozdzielczości za pomocą spektroskopii konwencjonalnej (bezpośredniej) w tych samych warunkach eksperymentalnych potrzeba około 20 razy więcej fotonów. Jest to możliwe dzięki długiemu czasowi spójności pamięci kwantowej, która w pełni przechowuje zarówno fazę, jak i amplitudę z pola optycznego oraz umożliwia dokonanie transformacji czasowo-spektralnej prowadzącej do optymalnej detekcji. Wyniki przedstawione w tym rozdziale zostały opublikowane w pracy [MLP22].

9.1 Rozdzielczość według teorii informacji

Jako wprowadzenie do problemu rozważmy następujący scenariusz zobrazowany na rysunku 9.2. Dwa wzajemnie niespójne źródła o jednakowej jasności emitują fotony o tej samej obwiedni widmowej $\tilde{\psi}(\omega)$, która z założenia jest znana i stanowi transformatę Fouriera obwiedni czasowej $\psi(t)$. Taki scenariusz jest istotny zarówno w przypadku fluorescencji (gdzie funkcje falowe fotonów są określane przez emisję spontaniczną, przy



Rysunek 9.2: Problem Rayleigha w domenie częstotliwości. Dwa identyczne źródła o szerokości widmowej 2σ mają częstotliwości centralne oddalone od siebie o $\delta\omega$. W przypadku gdy separacja jest podobnej wielkości co szerokość widmowa $\delta\omega \sim \sigma$ w pomiarze bezpośrednim trudno jest określić separację $\delta\omega$ czy nawet stwierdzić, czy obserwujemy jedno, czy dwa źródła.

założeniu szybkiego wzbudzenia i braku niejednorodnego poszerzenia), jak i rozpraszania (np. rozpraszanie Ramana). Stanowi to również optyczny odpowiednik problemu rozróżniania sygnałów w dziedzinie częstotliwości radiowych, obecny w analizatorach widma i nano-NMR [GRR19]. Bardziej konwencjonalnym, ale równie istotnym scenariuszem jest sytuacja, gdy szerokości linii dwóch źródeł są bardzo wąskie, a rozdzielczość jest ograniczona przez aperturę czasową, która definiuje funkcję przenoszenia $\tilde{\psi}(\omega)$. W naszym wypadku taką funkcję mógłby zadawać kształt impulsu lasera sprzęgającego.

Dwa omawiane źródła mają nieco inne częstotliwości centralne $\omega_- = \omega_0 - \delta\omega/2$ i $\omega_+ = \omega_0 + \delta\omega/2$, gdzie separacja częstotliwości $\delta\omega = \sigma\varepsilon$ jest mniejsza niż szerokość σ obwiedni widmowej $\tilde{\psi}(\omega)$, która dla znormalizowanego parametru separacji ε przekłada się na $\varepsilon \ll 1$. Zadaniem spektroskopisty jest oszacowanie separacji ε z maksymalną skutecznością — uzyskanie maksymalnej informacji o separacji na pojedynczy wykryty foton.

W tradycyjnym podejściu, do pomiaru wykorzystywany jest spektrometr, który mierzy znormalizowane natężenie widmowe $\tilde{I}(\omega) = \frac{1}{2} (|\tilde{\psi}(\omega - \delta\omega/2)|^2 + |\tilde{\psi}(\omega + \delta\omega/2)|^2)$. Zebrane w ten sposób dane są następnie przetwarzane, na przykład poprzez dopasowanie krzywej teoretycznej, w celu estymacji $\delta\omega$. Podobnie, spektrometr fourierowski mierzy funkcję autokorelacji drugiego rzędu, która jest następnie poddawana transformacji Fouriera dając $\tilde{I}(\omega)$. Warto zauważyć, że z informacyjnego punktu widzenia uzyskanie $\delta\omega$ z precyzją znacznie większą niż σ jest możliwe — wystarczy zebrać wystarczającą ilość danych statystycznych. Stanowi to problem z ograniczeniem Rayleigha (rysunek 9.2), które nie bierze pod uwagę ilości wykrytego światła i wynikającego z tego stosunku sygnału do szumu. Dlatego, aby określić ilościowo przewagę metrologiczną danej metody, musimy rozważyć zaszumienie pomiaru wynikające ze skończonej statystyki (szum śrutowy), dla którego typowe zachowanie asymptotyczne to $\Delta^2\varepsilon \propto 1/N$, gdzie N jest liczbą zebranych fotonów. Takie skalowanie jest uchwycone przez granicę Craméra-Rao, która ogranicza maksymalną osiągalną precyzję dla każdego lokalnie nieobciążonego estyma-

tora¹ znormalizowanej separacji $\hat{\varepsilon}$ [Kay93]:

$$\Delta^2 \hat{\varepsilon} \geq \frac{1}{N \mathcal{F}_\varepsilon}, \mathcal{F}_\varepsilon = \int \frac{1}{p_\varepsilon(x)} \left(\frac{\partial}{\partial \varepsilon} p_\varepsilon(x) \right)^2 dx, \quad (9.1)$$

gdzie $\Delta^2 \hat{\varepsilon}$ jest wariancją estymatora, \mathcal{F}_ε jest informacją Fishera, N jest liczbą niezależnych pomiarów (a w tym wypadku zebranych fotonów), a $p_\varepsilon(x)$ reprezentuje rozkład wyników pomiarów parametryzowany prawdziwą wartością separacji ε . Zanim przejdziemy do badania informacji Fishera w naszym konkretnym zagadnieniu, zauważmy, że w równaniu (9.1) możemy zdefiniować gęstość informacji Fishera: $\mathcal{F} = \int d\mathcal{F}$ jako:

$$d\mathcal{F} = \frac{1}{p_\varepsilon(x)} \left(\frac{\partial}{\partial \varepsilon} p_\varepsilon(x) \right)^2 dx = \rho_{\mathcal{F}}(x) dx. \quad (9.2)$$

Gęstość $\rho_{\mathcal{F}}(x)$, którą skrótowo nazywać będę $d\mathcal{F}$, pozwala na badanie, które części rozkładu $p_\varepsilon(x)$ są najistotniejsze w estymacji ε — zawierają najwięcej informacji.

Dla obwiedni gaussowskich w postaci

$$\tilde{\psi}_{\mathcal{G}}(\omega) = \left(\sqrt{2\pi}\sigma \right)^{-1/2} \exp\left(-\frac{\omega^2}{4\sigma^2}\right) \quad (9.3)$$

gęstość dla bezpośredniego pomiaru rozkład prawdopodobieństwa (direct imaging, DI) wyników jest proporcjonalny do natężenia $p_\varepsilon(\omega) \propto I(\omega)$. Daje to gęstość informacji Fishera w postaci:

$$d\mathcal{F}_{\text{DI}} = \frac{e^{-\frac{(\varepsilon\sigma - 2\omega)^2}{8\sigma^2}} \left(\varepsilon\sigma \cosh\left(\frac{\varepsilon\omega}{2\sigma}\right) - 2\omega \sinh\left(\frac{\varepsilon\omega}{2\sigma}\right) \right)^2}{8\sqrt{2\pi}\sigma^3 \left(e^{\frac{\varepsilon\omega}{\sigma}} + 1 \right)} d\omega, \quad (9.4)$$

co dla $\varepsilon \ll 1$ poprzez rozwinięcie mianownika możemy przybliżyć:

$$d\mathcal{F}_{\text{DI}} \simeq \frac{e^{-\frac{\varepsilon^2}{4} - \frac{\omega^2}{2\sigma^2}} \left(\varepsilon\sigma \cosh\left(\frac{\varepsilon\omega}{2\sigma}\right) - 2\omega \sinh\left(\frac{\varepsilon\omega}{2\sigma}\right) \right)^2}{16\sqrt{2\pi}\sigma^3} \equiv d\mathcal{F}_{\text{DI}}^{\text{appr}}. \quad (9.5)$$

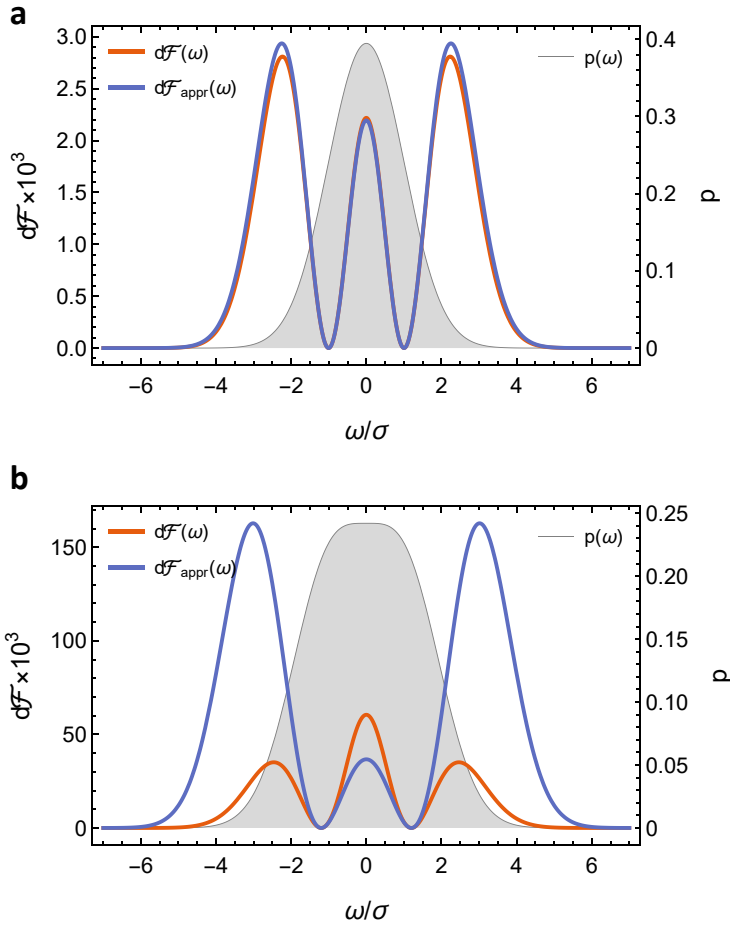
Na rysunku 9.3 widoczne są rozkłady $d\mathcal{F}_{\text{DI}}$ dla separacji **a** $\varepsilon = 0.3$ oraz **b** $\varepsilon = 2$. Dla porównania wykreślone są też rozkłady prawdopodobieństwa $p_{\text{DI}}(\omega)$ dla obu przypadków oraz przybliżenia $d\mathcal{F}_{\text{DI}}^{\text{appr}}$. Widzimy tutaj, że najbardziej wartościowe zliczenia występują na zboczach gaussowskich obwiedni, nawet w miejscu, gdzie obwiednie się przekrywają (na środku, $\omega = 0$). Można też zaobserwować, że wraz z malejącym ε maleje amplituda gęstości informacji Fishera, a przybliżenie rozkładu gęstości dane równaniem (9.5) dla $\varepsilon = 0.3$ działa już bardzo dobrze.

Pełna informacja Fishera dana jest całką z gęstości, którą dla DI możemy wykonać analitycznie w przybliżonym przypadku. Otrzymujemy:

$$\mathcal{F}_{\text{DI}}^{\text{appr}} = \frac{1}{16} \left(4 \sinh\left(\frac{\varepsilon^2}{4}\right) + \varepsilon^2 \cosh\left(\frac{\varepsilon^2}{4}\right) \right) \simeq \frac{\varepsilon^2}{8}. \quad (9.6)$$

Rysunek 9.4 przedstawia zachowanie \mathcal{F}_{DI} dla wybranego zakresu separacji. Kolejne krzywe przedstawiają pełną informację Fishera \mathcal{F}_{DI} uzyskaną przez numeryczną ewaluację całki z gęstości (9.4), oraz dwie przybliżone formuły odpowiadające $\mathcal{F}_{\text{DI}}^{\text{appr}}$ i rozwinięciu dla

¹Lokalnie nieobciążony estymator $\hat{\varepsilon}$ to taki, który jest nieobciążony w okolicy konkretnej prawdziwej separacji ε_0 : $\hat{\varepsilon}(\varepsilon_0) = \varepsilon_0$ oraz $\left. \frac{d\hat{\varepsilon}(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon_0} = 1$

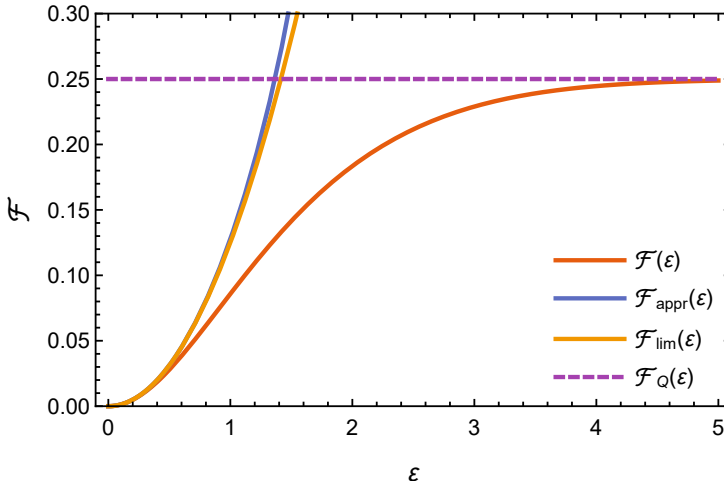


Rysunek 9.3: Gęstość informacji Fishera $d\mathcal{F}$ w przestrzeni częstotliwości dla pomiaru bezpośredniego (DI) dla dwóch wybranych separacji: **a** — $\varepsilon = 0.3$; **b** — $\varepsilon = 2$. Dla porównania w obu przypadkach widoczna jest też krzywa przybliżona, słuszna dla $\varepsilon \ll 1$ (appr) oraz kształt mierzonego rozkładu zliczeń fotonów w domenie częstotliwości (zaciemniony obszar).

$\varepsilon = 0$: $\mathcal{F}_{\text{DI}}^{\text{lim}} = \varepsilon^2/8$. To kwadratowe skalowanie dla małych wartości separacji nazywane jest kłątą Rayleigha i stanowi teorio-informacyjny odpowiednik ograniczenia Rayleigha. Fizycznie odzwierciedla to fakt, że niezwykle trudno jest oszacować separację dwóch zasumionych, nakładających się linii spektralnych, co ilustruje wstawka na rys. 9.1. Oczywiście, zebranie dużej statystyki umożliwi precyzyjne wyznaczenie ε , ale informacja na jeden zebrany foton \mathcal{F}_{DI} jest mała. Jednocześnie kwantowa informacja Fishera (QFI) [Hel76], która daje niezależną od strategii pomiarowej granicę precyzji dla danego problemu estymacyjnego, okazuje się mieć stałą wartość $\mathcal{F}_{\text{Q}} = 1/4$, niezależną od ε . Ten (zaskakujący) wynik prowadzi do wniosku, że spektroskopowy pomiar bezpośredni², nie jest optymalną metodą pomiaru [TNL16]. Dlatego każda strategia, która daje informację Fishera powyżej \mathcal{F}_{DI} może być uważana za metodę nadrozdzielczą pokonującą granicę Rayleigha, lub równoważnie granicę Fouriera w spektroskopii.

Powyższe obserwacje doprowadziły do intensywnych poszukiwań różnych schematów

²Tak jak bezpośrednie obrazowanie w przestrzeni rzeczywistej.



Rysunek 9.4: Informacja Fishera \mathcal{F} dla pomiaru bezpośredniego. Krzywa pomarańczowa odpowiada dokładnej wartości informacji uzyskanej przez numeryczną ewaluację całki z gęstości 9.4. Pozostałe krzywe ciągłe przedstawiają kolejne przybliżenia: lim — standardowe zachowanie dla $\varepsilon \rightarrow 0$ dane przez $\varepsilon^2/8$; appr — całka z przybliżonej formuły na gęstość informacji. Dla porównania widoczna jest też kwantowa informacja Fishera \mathcal{F}_Q (linia przerywana).

pomiarowych nieobciążonych kłutwą Rayleigha i dających rozdzielczość bliską ostatecznej granicy zadanej przez kwantową granicę Craméra-Rao (Q-CRB). Większość z zaproponowanych schematów pomiarów nadrozdzielczych opiera się na następującej obserwacji: przesunięta gaussowska obwiednia $\tilde{\psi}_G(\omega \pm \delta\omega/2)$ dla $\varepsilon \ll 1$ może być przybliżona jako nieprzesunięta składowa $\tilde{\psi}_G(\omega)$ z niewielką poprawką w postaci pierwszej funkcji Hermite’a-Gaussa³:

$$\tilde{\psi}_G(\omega \pm \varepsilon\sigma/2) \approx \tilde{\psi}_G(\omega) \pm \frac{\varepsilon}{4} \tilde{\psi}_{HG}(\omega) \quad (9.7)$$

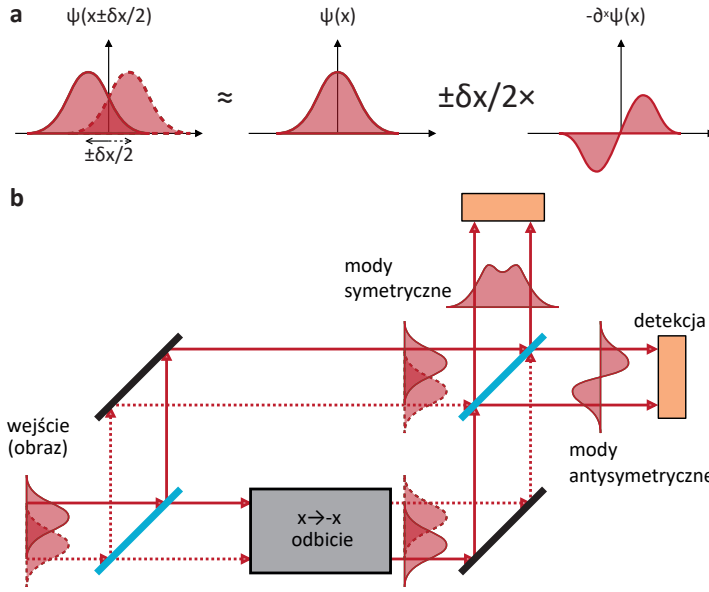
$$\tilde{\psi}_{HG}(\omega) = \frac{\omega}{\sigma} \left(\sqrt{2\pi}\sigma \right)^{-1/2} \exp\left(-\frac{\omega^2}{4\sigma^2}\right). \quad (9.8)$$

Ilustruje to rysunek 9.5a. Wniosek jest następujący: tylko antysymetryczna składowa $\tilde{\psi}_{HG}(\omega)$ niesie informację o separacji, dlatego odfiltrowanie (ortogonalnego) symetrycznego modu $\tilde{\psi}_G(\omega)$ prowadzi do ogromnej poprawy stosunku sygnału do szumu i zwiększa precyzję estymacji separacji.

9.2 Protokół spektroskopii nadrozdzielczej

Pomysł na uzyskanie sub-Fourierowskiej rozdzielczości w naszym spektrometrze polega na opracowaniu pomiaru, który może rozbić sygnał na symetryczne i antysymetryczne kombinacje względem średniego czasu lub częstotliwości. Nasz protokół realizujący ten pomiar rzutowy czerpie inspirację z techniki nadrozdzielczego obrazowania w przestrzeni rzeczywistej zwanej SLIVER (nadlokalizacja poprzez interferometrię inwersji obrazu) [WH07; WSH09; NT16b; LTS19; NT16a]. Na rysunku 9.5b widoczny jest układ

³Rozwijamy przesuniętą obwiednię jako funkcję ε wokół $\varepsilon = 0$



Rysunek 9.5: Idea nadrozdzielczego pomiaru rozsunienia dwóch źródeł światła. **a** Przesunięta obwiednia źródła $\psi(x + \delta x/2)$ może zostać przybliżona obwiednią nieprzesuniętą $\psi(x)$ z małą poprawką w postaci pierwszej pochodnej obwiedni $-\partial_x \psi(x)$. Wkład poprawki jest wprost proporcjonalny do przesunięcia $\delta x/2$. **b** Interferometr inwersji obrazu (SLIVER) dokonujący rozkładu badanego światła na podprzestrzeń modów symetrycznych i antysymetrycznych. Rysunek inspirowany jest pracą [Tsa19b].

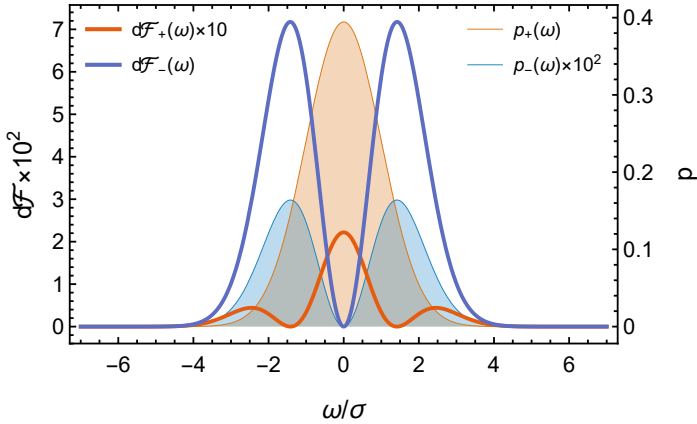
optyczny realizujący ten protokół pomiarowy. Jest to interferometr Macha-Zehndera z układem odwracającym obraz w jednym z ramion. Interferencja kopii obrazu wchodzącego do interferometru z jej odwróconą względem środka wersją dla zerowej różnicy faz obu ramion interferometru prowadzi do rozdzielania od siebie części symetrycznych i antysymetrycznych, które wykrywa się detektorem bez rozdzielczości przestrzennej (fotodiodą). Zebrane zliczenia w porcie symetrycznym i antysymetrycznym pozwalają na precyzyjne wyznaczenie separacji. Rozważmy teraz protokół SLIVER w naszym jednowymiarowym spektralnym przypadku. Na wejściu do interferometru mamy sygnał w postaci:

$$\tilde{\mathcal{S}}_\varphi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\tilde{\psi}_G(\omega - \sigma\varepsilon/2) + e^{i\varphi} \tilde{\psi}_G(\omega + \sigma\varepsilon/2) \right), \quad (9.9)$$

gdzie faza $\varphi \in [0, 2\pi]$ jest zmienną losową o rozkładzie jednorodnym. Na wyjściowej płytce światłodzielną interferometru padają więc amplitudy w postaci $\tilde{\mathcal{S}}_\varphi(\omega)/\sqrt{2}$ oraz $\exp(i\varphi)\tilde{\mathcal{S}}_\varphi(-\omega)/\sqrt{2}$. Dla zerowej fazy interferometru $\theta = 0$ za płytką światłodzielną uzyskujemy więc port symetryczny i antysymetryczny:

$$\tilde{\mathcal{S}}_\varphi^+(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\tilde{\mathcal{S}}_\varphi(\omega) + \tilde{\mathcal{S}}_\varphi(-\omega)) \quad (9.10)$$

$$\tilde{\mathcal{S}}_\varphi^-(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\tilde{\mathcal{S}}_\varphi(\omega) - \tilde{\mathcal{S}}_\varphi(-\omega)). \quad (9.11)$$



Rysunek 9.6: Gęstość informacji Fishera dla obu portów interferometru SLIVER. Zacieńnione obszary przedstawiają spodziewane rozkłady zliczeń w obu portach.

Zbadajmy teraz rozkłady prawdopodobieństwa wykrycia fotonu w każdym z portów. Mamy:

$$p_+(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\mathcal{S}_\varphi^+(\omega)|^2 d\varphi = \frac{e^{-\frac{(\varepsilon\sigma+2\omega)^2}{8\sigma^2}} \left(e^{\frac{\varepsilon\omega}{2\sigma}} + 1\right)^2}{4\sqrt{2\pi}\sigma}, \quad (9.12)$$

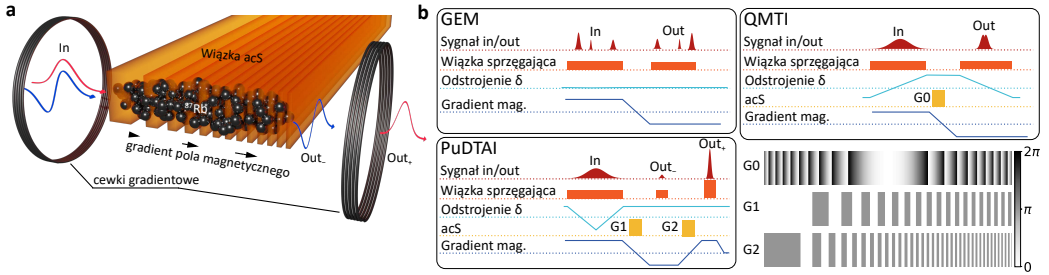
$$p_-(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\mathcal{S}_\varphi^-(\omega)|^2 d\varphi = \frac{e^{-\frac{(\varepsilon\sigma+2\omega)^2}{8\sigma^2}} \left(e^{\frac{\varepsilon\omega}{2\sigma}} - 1\right)^2}{4\sqrt{2\pi}\sigma}, \quad (9.13)$$

oraz odpowiadające im gęstości informacji Fishera:

$$d\mathcal{F}_+ = \frac{e^{-\frac{\varepsilon^2}{8} - \frac{\omega^2}{2\sigma^2}} \left(\varepsilon\sigma \cosh\left(\frac{\varepsilon\omega}{4\sigma}\right) - 2\omega \sinh\left(\frac{\varepsilon\omega}{4\sigma}\right)\right)^2}{16\sqrt{2\pi}\sigma^3} d\omega \underset{\varepsilon \rightarrow 0}{\simeq} 0, \quad (9.14)$$

$$d\mathcal{F}_- = \frac{e^{-\frac{\varepsilon^2}{8} - \frac{\omega^2}{2\sigma^2}} \left(\varepsilon\sigma \sinh\left(\frac{\varepsilon\omega}{4\sigma}\right) - 2\omega \cosh\left(\frac{\varepsilon\omega}{4\sigma}\right)\right)^2}{16\sqrt{2\pi}\sigma^3} d\omega \underset{\varepsilon \rightarrow 0}{\simeq} \frac{\omega^2 e^{-\frac{\omega^2}{2\sigma^2}}}{4\sqrt{2\pi}\sigma^3} d\omega. \quad (9.15)$$

Rysunek 9.6 przedstawia rozkład gęstości informacji Fishera w obu portach interferometru SLIVER dla $\varepsilon = 0.3$. Analogicznie jak w przypadku DI, na wykresach są też widoczne powiązane rozkłady prawdopodobieństwa. Tak jak się spodziewaliśmy, prawie cała informacja o wartości separacji jest skoncentrowana w porcie antysymetrycznym (–). Jednocześnie prawdopodobieństwo zliczenia fotonu w tym porcie dla małych separacji jest bardzo małe, dlatego też będę nazywać ten port ciemnym, a port symetryczny jasnym. Zauważmy też, że informacja w ciemnym porcie jest skoncentrowana na brzegach rozkładu prawdopodobieństwa w porcie jasnym. Co może być zaletą w przypadku nieidealnej interferencji, w której najczęściej przecieku z portu jasnego pojawi się w centralnej części rozkładu. Odfiltrowanie tej części może więc prowadzić do polepszenia sygnału, a zatem i lepszej precyzji estymacji ε . Przypadek ten rozważymy w dalszej części rozdziału.



Rysunek 9.7: **a** Pamięć gradientowa (GEM) wzbogacone o przestrzenną modulację fazy (acS), służąca do przechowywania, przetwarzania i uwalniania impulsów optycznych. W implementacji interferometru PuDTAI symetrycznie wyswiergotane pole sterujące odwzorowuje impuls sygnału na spójność między stanami podstawowymi ^{87}Rb i jednocześnie implementuje lustro z zależną od czasu transmisją. Modulacja fazy fali spinowej wywoływana laserem starkowskim (acS) ukształtowanym w siatkę prostokątną jest używana do implementacji płytki światłodzielnącej i sekwencyjnego odczytu powstałych portów interferometru (Out_- , Out_+). **b** Sekwencje eksperymentalne i kształty wiązki starkowskiej (G0-G2) używane do implementacji podstawowego protokołu GEM, spektrometru QMTI i interferometru PuDTAI.

Obliczmy teraz całkowite informacje Fishera zawarte w obu portach:

$$\mathcal{F}_+ = \frac{1}{8} \left(1 + e^{-\frac{\varepsilon^2}{8}} \left(\frac{\varepsilon^2}{4} - 1 \right) \right), \quad (9.16)$$

$$\mathcal{F}_- = \frac{1}{8} \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon^2}{8}} \left(\frac{\varepsilon^2}{4} - 1 \right) \right) \quad (9.17)$$

i zauważmy, że $\mathcal{F}_+ + \mathcal{F}_- = 1/4 = \mathcal{F}_Q$. Oznacza to, że SLIVER ze spektralnie rozdzielczą detekcją⁴ w obu portach jest optymalnym pomiarem niezależnie od wartości separacji ε . Standardowo jednak stosuje się detekcję bez rozdzielczości spektralnej, mamy wtedy dostęp do prawdopodobieństw scałkowanych po ω :

$$p_+ = \frac{1}{2} \left(e^{-\frac{\varepsilon^2}{8}} + 1 \right), \quad (9.18)$$

$$p_- = \frac{1}{2} \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon^2}{8}} \right), \quad (9.19)$$

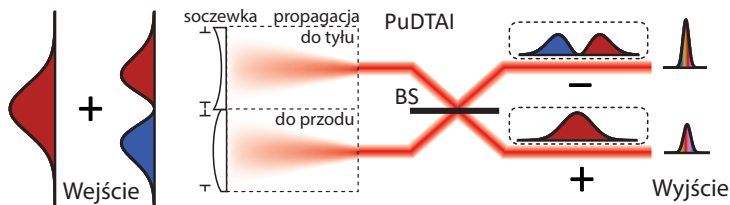
które dają:

$$\mathcal{F}_\pm = \frac{e^{-\frac{\varepsilon^2}{4}} \varepsilon^2}{64p_\pm} \quad (9.20)$$

$$\mathcal{F}_{\text{SLIVER}} = \mathcal{F}_+ + \mathcal{F}_- = \frac{e^{-\frac{\varepsilon^2}{4}} \varepsilon^2}{64p_+p_-} \underset{\varepsilon \rightarrow 0}{\approx} \frac{1}{4} - \frac{\varepsilon^2}{32}. \quad (9.21)$$

Widzimy, że w tym wypadku ten pomiar jest optymalny tylko dla $\varepsilon \ll 1$ — $\mathcal{F}_{\text{SLIVER}}$ dla $\varepsilon \rightarrow 0$ osiąga \mathcal{F}_Q — jednak jest to zupełnie wystarczające, dlatego, że dla $\varepsilon \gg 1$ DI staje się optymalnym pomiarem, co widać na rysunku 9.4.

⁴W przypadku problemu obrazowania w obu portach należy umieścić kamery.



Rysunek 9.8: Schematyczne przedstawienie interferometru PuDTAI z nałożeniem podzielonego sygnału w przestrzeni fourierowskiej. Kolorowe wypełnienie przedstawia fazę (Arg) obwiedni pola sygnału, BS — płytka światłodzielną.

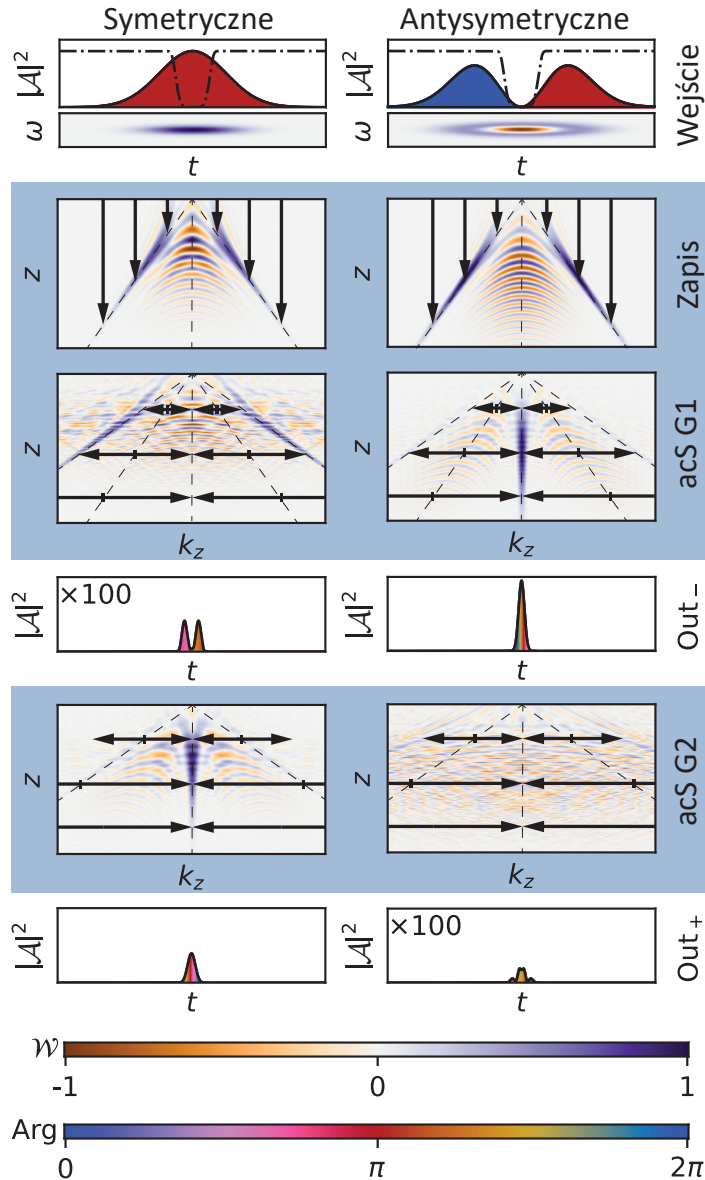
9.3 Protokół PuDTAI

W naszym protokole, przedstawionym schematycznie na rys. 9.1 dzielimy sygnał na pół w czasie, zamiast rozdzielać go na dwie kopie. Jedna z połówek jest odwracana w czasie, a następnie połówki są na siebie nakładane na płytce światłodzielną, gdzie następuje ich interferencja. Metoda ta, choć nieco różni się od SLIVER, osiąga taką samą czułość pomiaru separacji źródeł oraz dodatkowo pozwala na zastosowanie ze stanami N -fotonowymi [LS20]. Oczywiście podobnie jak SLIVER metoda ta zakłada wcześniejszą znajomość średniej częstotliwości, znanej również jako centroid źródła. Założenie to jest słuszne, ponieważ nawet w bezpośredni pomiar (DI) jest optymalny do wyznaczania centroidu. Można więc zastosować strategię adaptacyjną, w której przed pomiarem separacji za pomocą bezpośredniej detekcji, pożądaną dokładnością, wyznaczany jest centroid [Gra⁺20]. Z uwagi na zasadę działania, naszą metodę nazwaliśmy PuDTAI (Pulse Division Time Axis Inversion).

Implementacja naszego protokołu nadrozdzielczej spektroskopii bazuje na obrazowaniu czasowym w GEM wprowadzonym w poprzednim rozdziale pracy. Przedstawiony tam protokół czasowego obrazowania dalekiego pola realizuje spektrometr bezpośredniego pomiaru (DI), co czyni go dobrym punktem odniesienia do protokołu nadrozdzielczego. Protokół nadrozdzielczy wykorzystuje te same metody (modulacja fazy czasowej i spektralnej) do realizacji zwierciadła z zależną od czasu transmisją, które dzieli impuls i dokonuje inwersji czasowej, jak i płytki światłodzielną, która łączy obie składowe i dokonuje ostatecznego podziału na część symetryczną i antysymetryczną. Uproszczony schemat układu eksperymentalnego widoczny jest na rysunku 9.7a. Sekwencja operacji wykonywanych za pomocą pamięci kwantowej, realizujących protokół PuDTAI jest pokazana na rysunku 9.7b.

Rysunek 9.8 przedstawia interpretację działania naszego protokołu w ramach obrazowania czasowego. Każda z połówek sygnału wchodzącego propaguje się przez układ obrazowania czasowego w dalekim polu. Dolna połówka (ujemne czasy) obrazowana jest przez standardowy układ z dodatnią soczewką i propagacją do przodu realizujący transformatę Fouriera w czasie. Połówka górna (dodatnie czasy) przechodzi przez układ z ujemną soczewką i propagacją do tyłu, co realizuje odwrotną transformatę Fouriera, która skutkuje odwróconą osią częstości i czasu w domenie funkcji Wignera (następuje pożądana inwersja). Obie połówki są następnie nakładane na siebie w domenie częstości (która po transformacji reprezentuje oś czasu impulsu wejściowego) gdzie następuje interferencja prowadząca do rozkładu na część symetryczną i antysymetryczną.

Nasz interferometr nakłada na siebie dwa ramiona w przestrzeni Fouriera. Najlepszą drogą do zrozumienia tego procesu jest zbadanie transformacji funkcji Wignera dwóch połówek impulsu sygnałowego podczas propagacji przez interferometr. Skupmy się na



Rysunek 9.9: Ewolucja spójności w przestrzeni (z, k_z) przedstawiona za pomocą map położenie-impulsowej funkcji Wignera (\mathcal{W}_Q). Mapy chronocyklicznej funkcji Wignera są pokazane dla referencji. Dzięki symetrycznie wyświetlanemu polu kontrolnemu w protokole GEM (zapis) dwie połówki impulsu sygnałowego są odwzorowane w sposób symetryczny w przestrzeni Fourierowskiej (k_z), przy czym nakładają się na siebie we współrzędnej podłużnej z . Czarne przerywane linie reprezentują czasową aperturę, która usuwa środkową część impulsu sygnałowego podczas mapowania. Przestrzenna modulacja fazy za pomocą wiązki starkowskiej (acS) o kształcie prostokątnej siatki ze świergotem rozdziela fale spinowe w kierunku k_z i sprawia, że dwie połówki interferują w centralnej współrzędnej $k_z = 0$ - dzięki odpowiednio wybranej fazie siatki tworzy to antysymetryczny port interferometru, który jest następnie odczytywany przez impuls pola sterującego (Out₋). Drugi (symetryczny) port jest odzyskiwany poprzez ponowną modulację fal spinowych za pomocą drugiej siatki z dwukrotnie szybszym świergotem oraz przeciwnej fazie (acS). Ostatecznie port symetryczny zostaje odzyskany (Out₊).

pierwszej połowie, która ma czasową amplitudę:

$$\mathcal{A}_-(t) = \begin{cases} \mathcal{A}(t) & t < 0 \\ 0 & t \geq 0 \end{cases}. \quad (9.22)$$

Zależne od czasu odstrojenie dwufotonowe, które dla $t < 0$ wynosi $\delta(t) = \alpha t$ nakłada czasowy profil fazowy $\mathcal{A}_-(t) \rightarrow \mathcal{A}_-(t) \exp(i\frac{\alpha}{2}t^2)$, który odpowiada $z \rightarrow z' = z - \alpha k_z$ transformacji funkcji Wignera związanej ze spójnością atomową $\mathcal{W}_-(z, k_z)$. W języku obrazowania czasowego operacja ta jest znana jako propagacja przez soczewkę czasową o ogniskowej $f_t = \omega_0/\alpha$ gdzie ω_0 jest optyczną częstotliwością nośną [Maz⁺20].

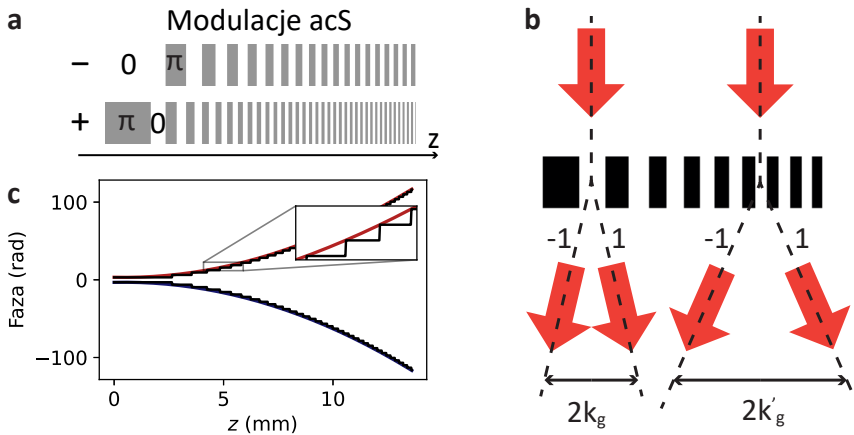
Modulacja acS prostokątną siatką z liniowym świergotem zadanym zmiennym wektorem falowym $k_g = \kappa z$ rozdziela spójność na wiele rzędów dyfrakcji, co widać na rys. 9.10. dla modulacji o głębokości π zanika zerowy rząd dyfrakcyjny i spójność rozdziela się głównie na dwa rzędy (± 1 , w idealnym przypadku tylko 18% jest traczone w wyższe rzędy). W przypadku pierwszej połowy impulsu sygnału interesuje nas -1 -szy rząd, który sam w sobie reprezentuje wynik kwadratowej modulacji fazy w przestrzeni rzeczywistej: $q_{hg}(z) \rightarrow q_{hg}(z) \exp(i\frac{\kappa}{2}z^2)$. Odpowiada to $k_z \rightarrow k'_z = k_z \pm \kappa z$ transformacji funkcji Wignera $\mathcal{W}_-(z, k_z)$ i w języku obrazowania czasowego oznacza propagację czasową o odległość $d_t = \kappa/\omega_0\beta^2$ gdzie β jest nachyleniem gradientu przesunięcia Zeemana, które zapewnia mapowanie widma na przestrzeń. Warunek $\kappa = 1/\alpha$ oznacza to, że $d_t = f_t$ i pełna transformacja prezentuje się następująco:

$$k_z \rightarrow k'_z = \kappa z \quad (9.23)$$

$$z \rightarrow z' = z - \frac{1}{\kappa}k_z \quad (9.24)$$

co z dokładnością do dodatkowej czasowej modulacji fazy stanowi obrót przestrzeni fazowej w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara o 90° , który w rzeczywistości jest wsteczną transformacją Fouriera. Podobnie dla drugiej połowy impulsu (dla $t \geq 0$), gdy zmienia się znak α otrzymujemy obrót w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara, a więc transformację Fouriera w przód. Wreszcie, ponieważ na wejściu mamy cały impuls sygnału $\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_-(t) + \mathcal{A}_+(t)$, dwie składowe interferują ze sobą w dziedzinie fourierowskiej; dodatnie składowe częstotliwości pierwszej połowy są nakładane na ujemne składowe drugiej połowy, realizując w ten sposób interferometr inwersyjny. Dodatkowo, dzięki temu, że nasz protokół realizuje transformację Fouriera następuje poprawa stosunku sygnału do szumu w przypadku używania zaszumionych detektorów, ponieważ długie impulsy sygnału powodują krótkie impulsy na wyjściu interferometru.

Najlepszą drogą do zrozumienia tego procesu jest zbadanie transformacji funkcji Wignera dwóch połówek impulsu sygnałowego podczas propagacji przez interferometr. Ewolucja kwazi-prawdopodobieństwa $\mathcal{W}(z, k_z)$ na kolejnych etapach protokołu PuDTAI, dla dwóch kształtów impulsów wejściowych ψ_G i ψ_{HG} jest przedstawiona na rysunku 9.9. Najpierw, podobnie jak w QMTI, czasowa modulacja fazy $\phi(t) = -\alpha t|t|/2$, odpowiadająca transformacji w przestrzeni fazowej w postaci $z \rightarrow z' = z + \alpha|k_z|$ realizuje zależny od czasu rozdzielacz wiązki i jednocześnie wykonuje inwersję czasową pierwszej części. W rzeczywistości taka modulacja reprezentuje podwójną soczewkę czasową o ogniskowej $f_t = \pm\omega_0/\partial_t^2\phi(t) = -\omega_0/\alpha \times \text{sgn}(t)$, która jest w połowie wypukła, w połowie wklęsła, tzn. ogniskowa pierwszej części ($t < 0$) jest dodatnia, podczas gdy dla drugiej części ($t > 0$) jest ujemna. Mapy funkcji Wignera (ciemne tło) ilustrują, że dwie części impulsu są odwzorowane symetrycznie po przeciwnych stronach przestrzeni k_z . Ze względów praktycznych, czasowej modulacji fazy towarzyszy czasowa przysłona typu Cassegraina (wycięcie w środku), aby zapobiec mapowaniu centralnej części impulsu (wokół $t = 0$), przysłona ta jest przedstawiona czarną przerywaną linią na przebiegu amplitudy sygnału



Rysunek 9.10: Prostokątna fazowa siatka dyfrakcyjna ze świergotem. **a** Dwie siatki użyte do realizacji portów antysymetrycznego ($-$) i symetrycznego ($+$) interferometru PuD-TAI **b** Spójność wzdłuż osi z jest rozdzielona na rzędy dyfrakcyjne, o separacji równej lokalnemu wektorowi siatki $k_g = \kappa z$. **c** Interpretacja działania siatki prostokątnej ze świergotem jako superpozycji dodatniego i ujemnego fresnelowskiego profilu fazowego.

(pierwszy rząd rysunku 9.9b). Wpływ przysłony na działanie protokołu jest omówiony w następnej sekcji.

W następnym kroku, poprzez podzielenie sygnału w przestrzeni fazowej w kierunku k_z , nakładamy na siebie obie części i sprawiamy, że interferują. Realizuje to modulacja fazy siatką prostokątną $\text{sq}(\kappa z^2)$ z liniowym świergotem $k_g = \kappa z$ i o głębokości π (G1) z

$$\text{sq}(\xi) = \pi \left((-1)^{\lfloor \xi/\pi \rfloor} + 1 \right) / 2. \quad (9.25)$$

Siatka ta oznaczona jako G1 widoczna jest na rysunku 9.10a oraz została zaznaczona w sekwencji na rys. 9.7b. Produkuje ona rzędy dyfrakcyjne o odstępach zależnych od położenia na osi z : $k_z \rightarrow k'_z = k_z \pm \kappa z$. Dla modulacji o głębokości π zanika zerowy rząd dyfrakcyjny i spójność rozdziela się głównie na dwa rzędy (± 1 , w idealnym przypadku tylko 18% jest tracone w wyższe rzędy). Ilustruje to rysunek 9.10b. Skupmy się teraz na odpowiednich rzędach dyfrakcji: pierwszy w ujemnej części osi czasu (ekwiwalentnie $k_z < 0$) i minus-pierwszy w dodatniej części osi czasu ($k_z > 0$). Dla odpowiednio dobranego odstrojenia wiązki starkowskiej ($\Delta_{\text{acS}} > 0 \implies \delta_{\text{acS}} > 0$) wyizolowany rząd $+1$ reprezentuje modulację kwadratową fazą wzdłuż osi z : $q_{hg}(z) \rightarrow q_{hg}(z) \exp(i\frac{\kappa}{2}z^2)$. Rząd -1 reprezentuje z kolei taką samą modulację tylko z odwrotnym znakiem fazy. Odpowiada to $k_z \rightarrow k'_z = k_z \pm \kappa z$ transformacji funkcji Wignera $\mathcal{W}_-(z, k_z)$ i w języku obrazowania czasowego oznacza propagację czasową o odległość $d_t = \pm \kappa / \omega_0 \beta^2$ gdzie β jest nachyleniem gradientu przesunięcia Zeemana, które zapewnia mapowanie widma na przestrzeń. Rzędy $+1$ i -1 odpowiadają więc odpowiednio propagacji do przodu i do tyłu. Jeśli połączymy to z zaimplementowaną w pierwszym kroku operacją dwusoczewkową, otrzymamy podwójne czasowe obrazowanie w dalekim polu, które wykonuje transformatę Fouriera pierwszej połowy impulsu i odwrotną transformatę Fouriera drugiej połowy. Ponadto, ponieważ powstałe w ten sposób części nakładają się na siebie w przestrzeni Fourierowskiej, dochodzi do ich interferencji, co zostało przedstawione na rys. 9.9a. Aby tak się stało, odległość propagacji musi być równa ogniskowej soczewki czasowej, warunek ten jest spełniony, gdy parametr świergotu siatki κ jest równy odwrot-

ności parametru świergotu pola kontrolnego $\kappa = 1/\alpha$. Trzeci rząd rysunku 9.9b przedstawia funkcję Wignera po zastosowaniu właśnie takiej siatki fazowej. Widzimy tutaj, że dwie składowe impulsu sygnału są wysłane przez siatkę (G1) do współrzędnej $k_z = 0$, gdzie interferują (oś symetrii rozkładu kwazi-prawdopodobieństwa). Cała transformacja realizowana przez interferometr dla interesujących nas komponentów \mathcal{W}_ϱ może być zapisana jako:

$$\begin{cases} k_z \rightarrow k'_z = \kappa z \\ z \rightarrow z' = z - \frac{1}{\kappa} k_z & k_z < 0, \\ k_z \rightarrow k'_z = -\kappa z \\ z \rightarrow z' = z + \frac{1}{\kappa} k_z & k_z > 0, \end{cases} \quad (9.26)$$

co z dokładnością do dodatkowej czasowej modulacji fazy stanowi obrót przestrzeni fazowej w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara o 90° dla części o $t < 0$, który w rzeczywistości jest transformatą Fouriera. Podobnie dla drugiej połowy impulsu (dla $t > 0$), gdzie zmienia się znak α otrzymujemy obrót w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara, a więc odwrotną transformatę Fouriera. Wreszcie, Ponieważ obie te operacje dzieją się jednocześnie, obie połówki spotykają się w osi z (ekwiwalentnie ω), gdzie interferują, realizując w ten sposób interferometr inwersyjny. Biorąc całkę z kwazi-prawdopodobieństwa w kierunku z wokół $k_z = 0$ uzyskujemy natężenie światła na wyjściu pamięci. Ponadto, fazę między dwoma interferującymi składnikami można regulować przez przesunięcie fazy siatki o ζ : $\text{sq}(\kappa z^2) \rightarrow \text{sq}(\kappa z^2 + \zeta)$. Dla $\zeta = 0$ interferencja dla symetrycznych kształtów wejściowych, np. \mathcal{G} jest destruktywna, podczas gdy dla antysymetrycznych \mathcal{HG} staje się konstruktywna, co widać na rys. 9.9a. Aby uzyskać dostęp do portu symetrycznego, spójność jest ponownie modulowana za pomocą podobnej siatki (G2) z podwojonym parametrem świergotu $k_g = 2\kappa z = \frac{2}{a}z$ oraz przesunięciem w fazie o π . Taka modulacja po prostu odwraca poprzednią modulację i nakłada ją ponownie, ale z przesuniętą fazą o ćwierć okresu ($\text{sq}(2\kappa z^2 + \pi) \equiv \text{sq}(\kappa z^2 + \pi/2) - \text{sq}(\kappa z^2)$). Działanie tej modulacji ilustruje piąty rząd rys. 9.9, gdzie obserwujemy interferencję konstruktywną dla symetrycznego impulsu wejściowego, a destruktywną dla antysymetrycznego. Wreszcie, obszar wokół $k_z = 0$ jest zamieniany na światło, które stanowi wyjście z symetrycznego portu interferometru (ostatni rząd rys. 9.9). Co więcej, warto zauważyć, że transformacje w przestrzeni Wignera są takie same dla obu kształtów wejściowych, a różne wyniki na wyjściu są spowodowane wyłącznie różnicą kształtu wejściowego. W tabeli 9.1 przedstawiam zestawienie operacji fazowych potrzebnych do realizacji protokołu PuDTAI.

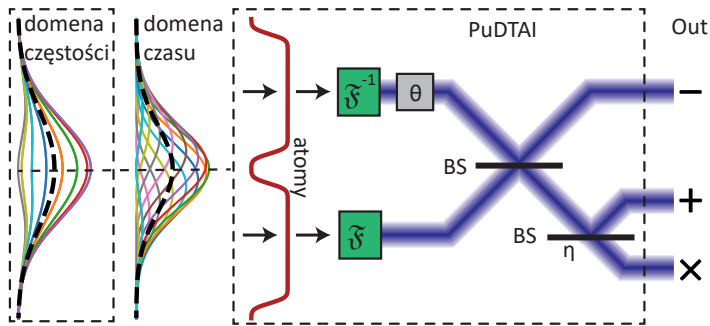
Podsumowując, protokół realizuje rotację funkcji Wignera o $\pi/2$ ($-\pi/2$) pierwszej (drugiej) połowy impulsu sygnału i nakłada obie części w przestrzeni Fourierowskiej. Dodatkowo, dzięki temu, że nasz protokół realizuje transformatę Fouriera, długie impulsy na wejściu skutkują krótkimi impulsami na wyjściu, co w przypadku używania szumiących detektorów, poprawia stosunek sygnału do szumu. Daje to dodatkową zaletę praktyczną przy pracy z bardzo wąskopasmowymi stanami światła, co ma miejsce w naszym wypadku.

9.3.1 Model interferometru i kalibracja

Wyznaczenie wartości parametru separacji ε na podstawie zliczeń fotonów w obu portach interferometru wymaga modelu prawdopodobieństw wykrycia fotonu w każdym z portów. Schemat takiego modelu teoretycznego jest przedstawiony na rys. 9.11. Model oparty jest o interferometr SLIVER z dwoma wzajemnie niespójnymi i słabymi ($\bar{n} \ll 1$) źródłami na wejściu. Przy parametrze separacji $\varepsilon = \delta\omega/\sigma$ i czasowej reprezentacji sygnału

Rodzaj	Typ	Wzór	Wigner
soczewka	$t \leftrightarrow k_z$	$\phi(t) = \frac{\alpha}{2}t^2$	$z \rightarrow z - \alpha k_z$
propagacja	z	$\chi(z) = \frac{\beta}{2}z^2$	$k_z \rightarrow k_z + \beta z$
bisoczewka	$t \leftrightarrow k_z$	$\phi(t) = -\frac{\alpha}{2}t t $	$z \rightarrow z + \alpha k_z $
dwukierunkowa propagacja	z	$\chi(z) = \text{sq}(\kappa z^2)$	$k_z \rightarrow k_z \pm \kappa z$

Tablica 9.1: Podsumowanie czasowych i spektralnych modulacji fazowych zastosowanych do realizacji spektrometru PuDTAI i DI. Rodzaj transformacji $t \leftrightarrow k_z$ oznacza, że jest ona realizowana na etapie mapowania światła na atomy poprzez czasową modulację fazy pola sterującego, natomiast z oznacza modulację fazy w przestrzeni rzeczywistej spójności atomowej. Każda modulacja ma odpowiadającą jej transformację w przestrzeni Wignera, którą można wyrazić we współrzędnych $\{k_z, z\}$ lub $\{t, \omega\}$.



Rysunek 9.11: Model interferometru PuDTAI. Sygnał wejściowy przechodzi przez aperturę czasową (atomy) i jest dzielony na dwie połowy. Górna i dolna część są poddawane transformacji Fouriera (\mathfrak{F}) (odwrotna transformata - \mathfrak{F}^{-1} - dla górnej części) i łączone na płycie światłodzielną (BS) z fazą względną ustawioną na θ . Pierwszy port wyjściowy (Out₋) jest bezpośrednio wykrywany, podczas gdy drugi port (Out₊) przed detekcją doświadcza dodatkowych strat (η).

wejściowego, danej przez

$$\mathcal{S}_\varphi(t) = \psi_G(t) \sqrt{2} \cos\left(\frac{\delta\omega t - \varphi}{2}\right) \exp\left(\frac{i\varphi}{2}\right) \quad (9.27)$$

która na wejściu interferometru jest obcinana przez (symetryczną) funkcję apertury czasowej $f_{\mathfrak{A}}(t)$, możemy zapisać następujące amplitudy dla portów antysymetrycznego i symetrycznego:

$$u_-(t) = \frac{1}{2} f_{\mathfrak{A}}(t) (\mathcal{S}_\varphi(t) - \mathcal{S}_\varphi(-t)), \quad (9.28)$$

$$u_+(t) = \frac{1}{2} f_{\mathfrak{A}}(t) (\mathcal{S}_\varphi(t) + \mathcal{S}_\varphi(-t)), \quad (9.29)$$

Ponieważ interferometr wewnętrznie wykonuje transformatę Fouriera sygnału wejściowego, na wyjściu urządzenia obserwujemy rozkłady zliczeń, które reprezentują te dwie składowe w dziedzinie częstotliwości $\tilde{p}_i(\omega) = |\tilde{u}_i(\omega)|^2$.

Całkowity wkład w portach antysymetrycznym i symetrycznym jest obliczany jako $p_i = \int \tilde{p}_i(\omega) d\omega$, co odpowiada zastosowaniu detektora nieczułego spektralnie (bez informacji o częstotliwości). Po uwzględnieniu niedoskonałej widzialności interferencji w obu portach \mathcal{V}_- i \mathcal{V}_+ oraz dodatkowych strat w porcie symetrycznym η_+ otrzymujemy prawdopodobieństwa wyników, które dla ostrej apertury typu Cassegraina danej przez $f_{\mathfrak{A}}(t) = \Theta(-t_{\mathfrak{A}} - t) + \Theta(-t_{\mathfrak{A}} + t)$ przyjmują postać:

$$p_- = \frac{1}{2} \left(\operatorname{erfc}(\sqrt{2}\alpha t_{\mathfrak{A}}) - \mathcal{V}_- e^{-\frac{\epsilon^2}{8}} f(t_{\mathfrak{A}}, \epsilon) \right), \quad (9.30)$$

$$p_+ = \frac{\eta_+}{2} \left(\operatorname{erfc}(\sqrt{2}\alpha t_{\mathfrak{A}}) + \mathcal{V}_+ e^{-\frac{\epsilon^2}{8}} f(t_{\mathfrak{A}}, \epsilon) \right), \quad (9.31)$$

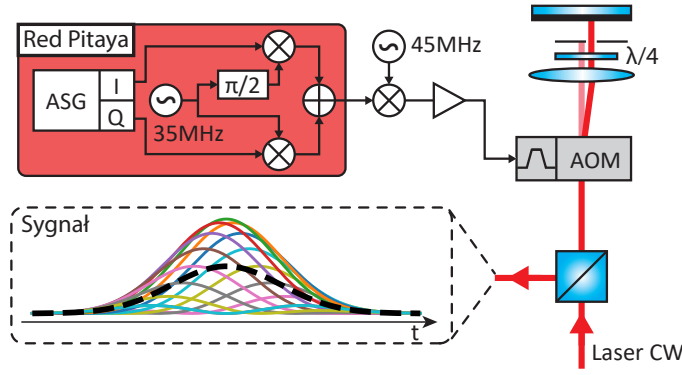
$$p_\times = 1 - p_- - p_+, \quad (9.32)$$

gdzie $f(t_{\mathfrak{A}}, \epsilon) = \frac{1}{2} \left(\operatorname{erfc}\left(\frac{4t_{\mathfrak{A}}\sigma - i\epsilon}{2\sqrt{2}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{4t_{\mathfrak{A}}\sigma + i\epsilon}{2\sqrt{2}}\right) \right)$, oraz p_- , p_+ są prawdopodobieństwami wykrycia fotonu odpowiednio w antysymetrycznym i symetrycznym porcie interferometru, podczas gdy p_\times jest prawdopodobieństwem zdarzenia braku detekcji.

Aby przetestować nasz protokół, przygotowaliśmy impulsy składające się z dwóch wzajemnie niespójnych składowych spektralnych

$$\tilde{\mathcal{S}}_\varphi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\tilde{\psi}_G(\omega - \sigma\epsilon/2) + e^{i\varphi} \tilde{\psi}_G(\omega + \sigma\epsilon/2) \right). \quad (9.33)$$

Impulsy te są wycinane za pomocą dwuprzejściowego układu z modulatorem akustooptycznym (AOM) zasilanego własnej konstrukcji generatorem przebiegów arbitralnych. Generator składa się z systemu *Red Pitaya* z oprogramowaniem *PyRPL* [Neu⁺17] i zewnętrznego mieszacza częstotliwości zapewniającego konwersję częstotliwości nośnej do pożądaných 80 MHz. Konfiguracja ta jest przedstawiona na rys. 9.12. *Red Pitaya* z *PyRPL* pozwala na przygotowanie dowolnych (aż do ograniczeń pasma 50 MHz) złożonych obwiedni, które są wewnętrznie mnożone przez przebieg nośny o częstotliwości 35 MHz za pomocą cyfrowego mieszacza IQ. Aby dopasować częstotliwość centralną do AOM (80 MHz) i zapewnić rozszerzony zakres dynamiki amplitudy, sygnał jest następnie zewnątrz mieszany z oscylatorem lokalnym o częstotliwości 45 MHz generowanym przez syntezytor cyfrowy (DDS) kontrolowany przez główny system FPGA. Sygnał $\tilde{\mathcal{S}}_\varphi(\omega)$ jest wytwarzany przez zaprogramowanie obwiedni czasowej $\mathcal{S}_\varphi(t) = \mathcal{S} \cos\left(\frac{\delta\omega t - \varphi}{2}\right) \exp(-t^2\sigma^2)$ zadaną separacją $\delta\omega = \sigma\epsilon$. Aby symulowane źródła były wzajemnie niespójne, podczas pomiarów w sposób ciągły (mod 2π) zmieniamy fazę φ z $-\pi$ na π w taki sposób, że dla



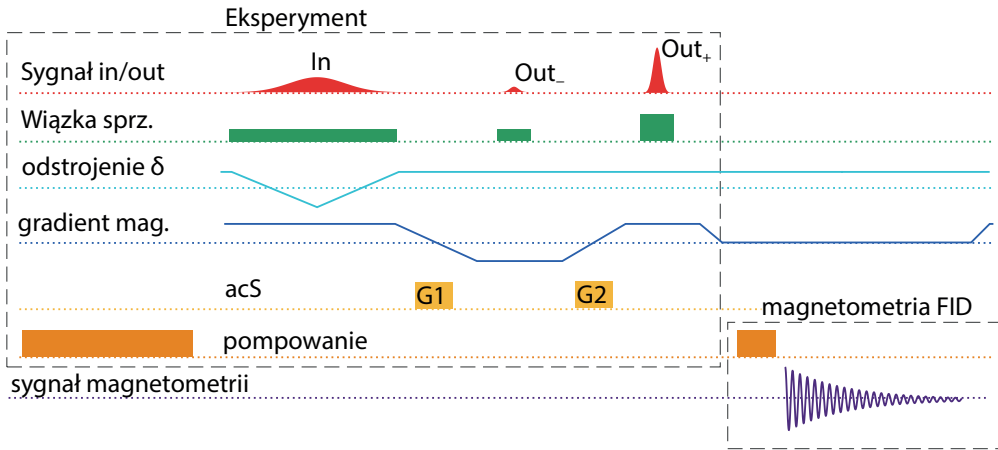
Rysunek 9.12: Układ do generowania sygnału o podwójnej gaussowskiej obwiedni w dziedzinie częstości $\mathcal{S}_\varphi(\omega)$. Dwie kwadratury sygnału (I i Q) generowane za pomocą modułu generatora sygnałów arbitralnych (ASG) są mieszane z pośrednią częstotliwością nośną 35 MHz za pomocą cyfrowego mieszacza IQ. Sygnał ten po wyjściu z przetwornika cyfrowo-analogowego (DAC) systemu *Red Pitaya* poddawany jest konwersji w górę za pomocą analogowego mieszacza z lokalnym oscylatorem o częstotliwości 45 MHz. Na końcu sygnał radiowy o częstotliwości nośnej 80 MHz podawany jest do modulatora akustyczno-optycznego (AOM) ustawionego w konfiguracji dwuprzęciowej, który wycina impulsy świetlne (sygnał) z lasera fali ciągłej (CW).

pojedynczego pomiaru liczba pełnych cykli 2π jest rzędu kilku tysięcy. Chronocykliczna funkcja Wignera takiego rozkładu sygnału jest następująca:

$$\mathcal{W}_S(t, \omega) = \psi_G^2(t) (\tilde{\psi}_G^2(\omega - \sigma\varepsilon/2) + \tilde{\psi}_G^2(\omega + \sigma\varepsilon/2)). \quad (9.34)$$

Impulsy trafiają do pamięci gdzie są przetwarzane przez nasz interferometr PuDTAI. Odczyt przyczynków w portach symetrycznym i antysymetrycznym jest realizowany przez dwa sekwencyjnie aplikowane impulsy pola kontrolnego, pomiędzy którymi następuje druga modulacja acS siatką G2. Pełna sekwencja eksperymentalna jest przedstawiona na rys. 9.13. Przetworzone światło sygnałowe wychodzące z pamięci jest wykrywane za pomocą modułu zliczania pojedynczych fotonów (SPCM), a zliczenia fotonów są znakowane czasowo, aby zidentyfikować porty wyjściowe. Przykładowy histogram czasowy zliczeń przedstawia rysunek 9.14a. Średni, jednostrzałowy wkład sygnału zsumowany dla portu symetrycznego i antysymetrycznego w pomiarach wynosił około $\bar{n} \approx 0.69$. Po wielu powtórzeniach eksperymentu całkowity wkład (liczba wykrytych fotonów) w porcie antysymetrycznym i symetrycznym wynosi odpowiednio N_- i N_+ . Zliczenia te są następnie wykorzystywane do kalibracji estymatora maksymalnego prawdopodobieństwa $\hat{\varepsilon}(N_-/N_+)$. Dodatkowa kalibracja polegała na pomiarze zliczeń w obu portach dla różnych faz interferometru θ w przypadku braku separacji $\varepsilon = 0$. Wyniki tego pomiaru, wraz z dopasowanymi krzywymi w postaci $N_\pm \propto (1 \pm V_\pm \cos(\theta))$ są widoczne na rysunku 9.14b. Dopasowanie dało widzialności: $\mathcal{V}_- \approx (97.51 \pm 0.03)\%$ oraz $\mathcal{V}_+ = (76.4 \pm 0.8)\%$.

Wielkość chmury atomowej wraz z siłą gradientu pola magnetycznego i wielkością świergotu pola sterującego α ogranicza czasową aperturę \mathfrak{A} interferometru. Apertura jest wybrana w taki sposób, aby zawierała najbardziej wartościowe pod względem informacyjnym części sygnału wejściowego, jednocześnie zmniejszając wpływ nagłego odwrócenia znaku świergotu pola sterującego w $t = 0$. Odwrócenie to z natury szerokopasmowo zaburza odwzorowanie czas-położenie poprzez lokalne poszerzenie sygnału wejściowego. Aby pozbyć się tego efektu, średnie odstrojenie dwufotonowe $\delta(t = 0)$ zostało wybrane



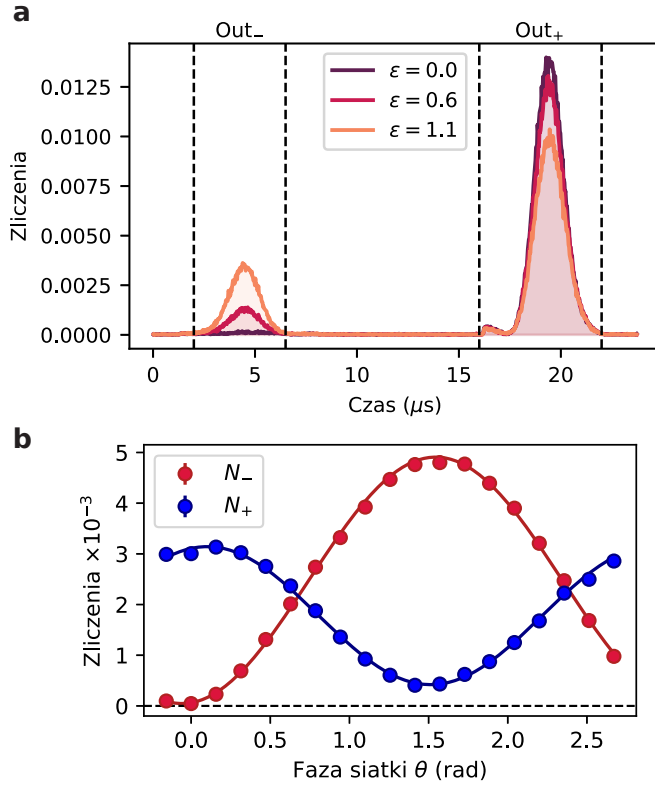
Rysunek 9.13: Sekwencja eksperymentalna. Sekwencja jest podzielona na część główną eksperymentu i część pomocniczą, w której odbywa się pomiar pola magnetycznego (FID). W głównej sekwencji widoczne jest wejście/wyjście sygnału, natężenie pola sterującego i odstrojenie, gradient pola magnetycznego GEM, wzory modulacji acS z kształtami siatki G1 i G2 oraz lasery pompujące, które przygotowują początkowy stan atomów. W sekwencji magnetometrii FID widoczny jest etap pompowania, jak również sygnał FID zarejestrowany na detektorze rotacji polaryzacji. Sygnał ten jest używany do asynchronicznej korekty średniego pola magnetycznego.

w taki sposób, aby odpowiadający mu środek impulsu znajdował się poza magnetycznie poszerzonym spektrum absorpcji. Zapewnia to brak mapowania światło-atomy w czasie odwrócenia α i tworzy aperturę typu Cassegraina opisaną przez $f_{2\lambda}$, która ogranicza głównie wydajność w drugim porcie interferometru. Dla $\varepsilon \ll 1$ port ten nie zawiera żadnej informacji i służy jedynie jako odniesienie jasności (poziomu sygnału) dla pierwszego portu. Wynika to z gęstości informacji Fishera w czasie:

$$d\mathcal{F}_{\pm} = \frac{1}{p_{\pm}(t)} \left(\frac{\partial}{\partial \varepsilon} p_{\pm}(t) \right)^2 dt = \frac{\sigma^3 t^2 V_{\pm}^2 e^{-2\sigma^2 t^2} \sin^2(\varepsilon \sigma t)}{\sqrt{2\pi} (1 \pm V_{\pm} \cos(\varepsilon \sigma t))} dt. \quad (9.35)$$

Rysunek 9.15a przedstawia powyższą zależność dla wcześniej wyznaczonych widzialności oraz kilku wybranych separacji ε . Widzimy tutaj, że podobnie jak w przypadku gęstości w domenie częstości (rysunek 9.6 oraz wzory (9.15) i (9.14)) najbardziej wartościowe fragmenty sygnału znajdują się na brzegach obwiedni. Co ciekawe, tym razem w porcie jasnym ma miejsce podobna sytuacja.

Ilościowy wpływ apertury na wydajność w porcie symetrycznym i antysymetrycznym można zbadać porównując prawdopodobieństwa detekcji fotonów (równania (9.30) i (9.31)) z przypadkiem nieskończonej apertury $t_{2\lambda} = 0$ i obliczając granicę $\varepsilon \rightarrow 0$. Daje to $\eta_{p_{-}}^{2\lambda} \approx \operatorname{erfc}(\sqrt{2}\sigma t_{2\lambda}) + 2\sqrt{2/\pi}\sigma t_{2\lambda} \exp(-2\sigma^2 t_{2\lambda}^2)$ i $\eta_{p_{+}}^{2\lambda} \approx \operatorname{erfc}(\sqrt{2}\sigma t_{2\lambda})$, co dla realistycznej apertury $t_{2\lambda} = 0.564/\sigma$ daje $\eta_{p_{-}}^{2\lambda} \approx 0.74$, $\eta_{p_{+}}^{2\lambda} \approx 0.26$. Jednak w kontekście wyznaczania ε te wydajności nie są kluczowe i powinniśmy patrzeć, jak zmienia się informacja Fishera w zależności od $t_{2\lambda}$. Gęstość FI 9.35 scałkowana po aperturze daje całkowitą FI dostępną na wyjściach urządzenia $\mathcal{F}_{\pm}^{2\lambda} = \int_{2\lambda} d\mathcal{F}_{\pm}$, która może być wykorzystana przy zastosowaniu detekcji spektralnie-rozdzielczej. Warto zauważyć, że w przypadku nieskończonej apertury i idealnej widzialności interferencji, odzyskujemy wynik dla interferometru SLIVER



Rysunek 9.14: **a** Rozkłady zliczeń pojedynczych fotonów zarejestrowane na każdym porcie (Out₋, Out₊) interferometru PuDTAI dla kilku wybranych rzeczywistych wartości separacji ϵ . **b** Skan fazy θ interferometru PuDTAI dla stałego parametru separacji $\epsilon = 0$ wraz z dopasowanymi funkcjami sinusoidy i kosinusoidy odpowiadającym dwóm portom wyjściowym (N_- i N_+).

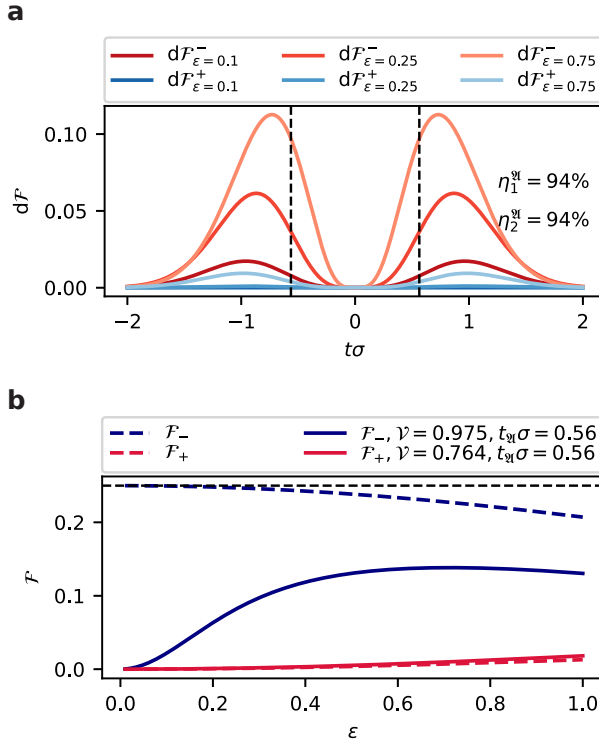
z początku tego rozdziału gdzie całkowita FI na wyjściu $\mathcal{F}_\Sigma^\infty = \mathcal{F}_-^\infty + \mathcal{F}_+^\infty$ jest niezależne od ϵ i równa QFI. Aby zbadać wpływ skończonej apertury \mathfrak{A} obliczmy FI $\mathcal{F}_\pm^\mathfrak{A}$ i zdefiniujemy wydajność jako $\eta_{\mathcal{F}_\pm}^\mathfrak{A} = \mathcal{F}_\pm^\mathfrak{A} / \mathcal{F}_\pm^\infty$. Dla naszej apertury i doświadczalnie wyznaczonej widzialności wydajność ta w obu przypadkach (\pm) jest w przybliżeniu równa 94%, co zostało zaznaczone na rysunku 9.15a. W przypadku detektora bez rozdzielczości spektralnej, całkowita informacja Fishera obliczona dla prawdopodobieństw wyniku ((9.28),(9.29)) ma postać:

$$\mathcal{F}_{\text{PuDTAI}} = \underbrace{\frac{\mathcal{V}_-^2 F}{64p_-}}_{\mathcal{F}_-} + \underbrace{\frac{\eta_+^2 \mathcal{V}_+^2 F}{64p_+}}_{\mathcal{F}_+}, \quad (9.36)$$

$$F = e^{-\epsilon^2/4} \left(\sqrt{8/\pi} e^{-2t_{\mathfrak{A}}^2 \sigma^2 + \epsilon^2/8} \sin(t_{\mathfrak{A}} \sigma \epsilon) + \epsilon f(t_{\mathfrak{A}}, \epsilon) \right)^2. \quad (9.37)$$

Rysunek 9.15d przedstawia te dwie części $\mathcal{F}_{\text{PuDTAI}}$ zarówno dla idealnego ($\mathcal{V}_\pm = 1, \eta_\pm = 1$), jak i realistycznego przypadku.

Co ciekawe, gdy teraz ocenimy wydajność FI w podobny sposób jak w przypadku detekcji spektralnie-rozdzielczej, dla skończonej widzialności możemy zaobserwować poprawę w stosunku do przypadku bez apertury dla pewnego zakresu ϵ . Jest to bezpośredni wynik filtrowania niewartościowej informacyjnie środkowej części sygnału, która

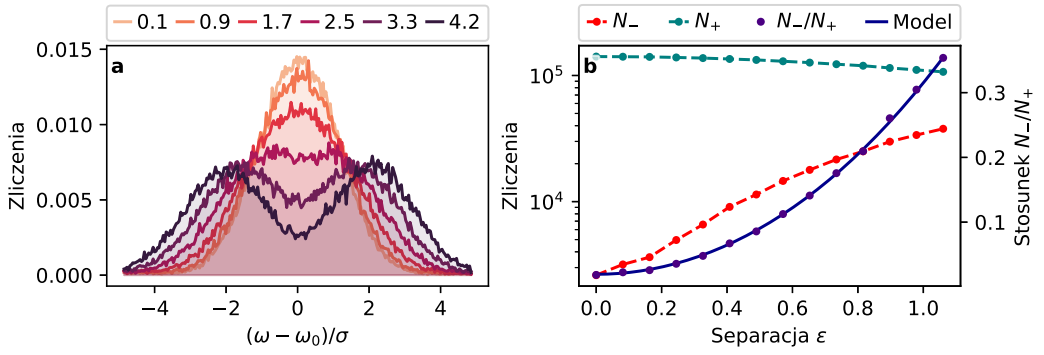


Rysunek 9.15: **a** Gęstość informacji Fishera $d\mathcal{F}_\varepsilon$ dla bezpośredniej detekcji w podprzestrzeni antysymetrycznej ($-$) i symetrycznej ($+$) przy realistycznych parametrach \mathcal{V}_- i \mathcal{V}_+ . Dla małych ε informacja jest skoncentrowana w dwóch częściach poza centralną częścią widma. Względne wydajności η_1^{rel} , η_2^{rel} odpowiadają ostrej aperturze (oznaczona linią przerywaną), która usuw sygnał wejściowy znajdujący się w zakresie $t\sigma = \pm 0.564$. **b** Informacja Fishera dostępna w każdym porcie wyjściowym urządzenia PuDTAI. Dla małych separacji $\varepsilon \ll 1$ port antysymetryczny (\mathcal{F}_- odpowiadający p_-) zawiera najwięcej informacji o ε . Linie przerywane reprezentują idealny przypadek $\mathcal{V}_\pm = 1$ i nieskończoną aperturę.

zawiera większość fotonów wyciekających z drugiego portu (z powodu $\mathcal{V} < 1$). Poprawa jest najbardziej widoczna dla $\varepsilon \rightarrow 0$, a w naszym wypadku wynosi $\eta_1^{\text{rel}} = \eta_2^{\text{rel}} \approx 2.1$. Rozmiar apertury $t_{\text{opt}}\sigma \approx 0.564 \pm 0.002$ i wydajność $\eta_+ \approx 0.719 \pm 0.009$ zostały uzyskane z pomiarów kalibracyjnych polegających na zmierzeniu rozkładów na wyjściu protokołu dla różnych ε . Średnia wydajność pamięci w tym przypadku wynosiła $\eta_{p_-} = 0.83\%$ i $\eta_{p_+} = 0.60\%$. Warto tutaj zauważyć, że te (małe) wydajności są bardzo podobne do otrzymanych w protokole nadrozdzielczego wyznaczania czasu opartego na rzutowaniu na optymalne mody przy pomocy mieszania fal w kryształach nieliniowych (Quantum Pulse Gate, QPG) [Don⁺18]. Standardowo, zwiększenie wydajności protokołu wymaga większej gęstości optycznej, którą można uzyskać w dzięki przez zaprojektowanie lepszej pułapki lub użycie pułapki wewnątrz wnęki rezonansowej z rezonansem na częstotliwości pola sygnałowego, co efektywnie zwiększa gęstość optyczną [Hel⁺20; Wan⁺21; Jia⁺19].

9.3.2 Estymacja

Możemy wreszcie przejść do wyznaczania wartości separacji ε na podstawie zebranych zliczeń fotonów w obu metodach - QMTI i PuDTAI. Rysunek 9.16 przedstawia dane eks-



Rysunek 9.16: **a** Rozkłady częstości zliczeń pojedynczych fotonów uzyskane za pomocą spektrometru QMTI dla różnych wartości separacji rzeczywistej ϵ . **b** Wkłady do portu antysymetrycznego (N_-) i symetrycznego (N_+) urządzenia PuDTAI oraz stosunek N_-/N_+ wraz ze skalibrowanym modelem teoretycznym.

perymentalne użyte do estymacji separacji w obu przypadkach. W przypadku QMTI (a) dla $\epsilon < 1$ kształt otrzymanego widma pozostaje bliski gaussowskiemu i praktycznie nie zmienia się wraz ze zmianą ϵ . Z drugiej strony w protokole PuDTAI (b) liczba fotonów w porcie antysymetrycznym (N_-) zwiększa się proporcjonalnie ze wzrostem ϵ . W porcie symetrycznym (N_+) obserwujemy zaś spadek liczby fotonów. Na wykresie widoczny jest też stosunek N_-/N_+ który jest używany do estymacji ϵ bez potrzeby znajomości całkowitej jasności źródła ($N = N_+ + N_- + N_\times$). Estymacja parametru separacji ϵ w obu przypadkach przebiega zgodnie ze standardową procedurą estymacji maksymalnej wiarygodności. W przypadku QMTI rozkład prawdopodobieństwa wyników zliczeń w przestrzeni częstotliwości (zmapowanej na oś czasu) ma postać:

$$p_\epsilon(\omega) = \tilde{I}(\omega) = \frac{1}{2} \left(|\tilde{\psi}(\omega - \sigma\epsilon/2)|^2 + |\tilde{\psi}_-(\omega + \sigma\epsilon/2)|^2 \right). \quad (9.38)$$

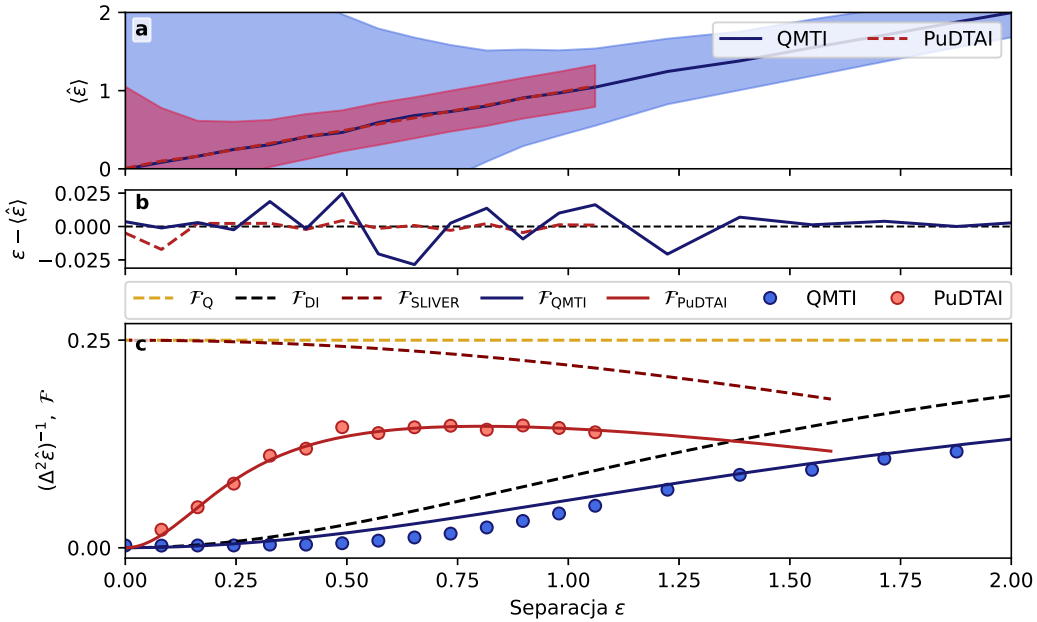
Dla uzyskanego zestawu wyników pomiarów $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_n)$ konstruujemy funkcję szansy (likelihood):

$$\mathcal{L}_\omega(\epsilon) = \prod_{i=1}^n p_\epsilon(\omega_i), \quad (9.39)$$

która jest następnie numerycznie maksymalizowana, aby uzyskać najbardziej prawdopodobną wartość ϵ . Dla protokołu PuDTAI mamy trzy możliwe wyniki pomiaru, które są charakteryzowane przez trzy prawdopodobieństwa: p_- , p_+ , p_\times . Dla N przetworzonych fotonów mamy prawdopodobieństwo określone przez funkcję masy prawdopodobieństwa rozkładu trójmianowego:

$$\mathcal{L}_{N_-, N_+}(\epsilon) = \frac{N!}{N_-! N_+! (N - N_- - N_+)!} \times p_-(\epsilon)^{N_-} p_+(\epsilon)^{N_+} p_\times(\epsilon)^{N - N_- - N_+}, \quad (9.40)$$

gdzie całkowity wkład w porcie antysymetrycznym i symetrycznym wynosi odpowiednio N_- i N_+ . Funkcja ta jest maksymalizowana dla $p_-(\epsilon)/p_+(\epsilon) = N_-/N_+$, z czego możemy numerycznie odwickać ϵ . W pierwszym kroku uzyskane zliczenia są wykorzystywane do kalibracji estymatora największej wiarygodności $\hat{\epsilon}(N_-/N_+)$ skonstruowanego w powyższej procedurze. Wynik kalibracji widać na rysunku 9.16 gdzie teoretyczna krzywa $p_-(\epsilon)/p_+(\epsilon)$ dopasowana jest do zmierzzonego stosunku N_-/N_+ . Dopasowanie pozwala ustalić pozostałe parametry w modelu, tj. wielkość apertury $t_{\lambda}\sigma \approx 0.564 \pm 0.002$ i wydajność $\eta_+ \approx 0.719 \pm 0.009$. Estymator $\hat{\epsilon}(N_-/N_+)$ jest następnie używany do oszacowania wartości separacji ϵ . W tym celu dla każdej wartości ϵ zebraliśmy około 1.5×10^5



Rysunek 9.17: Estymacja separacji za pomocą protokołów QMTI i PuDTAI. **a** Surowe estymacje ϵ uzyskane z metody DI (QMTI) i protokołu PuDTAI. Zacięniowane obszary reprezentują niepewność estymacji podaną jako pierwiastek kwadratowy wariancji estymatora (SEM) znormalizowany dla 10 przetworzonych fotonów. **b** Obciążenie estymatora dla obu schematów. **c** Precyzja estymacji w porównaniu z idealizowanymi i rzeczywistymi CRB podanymi przez odpowiednie informacje Fishera (\mathcal{F}_Q - kwantowa informacja Fishera, \mathcal{F}_{SLIVER} - idealny protokół SLIVER, \mathcal{F}_{DI} - idealny spektrometr DI, \mathcal{F}_{QMTI} - kwantowa pamięć czasowa obrazowania, \mathcal{F}_{PuDTAI} - PuDTAI protokół).

zliczeń fotonów. Wariancja estymatora, jest estymowana techniką bootstrappingu: dla każdego ustawienia ϵ losowo przygotowujemy 10^3 zestawów próbek, z których każda zawiera 1.5×10^5 całkowitych zliczeń. Estymator jest następnie ewaluowany na każdym zestawie i obliczana jest jego średnia i wariancja $\hat{\epsilon}$. Na rysunku 9.17a pokazujemy surowe wyniki estymacji $\langle \hat{\epsilon} \rangle$ dla protokołu PuDTAI i metody DI (QMTI). Zamalowane regiony odpowiadają niepewności estymacji określonej przez pierwiastek kwadratowy z wariancji estymatora i znormalizowanej do 10 przetworzonych fotonów. Obie metody dają podobne wartości parametru separacji, ale zgodnie z naszymi oczekiwaniami protokół PuDTAI znacznie przewyższa QMTI pod względem niepewności w całym zakresie $\epsilon < 1$. Poprawa ta wyrażona w stosunku wariancji przy tych samych warunkach eksperymentalnych jest najbardziej widoczna dla małych wartości separacji i osiąga około 20 dla $\epsilon = 0.08$. Innymi słowy, używając protokołu PuDTAI, potrzebujemy 20 razy mniej fotonów, aby osiągnąć tę samą precyzję.

Wariancja estymatora dla metody QMTI — $\hat{\epsilon}_{DI}$ — jest obliczana za pomocą tej samej techniki bootstrappingu, co w przypadku protokołu PuDTAI. Rozkłady zliczeń uzyskane metodą QMTI z już skalibrowaną osią częstotliwości są przedstawione na rys. 9.17d. Na ich podstawie szacujemy separację za pomocą estymatora maksymalnej wiarygodności $\hat{\epsilon}_{DI}$. Rysunek 9.17b przedstawia obciążenia estymatorów $\langle \hat{\epsilon} \rangle - \epsilon$ weryfikując nieobciążoność obu estymatorów, nawet dla małych ϵ .

Rysunek 9.17c przedstawia porównanie osiągniętej precyzji estymacji z granicami CRB dla obu schematów. Widać tutaj również ostateczną granicę wyznaczoną daną przez QFI

(\mathcal{F}_Q), jak również granicę dla idealnego protokołu SLIVER ($\mathcal{F}_{\text{SLIVER}}$) i idealnego DI (\mathcal{F}_{DI}). Realistyczne granice dane są przez informację Fishera, która uwzględnia niedoskonałości eksperymentalne, takie jak szum detekcji i skończoną szerokość pasmową zespołu atomów - $\mathcal{F}_{\text{QMTI}}$, a także skończoną widoczność interferometru i straty w przypadku protokołu PuDTAI- $\mathcal{F}_{\text{PuDTAI}}$. Widzimy, że protokół PuDTAI znacznie przewyższa QMTI dla znormalizowanych separacji $\varepsilon < 1$ z maksymalną poprawą pod względem wariancji wynoszącą około 30 dla $\varepsilon = 0.4$.

9.4 Podsumowanie

W tym rozdziale zaprezentowałem metodę nadrozdzielczej spektroskopii wykorzystującą pamięć kwantową do przeprowadzenia optymalnego pomiaru różnicy częstości dwóch niespójnych linii spektralnych. Metoda ta jest rozwinięciem metody obrazowania czasowego dalekiego pola (QMTI) wprowadzoną w poprzednim rozdziale i również działa w niezbadanym dotąd reżimie bardzo wąskiego pasma światła.

Na koniec porównajmy zaprezentowane protokoły PuDTAI oraz QMTI z innymi metodami spektroskopowymi zdolnymi do badania odległości między liniami spektralnymi. Porównanie takie jest widoczne na rys. 9.18. Porównanie bazuje na parametrze nadrozdzielczości \mathfrak{s} , reprezentującym czynnik redukcji liczby fotonów wymaganych do osiągnięcia takiej samej rozdzielczości jak w przypadku spektroskopii bezpośredniego obrazowania z taką samą aperturą określającą szerokość obserwowanej linii σ . Parametr \mathfrak{s} dla danego schematu pomiarowego charakteryzującego się informacją Fishera \mathcal{F} jest obliczany jako:

$$\mathfrak{s} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\mathcal{F} / \mathcal{F}_{\text{DI}}). \quad (9.41)$$

Można zauważyć, że dla idealnego przypadku z $\mathcal{F} = \mathcal{F}_Q$ parametr nadrozdzielczości osiągnąłby nieskończoność. Sytuacja taka jest jednak praktycznie niemożliwa. W szczególności, zostało udowodnione, że efekty takie jak skończona widzialność interferencji, szumy lub przesłuchy zawsze przywracają skalowanie kwadratowe ε^2 [Oh⁺21], co daje skończony wynik \mathfrak{s} . Powyższa granica jest więc dobrze zdefiniowana i na przykład w przypadku protokołu SLIVER ze skończoną widzialnością daje:

$$\mathfrak{s}_{\text{SLIVER}} = \frac{\mathcal{V}^2}{2(1 - \mathcal{V}^2)}. \quad (9.42)$$

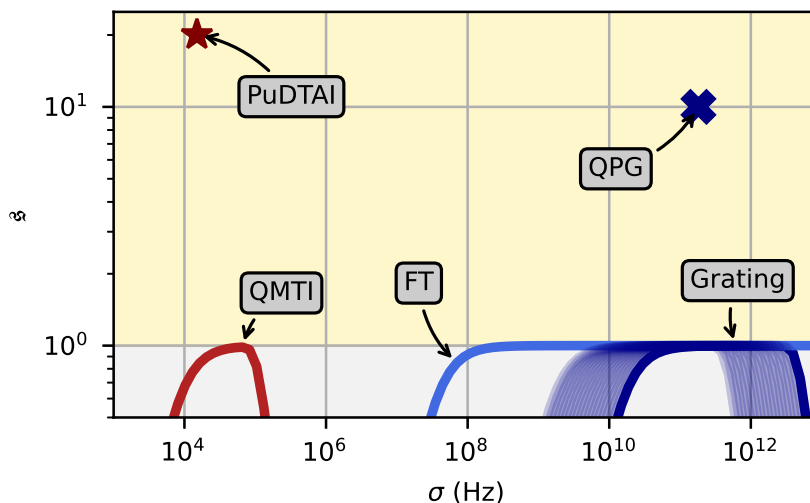
Widzimy więc, że dla dużej widzialności \mathcal{V} wzmocnienie może być ogromne, ale pozostaje skończone dla małych ε . Dla protokołu PuDTAI bezpośredni rachunek z informacją Fishera daną przez równanie 9.36 daje:

$$\mathfrak{s}_{\text{PuDTAI}} = \frac{e^{-4\sigma^2 t_{\text{st}}^2} (\mathcal{V}_-^2 (\mathcal{V}_+ + 1) - \eta_+ \mathcal{V}_- \mathcal{V}_+^2 + \eta_+ \mathcal{V}_+^2)}{4(\mathcal{V}_- - 1)(\mathcal{V}_+ + 1) \left(\text{erf} \left(\sqrt{2} \sigma t_{\text{st}} \right) - 1 \right)} \times \left(-e^{2\sigma^2 t_{\text{st}}^2} \text{erf} \left(\sqrt{2} \sigma t_{\text{st}} \right) + e^{2\sigma^2 t_{\text{st}}^2} + 2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma t_{\text{st}} \right)^2, \quad (9.43)$$

co (jak się można spodziewać) dla $\mathcal{V}_- = \mathcal{V}_+ = \mathcal{V}$ i $\eta_+ = 1$ oraz $t_{\text{st}} = 0$, daje $\mathfrak{s}_{\text{PuDTAI}} = \mathfrak{s}_{\text{SLIVER}}$. Wstawienie wyznaczonych eksperymentalnie parametrów modelu daje ostatecznie $\mathfrak{s}_{\text{PuDTAI}} = 20 \pm 0.5$.

Wszystkie konwencjonalne metody takie jak spektrometry siatkowe (Grating) i fourierowskie (FT) wraz z obrazowaniem czasowym dalekiego pola lub z natury stratne metody skanowania, które wykorzystują wnęki optyczne lub elektromagnetycznie indukowaną przezroczystość (EIT) mieszczą się w opisie DI i są ograniczone limitem Fouriera

($\varepsilon = 1$). Ich zaletą jest to że nie są budowane pod konkretną funkcję modową sygnału $\tilde{\psi}(\omega)$ i mogą być bezpośrednio używane z sygnałami o różnych FWHM lub σ . Aby to zilustrować, na wykresie 9.18 zostały one przedstawione jako linie obejmujące pewien zakres σ , którego rozciągłość zależy od danej implementacji spektrometru. Ma to miejsce, ponieważ każdy spektrometr DI ma swoją szerokość pasma (BWL) i granicę rozdzielczości (RL). Powodują one, że parametr ε spada poniżej 1 w przypadku sygnałów o szerokości pasma przekraczającej BWL lub węższych niż RL. Ograniczenie wynikające ze skończonego RL poszerza funkcję modową sygnału $\tilde{\psi}(\omega)$ i tym samym psuje czułość szacowania separacji, co jest równoważne zmniejszeniu ε . Dla RL określonego przez σ_{RL} efekt poszerzenia można obliczyć jako $\sigma \rightarrow \sqrt{\sigma^2 + \sigma_{RL}^2}$, powoduje to, że ε jest przeskalowany przez czynnik $\frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \sigma_{RL}^2}}$. Z drugiej strony, limit pasmowy dany przez Σ_{BWL} odcina informacyjnie ważne ogony sygnału dla $\sigma > \Sigma_{BWL}$. Skutkuje to spadkiem informacji Fishera dostępnej na wyjściu: $\mathcal{F}_{DI} = \int_{\Sigma_{BWL}} d\mathcal{F}_{DI}$, gdzie całkowanie przebiega przez całe dostępne pasmo. Krzywe widoczne na rys. 9.18 reprezentują: Grating - spektrometr siatkowy z siatkami o długościach od 1 cm do 10 cm, o gęstości siatek równej $1/1200 \text{ mm}^{-1}$ oraz $\Sigma_{BWL} = 10^3 \times \sigma_{RL}$; FT - spektrometr fourierowski Bruker IFS 125HR z 0.001 cm^{-1} rozdzielczości i zakresie spektralnym $50 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$; QMTI- obrazowanie czasowe w pamięci gradientowej z $\sigma_{RL} = 7.2 \text{ kHz}$ i 300 kHz BWL. Co zaskakujące, istnieje jeszcze tylko jedna demonstracja (Quantum Pulse Gate - QPG [Don⁺18]), która daje poprawę w stosunku do konwencjonalnego podejścia DI. Podejście QPG, które umożliwia rozkład sygnału w bazie ortogonalnych modów czasowych, na razie pozwala jedynie na rzutowanie na tylko jeden mod na raz. W naszej technice jesteśmy w stanie obserwować dwa rzuty (porty) jednocześnie.



Rysunek 9.18: Porównanie współczynnika wzmocnienia nadrozdzielczości ε różnych spektrometrów i technik spektroskopii nadrozdzielczej. Wszystkie konwencjonalne metody (Grating, FTS - spektrometr z transformacją Fouriera) oraz metoda obrazowania czasowego z wykorzystaniem naszej pamięci kwantowej (QMTI- quantum-memory temporal imaging) są analogiczne do metody DI i tym samym są ograniczone fourierowsko. Tylko dwie metody (QPG - Quantum Pulse Gate [Don⁺18] i PuDTAI) pokonują granicę $\varepsilon = 1$ i tym samym osiągają nadrozdzielczość. Krzywe przedstawiają przykładowe realizacje danego spektrometru dla ustalonego iloczynu pasmowo-czasowego.

Podczas gdy zastosowanie DI (spektrometru) dla sygnałów o dużej szerokości pasma wy-

daje się oczywistym wyborem, można dojść do wniosku, że dla sygnałów wąskopasmowych lepiej sprawdzi się detekcja heterodynowa (lub homodynowa). W takim wypadku oczywistym problemem jest to, że potrzebny jest wtedy stabilny i wąskopasmowy oscylator lokalny (laser). Oczywiście metoda PuDTAI też tego wymaga - pole kontrolne musi być stabilne i wąskopasmowe. Dla małej jasności źródeł (poniżej jednego fotonu na mod), w sygnale uzyskanym z detekcji heterodynowej dominuje szum śrutowy. W rozważanym problemie szum śrutowy wpływa na precyzję estymacji i czyni pomiar heterodynowy (homodynowy) bezużytecznym do pomiarów źródeł emitujących sygnał na poziomie pojedynczych fotonów. Niemniej jednak, pomiar heterodynowy (lub homodynowy) może wyjść poza granicę Fouriera dla silniejszych sygnałów i dla małych separacji, co zostało ostatnio szczegółowo przeanalizowane w domenie przestrzennej [Dat⁺20]. Zysk heterodyny ($s > 1$) osiągnąć jest dla średnio 7.2 fotonów na mod, przy użyciu zoptymalizowanej analizy danych, w przeciwieństwie do zwykłego patrzenia na gęstości widmowe mocy (DI). W ogólności w reżimie niskich poziomów światła potrzebna jest jednak metoda oparta na liczeniu fotonów.

Warto również rozważyć wpływ fluktuacji źródeł na naszą metodę. Jeżeli amplituda lub faza sygnału zmienia się w ciągu jednego impulsu (apertury czasowej), to oczywiście dwie części impulsu nie będą w stanie idealnie interferować. Taka sytuacja oznacza nieuniknioną utratę informacji i może być określona ilościowo poprzez zmniejszenie widzialności \mathcal{V} interferencji. Wynik jest więc taki sam, jak w przypadku ograniczonej widzialności spowodowanej przez samo urządzenie (równanie 9.42), z tym że w tym wypadku informacja jest już zredukowana w na poziomie sygnału.

Spektralna rozdzielczość na poziomie kHz w domenie optycznej ma obiecujące zastosowanie w schematach łączących domenę mikrofalową lub radiową z domeną optyczną [Mir⁺20]. Zademonstrowana metoda spektroskopii może zapewnić optymalny schemat detekcji światła, pochodzącego z konwersji z dziedziny radiowej lub mikrofalowej, bez utraty czułości spowodowanej szumem śrutowym, który jest nieodłącznie obecny w tradycyjnych heterodynowych odbiornikach optycznych.

Wreszcie, zademonstrowany tutaj protokół spektroskopii PuDTAI został zrealizowany w pamięci niewrażliwej na rozkład przestrzenny przetwarzanego światła. Oznacza to, że może ona przechowywać światło fluorescencyjne, które z natury jest przestrzennie wielomodowe. Aby jednak umożliwić analizę światła fluorescencyjnego z różnych rodzajów próbek, należy dostosować długość fali emitowanych fotonów do pasma pamięci. Można to zrobić za pomocą dostępnych już technik konwersji częstotliwości działającej w reżimie kwantowym [Mar⁺18].

Uogólnienie zademonstrowanej metody do badania widma zawierającego wiele linii spektralnych jest trudne. Różne grupy rozważały przypadki trzech źródeł w dwóch wymiarach [ZJ19; Tsa19a], lub dwóch źródeł o dowolnej jasności [Řeh⁺18], a praktyczne metody dla obrazów wieloźródłowych są również opracowywane [Pus⁺21]. Dla omawianego tutaj przypadku spektroskopowego takie uogólnienie wymagałoby zwiększenia ilości manipulacji w pamięci kwantowej.

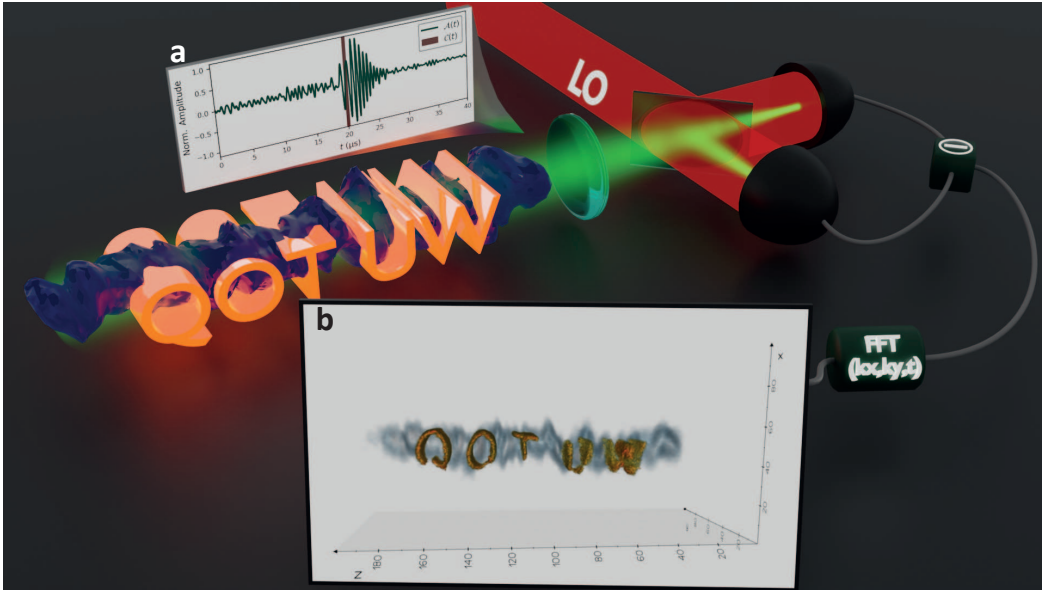
Rozdział 10

Trójwymiarowe obrazowanie spójności atomowej

Obrazowanie trójwymiarowe (3D) jest obecnie jednym z podstawowych narzędzi w nowoczesnej nauce, medycynie i technice. Możliwość wglądu w wewnętrzną strukturę obiektu nie tylko zaspokaja podstawową ciekawość poznawczą, ale również stanowi solidną i bezpośrednią metodę diagnostyczną. Tomografia, która obecnie występuje w wielu wariantach, zrewolucjonizowała medycynę i została szeroko zaadaptowana w naukach przyrodniczych i stosowanych [Shi⁺22; Eng⁺11; Sun21; Xia⁺13]. W fizyce obrazowanie 3D zostało wykorzystane do ujawniania i badania mikroskopijnych cech w cieczeniach kwantowych [Kas⁺18] i ciałach stałych [Kar⁺17b; Kar⁺08; Kim⁺18], do wykrywania i lokalizacji pojedynczych spinów [Rug⁺04; Str⁺12; Wil⁺19; Zop⁺18] oraz do wizualizacji klasycznych [App⁺15; Böh⁺10; HDT15; Kar⁺08] i kwantowych pól elektromagnetycznych [Lee⁺14].

W tym rozdziale demonstruję metodę pomiaru pełnego, trójwymiarowego rozkładu spójności atomowej $q_{h,g}$ w przestrzeni rzeczywistej. Zdolność bezpośredniej inspekcji rozkładu $q_{h,g}$ może mieć duże znaczenie dla protokołów przetwarzających informację kwantową przenoszoną w takiej spójności [LST09; Sag⁺18; Dua⁺01]. W większości wspomnianych protokołów chcielibyśmy, aby spójność pozostawała niezależna od położenia. Wprowadzona tutaj metoda stanowi narzędzie diagnostyczne pozwalające sprawdzać ten warunek, a nawet dać informacje pozwalające na naprawę niedoskonałości i przywrócenia konstruktywnej interferencji, na której dane protokoły zazwyczaj polegają. W innych przypadkach, takich jak magnetometria z rozdzielczością przestrzenną [Cas⁺21; Xu⁺08] lub wykrywanie mikrofal za pomocą atomów rydbergowskich [Jin⁺20], nasza technika może zapewnić dostęp do pełnego rozkładu trójwymiarowego takich pól.

Prezentowana metoda wykorzystuje odczyt w protokole pamięci gradientowej do pozyskania informacji na temat rozkładu spójności $q_{h,g}(\mathbf{r})$. Wykorzystywana jest tutaj cecha mapowania częstotliwościowo-położeniowego pamięci gradientowej, która została wprowadzona we wstępie (rozdział 7). Przestrzennie rozdzielcza detekcja heterodynowa światła emitowanego z pamięci zawiera pełną informację o rozkładzie fazy i amplitudy spójności, z której to światło powstało. Ponieważ w detekcji heterodynowej mierzymy pole elektryczne światła, wszelkie fazowe niedoskonałości obrazowania mogą zostać skompensowane na poziomie analizy danych, dostarczając osty i niezaburzony obraz spójności. Deterministyczna modulacja fazy spójności umożliwia charakteryzację demonstrowanej metody pod względem czułości oraz jej rozdzielczości.



Rysunek 10.1: Układ doświadczalny do trójwymiarowego obrazowania spójności atomowej. Światło emitowane z chmury atomowej, która przechowuje zmodulowaną fazowo (napis QOT UW) spójność atomową, jest wykrywane w dalekim polu zespołu za pomocą przestrzennie rozdzielczego detektora heterodynowego. **a** Czasowy kształt emitowanego sygnału zawiera informacje o podłużnej składowej wektora falowego spójności. **b** Pełna trójwymiarowa transformata Fouriera $\mathfrak{F}_{(k_x, k_y, k_z = -\beta t) \rightarrow (x, y, z)}$ zarejestrowanego sygnału $\mathcal{A}(k_x, k_y, t)$ daje rozkład fazy i amplitudy fali spinowej w przestrzeni rzeczywistej $S(x, y, z)$.

10.1 Protokół

Aby zrozumieć prezentowany tutaj protokół trójwymiarowej tomografii, rozszerzymy model pamięci gradientowej ze wstępu do trzech wymiarów. W czasie $t = 0$ mamy przygotowaną (nieznana) spójność $q_{h,g}(x, y, z)$. Spójność ta podczas przechowywania ewoluje pod wpływem obecności gradientu magnetycznego:

$$\frac{\partial q_{h,g}}{\partial t} = i\omega_L q_{h,g}, \quad (10.1)$$

gdzie $\omega_L = \beta(t)(z - z_0)$ jest zależną od czasu i przestrzeni częstością Larmora, przy czym $\beta(t)$ oznacza gradient wzdłuż z , a z_0 punkt w przestrzeni, w którym pole magnetyczne znika (zazwyczaj poza zespołem atomowym z powodu obecności dodatkowego stałego pola magnetycznego). Równanie to można łatwo rozwiązać, uzyskując $q_{h,g}(\mathbf{r}, t) = \exp(i\phi(z, t))q_{h,g}(\mathbf{r}, t = 0)$ z $\phi(z, t) = (z - z_0) \int_0^t \beta(t') dt'$ oznaczającym przestrzenno-czasową fazę GEM. Człon ten można podzielić na sumę dominujących czynników liniowych i poprawek $\phi(z, t) = \tilde{\beta}zt + \tilde{\omega}_L t + \mathcal{O}(t^2)$.

W czasie t_R dokonujemy odczytu krótkim impulsem pola kontrolnego \mathcal{C} co prowadzi do emisji słabego pola \mathcal{A} . Zakładamy, że oba pola współpropagują się wzdłuż z . W reżimie dużego odstrojenia ($\Delta/\Gamma > OD$), możemy zaniedbać absorpcję jednofotonową i dyspersję słabego pola sygnałowego \mathcal{A} . W tych warunkach ewolucja pola \mathcal{A} wzdłuż zespołu atomowego jest dana równaniem:

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathcal{A} = -ig n(x, y, z) \mathcal{C} \varrho_{hg} + \frac{i}{2k_0} \nabla_{\perp}^2 \mathcal{A} \quad g = \frac{k_0}{\hbar \epsilon_0} \frac{d_{g,e} d_{e,h}}{2\Delta + i\Gamma}, \quad (10.2)$$

gdzie $n(x, y, z)$ jest koncentracją atomów. Dla uproszczenia (tak jak we wstępie) zakładamy, że zmiana spójności spowodowana interakcją dwufotonową, wyrażona równaniem $\dot{\rho}_{hg} = -i\Omega_A \Omega_C^* / (4\Delta + 2i\Gamma)$ jest pomijalna. Dodatkowo zdefiniujemy człon atomowy łączący spójność z gęstością atomową w fale spinową: $S(x, y, z) \equiv n(x, y, z) \varrho_{hg}(x, y, z)$. Scałkujemy teraz równanie (10.2) w dwóch krokach. Po pierwsze, wykonajmy obustronnie dwuwymiarową transformatę Fouriera we współrzędnych poprzecznych $\perp = (x, y)$. Wpływa to tylko na człon dyfrakcyjny $\nabla_{\perp}^2 \rightarrow -k_{\perp}^2$. Otrzymujemy:

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathcal{A}(k_x, k_y, z) = -i \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \mathcal{A}(k_x, k_y, z) + g \mathcal{C} \tilde{S}(k_x, k_y, z). \quad (10.3)$$

Następnie wykonujemy całkę wzdłuż chmury atomowej, rozciągającej się od 0 do L :

$$\mathcal{A}(z = L, k_x, k_y, t_R) = g \mathcal{C} \int_0^L \exp\left(\frac{izk_{\perp}^2}{2k_0}\right) \tilde{S}(k_x, k_y, z) dz \quad (10.4)$$

gdzie jądro całkowe jest transformatą Fouriera fali spinowej wzdłuż x i y :

$$\tilde{S}(k_x, k_y, z) = \exp(i\phi(z, t_R)) \mathfrak{F}_{x,y \rightarrow k_x, k_y} \{S(x, y, z, t = 0)\} \quad (10.5)$$

W równaniu (10.4) całkę z można rozszerzyć do nieskończoności, ponieważ składnik źródłowy i tak jest niezerowy tylko wewnątrz chmury atomowej. Człon $\tilde{\beta} z t$ fazy GEM $\phi(z, t)$ umożliwia wreszcie przekształcenie całki w trójwymiarową transformatę Fouriera:

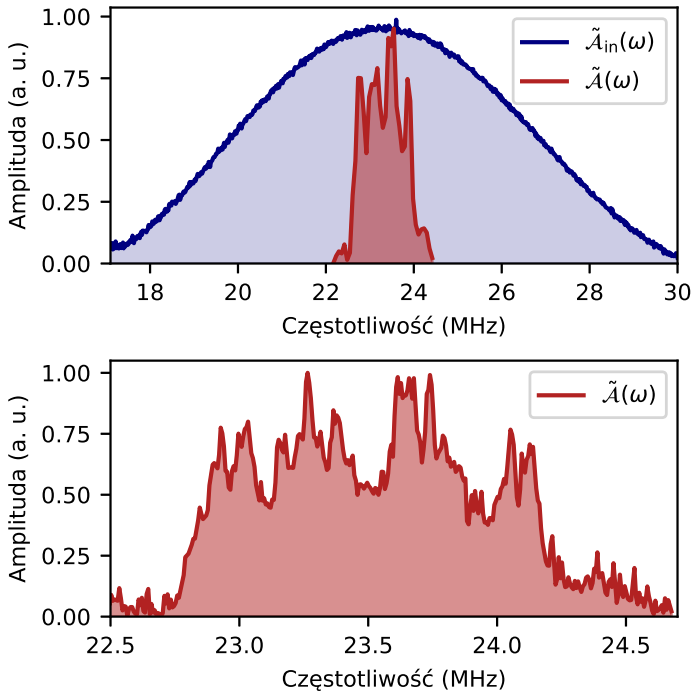
$$\begin{aligned} \mathcal{A}(z = L, k_x, k_y, t_R) = g \mathcal{C} \exp\left(i\tilde{\omega}_L t_R + \frac{\xi}{2z_0} t_R^2\right) \\ \times \mathfrak{F}_{z \rightarrow k_z = -\beta t_R} \left\{ \exp\left(\frac{izk_{\perp}^2}{2k_0}\right) \mathfrak{F}_{x,y \rightarrow k_x, k_y} \{S(x, y, z, t = 0)\} \right\}, \quad (10.6) \end{aligned}$$

co uwzględnia dominującą część poprawki fazowej $\mathcal{O}(t^2)$, która jest wynikiem powolnego zaniku gradientu pola magnetycznego $\beta(t) = \beta_0 - \xi t / \zeta t_R \ll \beta_0$. Powyższa zależność jest w pełni odwracalna, co pozwala ze zmierzonego rozkładu $\mathcal{A}(z = L, k_x, k_y, t_R)$ odzyskać $S(x, y, z, t = 0)$.

10.2 Wyniki

W eksperymencie wykorzystujemy przestrzennie rozdzielczą detekcję heterodynową do pomiaru amplitudy i fazy światła emitowanego z pamięci. Pomiar odbywa się w polu dalekim, mierzony jest więc rozkład $\tilde{\mathcal{A}}(k_x, k_y, t_R)$. Układ eksperymentalny jest przedstawiony na rysunku 10.1a. Podstawą eksperymentu jest pamięć gradientowa opisana szczegółowo na początku tej części pracy.

Aby przetestować protokół tomografii, generujemy płaską spójność atomową w całym zespole poprzez zapisanie bardzo krótkiego impulsu sygnałowego 200 ns, któremu towarzyszy impuls pola sprzęgającego \mathcal{C} o tym samym czasie trwania. Ponieważ szerokość pasma impulsu zapisywanego jest znacznie większa niż magnetycznie (niejednorodnie) poszerzone widmo absorpcji dwufotonowej chmury, impuls ten równomiernie obsadza

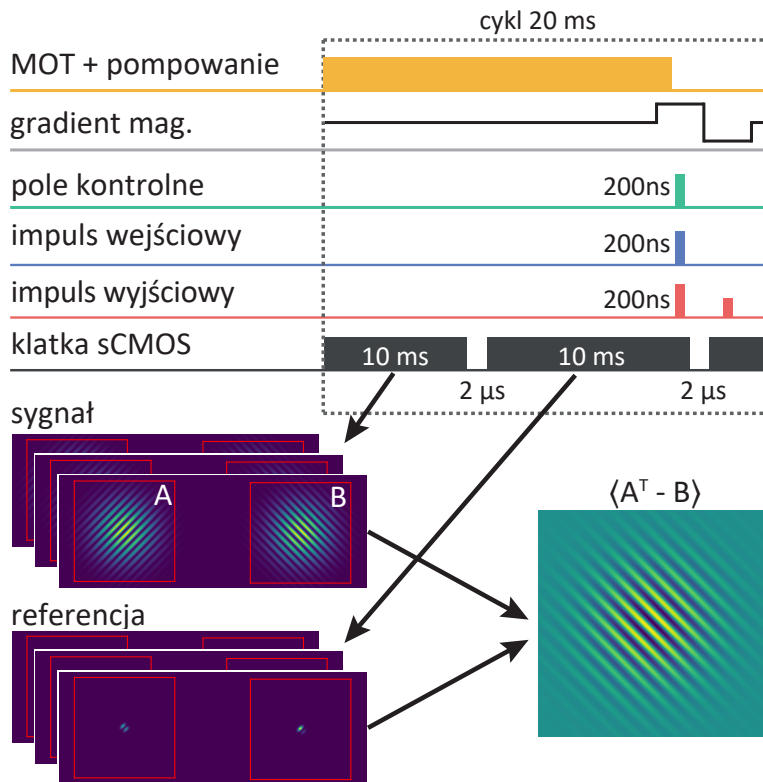


Rysunek 10.2: Porównanie widma impulsu sygnałowego o długości 200 ns z widmem absorpcji dwufotonowej zespołu atomów. Panel a przedstawia amplitudę impulsu sygnałowego wykrytą za pomocą punktowej heterodyny z użyciem fotodiody różnicowej. Widmo zapisywanego impulsu b jest znacznie szersze niż szerokość pasmowa chmury atomowej (linia pomarańczowa). Panel c przedstawia widmo odczytanego z pamięci impulsu.

fale spinowe w całej długości chmury. Zostało to zweryfikowane w pomiarze pokazanym na rysunku 10.2a, gdzie porównujemy szerokości widmowe wykrytych impulsów zapisywanych i odczytywanych. Pomiar ten wykorzystuje punktowy (zbiorczy) detektor z fotodiadą różnicową (DPD). Zmierzona szerokość widmowa impulsu zapisywanego to 8 MHz. Dla impulsu odczytanego z kolei mamy 1.4 MHz, co bezpośrednio odpowiada szerokości pasma GEM indukowanej przez gradient rozszczepienia Zeemana wynoszący około 1.4 MHz/cm. Taka różnica szerokości widmowej powoduje, że amplituda widmowa zapisywanego impulsu przekrywająca się z pasmem GEM jest praktycznie stała, co widać na rysunku 10.2b. Gwarantuje to powstanie płaskiej spójności w całej objętości chmury.

Do pełnej rekonstrukcji 3D fali spinowej $S(x, y, z)$ zastępujemy DPD kamerą sCMOS umieszczoną w dalekim polu zespołu z efektywną ogniskową równą około 250 mm. Dwie składowe heterodynowego sygnału optycznego są rejestrowane na dwóch oddzielnych obszarach kamery, które są następnie precyzyjnie nakładane i odejmowane w celu uzyskania obrazów różnicowych. Kamera ma bardzo ograniczoną rozdzielczość czasową (czas ekspozycji rzędu 1 ms co odpowiada szerokości pasmowej 1 kHz), co całkowicie uniemożliwia lokalizację wzdłuż chmury. Możemy jednak dokonać próbkowania struktury czasowej sygnału odczytanego przy użyciu bardzo krótkiego impulsu sprzęgającego. Pełna trójwymiarowa tomografia fali spinowej jest więc realizowana w sekwencji pomiarowej, w której w jednym kroku mierzymy tylko krótki 200 ns odcinek pełnego sygnału.

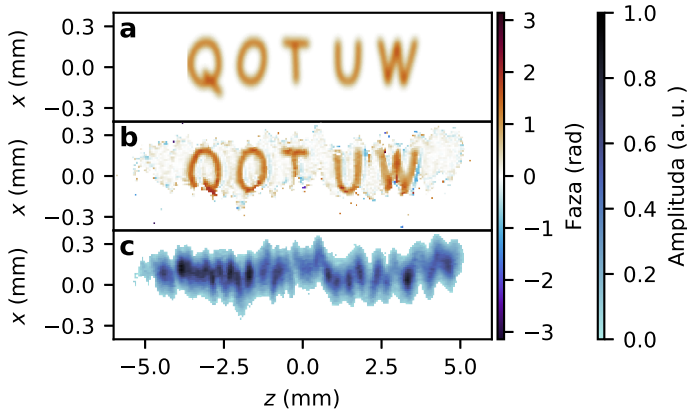
Uzyskiwane jest to próbkowaniem impulsem wiązki sprzęgającej o długości 200 ns, występującego podczas naświetlania klatki kamery. Dla każdego czasu próbkowania t_R zbieramy 100 klatek, które są następnie filtrowane fourierowsko i spójnie uśredniane w czasie rzeczywistym. Filtrowanie i uśrednianie silnie zmniejszają nieskorelowany z sygnałem szum tła. Etap filtrowania fourierowskiego uwzględnia sygnały pochodzące z obszaru atomów i odcina przyczynki, które nie mogły powstać w obrębie chmury. Spójne uśrednianie wymaga referencji fazy między kolejnymi zapisywanymi impulsami. W tym celu kamera (Andor Zyla) jest ustawiona w specjalny tryb (Particle Imaging Velocimetry, PIV) [And] umożliwiający zebrani dwóch klatek z bardzo krótkim odstępem czasu. W każdej iteracji zbierane są więc dwa obrazy heterodynowe, jeden dla impulsu zapisywanego (część impulsu, która nie została zaabsorbowana w atomach) i drugi dla światła odczytanego z pamięci. W procedurze uśredniania faza każdej klatki sygnałowej jest poprawiana o fazę klatki referencyjnej. Sekwencję z procedurą uśredniania ilustruje rysunek 10.3.



Rysunek 10.3: Sekwencja protokołu tomografii. W pojedynczej iteracji próbkowany jest jeden moment odczytu, dla którego zbieranych jest wiele klatek sygnałowych i referencyjnych. Obszary kamery A i B tworzące detektor różnicowy są od siebie nakładane i uśredniane po po odjęciu globalnej fazy uzyskanej z klatek referencyjnych.

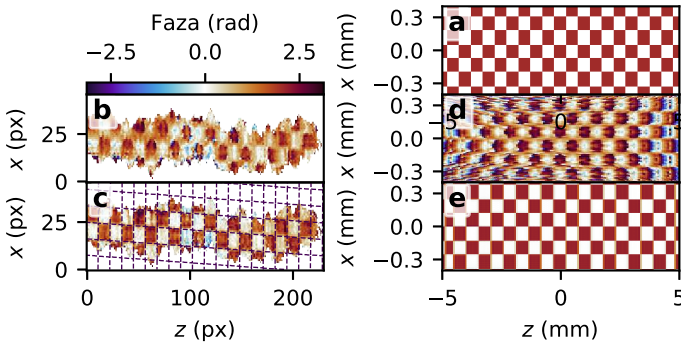
W celu rekonstrukcji pełnego rozkładu $S(x, y, z)$ wykonujemy pomiary dla 600 różnych czasów odczytu z krokiem 100 ns. Otrzymujemy w ten sposób trójwymiarową macierz, która jest pełną transformatą Fouriera fali spinowej przechowywanej w zespole atomów.

Do weryfikacji działania oraz kalibracji naszego protokołu używamy przestrzennego modulatora fazy spójności $\varrho_{h,g}$ wykorzystującego wiązkę starkowską (acS). Wiązka ta oświetla atomy przez 3 μ s bezpośrednio po zapisie. Rysunek 10.4 przedstawia uzyskane profile fazy i amplitudy płaskiej fali spinowej zmodulowanej wiązką w kształcie napisu



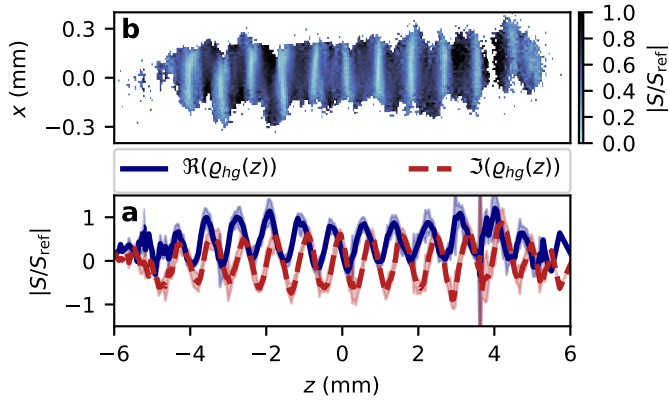
Rysunek 10.4: **a** Wiązka acS użyta do odcisnięcia na spójności atomowej fazy w kształcie napisu QOT UW. **b** Odzyskana faza spójności z pełną kompensacją zarówno dyfrakcji, jak i zmiennego gradientu pola magnetycznego. **c** Amplituda fali spinowej $|S|$ odpowiadająca koncentracji atomów n . Prawa kolumna odpowiada wynikowi symulacji.

QOT UW (skrót od Quantum Optical Technologies, Uniwersytet Warszawski). Rysunek 10.4a przedstawia zaprogramowany kształt wiązki acS w jednostkach fazy (rad). Na rysunku 10.4b widoczny jest odzyskany profil fazowy, który dobrze pasuje do profilu nakładanego. Dodatkowo na rysunku 10.4b przedstawiona jest odzyskana amplituda, która w tym przypadku (płaska fala spinowa) odpowiada koncentracji atomów. Wartość modulacji fazowej uzyskuje się przez odjęcie obrazu referencyjnego (ref), który został uzyskany bez modulacji wiązką acS. Obrazy amplitudy i fazy są tak obrobione, aby wyświetlić tylko te punkty, które odpowiadają wielkości sygnału znacznie powyżej poziomu szumu $|S^{\text{ref}}(x, y, z)| > 0.1$, a więc z dobrze zdefiniowaną fazą.



Rysunek 10.5: **a** Kalibracyjny profil fazowy odcisnięty na spójności. **b** Faza trójwymiarowej transformaty Fouriera zmierzonego sygnału odczytu bez kompensacji niedoskonałości. **c** Ta sama faza po zastosowaniu optymalnej kompensacji niedoskonałości i dyfrakcji. **d** Amplituda w pełni skompensowanego rozkładu S . Prawa kolumna odpowiada wynikowi symulacji.

Prawidłowa rekonstrukcja trójwymiarowej fazy i amplitudy fali spinowej wymaga układu pomiarowego. Rysunek 10.5a przedstawia profil intensywności wiązki starkowskiej (acS) w kształcie szachownicy, który wykorzystujemy do kalibracji. Panel b pokazuje przekrój fazowy pełnej transformaty Fouriera sygnału zarejestrowanego przez kamerę (bez żadnej kompensacji). Szachownica jest widoczna, ale odzyskany obraz jest zamazany. Aby



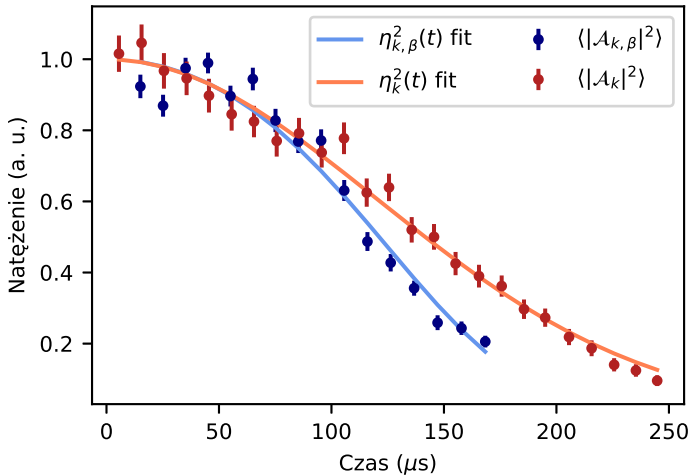
Rysunek 10.6: W pełni skompensowana rekonstrukcja S dla fali spinowej wytworzonej dwoma impulsami długości 200 ns w odstępie 8 μs . **a** Amplituda dwuwymiarowego z - x przekroju znormalizowanej fali spinowej $S(x, y, z)/S^{\text{ref}}(x, y, z)$. **b** Część rzeczywista i urojona spójności uśredniona w osi x . Zacięniowane obszary odpowiadają pierwiastkowi z wariancji

go wyostrzyć, należy wziąć pod uwagę dwa zjawiska. Pierwszym z nich jest dyfrakcja, która objawia się jako dodatkowa kwadratowa faza w przestrzeni fourierowskiej. Faza ta widoczna jest w równaniu (10.6) i wynosi $(z - z_{\text{off}})(k_x^2 + k_y^2)/(2k_0)$, gdzie k_0 jest liczbą falową emitowanego sygnału, a $k_{x,y}$ są poprzecznymi składowymi wektora falowego. W przestrzeni rzeczywistej skutkuje to rozmytym rozkładem we współrzędnych (x, y) wraz ze wzrostem z . Drugie zjawisko jest spowodowane powolnym zmniejszaniem się wartości gradientu pola magnetycznego podczas odczytu. Głównym efektem tego zjawiska jest świergot odczytywanego pola. Innymi słowy, sygnał otrzymuje dodatkową kwadratową fazę w dziedzinie czasowej, co powoduje rozmycie w kierunku z . Faza czasowa, którą trzeba skompensować wynosi ζt^2 z $\zeta = -0.01 \text{ rad} \times \mu\text{s}^{-2}$. Panel c przedstawia odzyskany obraz kalibracyjny po obu kompensacjach. Widzimy, że obraz jest ostry i wyraźny. Parametry z_{off} oraz ζ zostały dobrane w celu uzyskania najlepszej ostrości obrazów. Ponadto, ponieważ obraz testowy jest przygotowany we współrzędnych przestrzeni rzeczywistej, procedura kalibracji pozwala również uzyskać współczynniki skalowania i rotacji dla wszystkich osi x, y, z .

Aby zademonstrować zdolność do rekonstrukcji amplitudy fali spinowej, zastąpiliśmy płaską falę spinową falą zmodulowaną. W tym celu dokonaliśmy zapisu dwoma krótkimi (200 ns) impulsami w odstępie $\delta t = 8 \mu\text{s}$. Widmo dwóch impulsów o tych samych kształtach, ale różnych amplitudach, oddzielonych w czasie o δt jest widmem pojedynczego impulsu zmodulowanego fazowo i amplitudowo:

$$\mathfrak{F}(\mathcal{A}(t) + \alpha\mathcal{A}(t + \delta t)) = \tilde{\mathcal{A}}(\omega)(1 + \alpha e^{i\omega\delta t}). \quad (10.7)$$

Dzięki funkcji mapowania widma spójność wzdłuż chmury atomów w pamięci gradientowej w połączeniu ze wciąż spełnianym warunkiem dużej szerokości pasmowej sygnału wejściowego uzyskujemy amplitudowo zmodulowaną spójność $q_{hg} \propto (1 + \alpha e^{2\pi i \delta t \beta z})$. Rysunek 10.6a przedstawia dwuwymiarowy obraz odzyskanej spójności $|q_{h,g}(x, z)|$ obliczonej jako $q_{hg}(x, y, z) = S(x, y, z)/S^{\text{ref}}(x, y, z)$, gdzie referencyjny rozkład S_{ref} jest rozkładem dla płaskiej spójności. Ponieważ względny stosunek amplitud impulsów jest bliski jedności $\alpha \approx 1$, odzyskana spójność jak się można spodziewać, przypomina kwadrat z funkcji kosinus: $|q_{hg}(x, z)| \propto \cos^2(2\pi\delta t\beta z)$. Panel b przedstawia rozkład znormalizowany



Rysunek 10.7: Termiczny zanik spójności atomowej. Zmierzone czasy życia wynoszą $\tau_k \approx 173 \mu\text{s}$ oraz $\tau_\beta \approx 175 \mu\text{s}$, co odpowiada temperaturze $265 \pm 15 \mu\text{K}$.

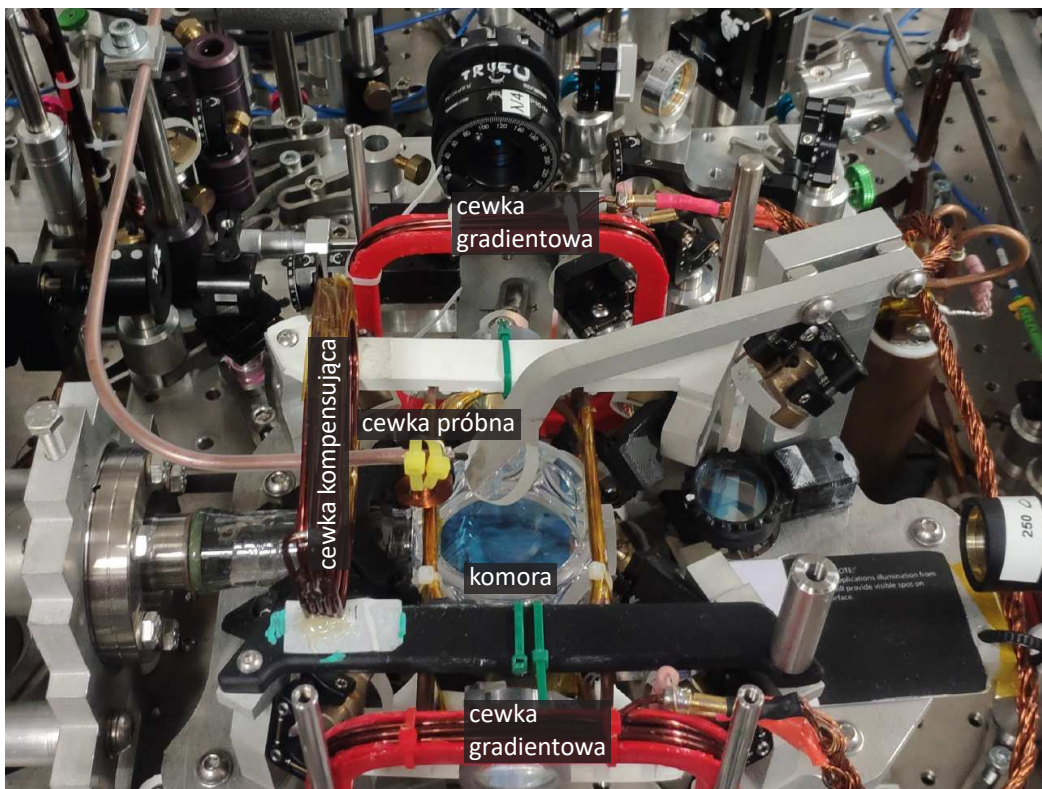
wanego przekroju spójności $Q_{hg}(x, z)$ na część urojoną i rzeczywistą uśrednioną w osi x . Jednoczesna modulacja fazy i amplitudy jest wyraźnie widoczna.

Ograniczenie rozdzielczości zaprezentowanego protokołu we współrzędnych poprzecznych (x, y) jest dane przez układ obrazujący i jego aperturę numeryczną. Jak widać na rysunku 10.5, szerokość zbocza fazy ma około jednego piksela. Odpowiada to $\approx 12 \mu\text{m}$ rozdzielczości we wszystkich kierunkach. Rozdzielczość w kierunku z jest dana przez maksymalny czas próbkowania $t_{R, \max}$, który z kolei ograniczony jest czasem życia fali spinowej. Rysunek 10.7 przedstawia amplitudę światła emitowanego z pamięci w funkcji czasu odczytu t_R . Krzywa ciągła $\eta_k^2(t)$ na wykresie jest wynikiem dopasowania balistycznego modelu dekoherencji wprowadzonego w części II do danych uzyskanych w pomiarze bez obecności gradientu magnetycznego. W pamięci gradientowej gradient pola magnetycznego zmienia podłużną składową wektora falowego spójności. Zmienia to charakterystykę defazowania spójności wywołaną ruchem atomów — atomy przelatują przez różne wartości pola magnetycznego. Każda klasa prędkości atomów w kierunku z o prędkości v_z zyskuje przez to dodatkowy czynnik fazowy w postaci $\exp(i\beta v_z t_R^2/4)$. Po uśrednieniu z rozkładem prędkości Maxwella zanik uzyskuje dodatkowy człon z czasem w czwartej potęgze. Pełna formuła zaniku dana jest wzorem:

$$\eta_{k,\beta}(t) = e^{-\frac{t^2}{2\tau_k^2} - \frac{t^4}{2\tau_\beta^4}}, \quad (10.8)$$

$$\tau_k = \frac{1}{k_{\text{sw}}} \sqrt{\frac{m}{k_b T}}, \quad \tau_\beta = \sqrt{\frac{2}{\pi\beta}} \sqrt{\frac{m}{k_b T}}$$

gdzie k_{sw} jest wektorem fali spinowej (spójności), k_b jest stałą Boltzmanna, m jest masą ^{87}Rb , a T jest temperaturą chmury. Krzywa $\eta_{k,\beta}^2$ widoczna na rysunku 10.7 jest dopasowaniem powyższego modelu do zmierzonego zaniku w protokole pamięci gradientowej. W naszym wypadku dla kąta między wiązką sprzęgającą a sygnałem równego 4.6 mrad oba czasy charakterystyczne τ_k i τ_β są niemal równe i wynoszą $\tau_k = 173 \pm 5 \mu\text{s}$ oraz $\tau_\beta = 175.4 \pm 2.5 \mu\text{s}$. Odpowiada to temperaturze $T = 265 \pm 15 \mu\text{K}$. Tak duża temperatura w tym eksperymencie wynikała z niedokładnie zbalansowanej pułapki i niepoprawnie działającego stopnia dodatkowego chłodzenia gradientem polaryzacji. Mimo tych niedoskonałości, uzyskiwany czas życia pamięci w zupełności wystarcza na uzyskanie dużej

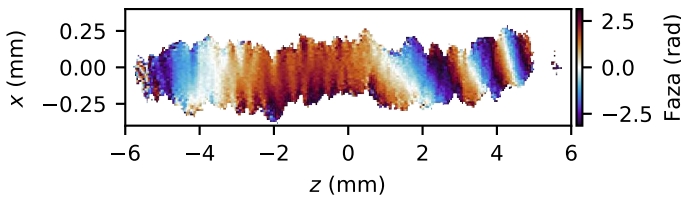


Rysunek 10.8: Sposób zamocowania cewki próbnej do demonstracji przestrzennej czułości na pole magnetyczne. Cewka jest zamocowana z boku nad komorą. Zasilanie prowadzone jest kablem koncentrycznym zapewniającym, że generowane pole magnetyczne pochodzi tylko z części roboczej cewki.

rozdzielczości podłużnej i poprzecznej. Zmierzony profil zaniku jest dodatkowo wykorzystywany w procedurze rekonstrukcji fali spinowej S poprzez podzielenie zmierzonego pola $\mathcal{A}(t_R)$ przez czynnik $\eta(t_R)$.

Aby zademonstrować potencjalne zastosowanie naszego protokołu w trójwymiarowej magnetometrii, postanowiliśmy zmierzyć profil fazowy odcisnięty na spójności przez zlokalizowane (szybkozmiennie w przestrzeni) pole magnetyczne. W tym celu, w pobliżu komory umieściliśmy przełączalną cewkę elektromagnetyczną o średnicy około 1 cm i takiej samej długości. Cewkę i jej sposób zamocowania w układzie przedstawia rysunek 10.8. Cewka ta była włączana w sekwencji po wytworzeniu płaskiej fali spinowej. Niejednorodne pole magnetyczne \mathbf{B}_c generowane przez cewkę odciska fazę, która jest proporcjonalna do magnitudy pola magnetycznego i czasu włączenia cewki $\varphi = \mu_B |\mathbf{B}_c + \hat{z}B_0| T/\hbar$. Obecność zewnętrznego pola magnetycznego $\hat{z}B_0$, wymagana do działania pamięci gradientowej powoduje, że odcisnięta faza ma największą czułość w kierunku podłużnym. W bardziej zaawansowanym protokole, pole to mogłoby jednak zostać wyłączone na czas pomiaru (czas, w którym spójność zyskuje dodatkową fazę) gwarantując pełną czułość. Co więcej, w takim wypadku, dla pól \mathbf{B} w kierunkach poprzecznych następowałaby też modulacja amplitudy spójności poprzez zmianę rzutu spinu atomowego na oś z , na którą czuły jest protokół pamięci wykorzystujący wiązki o polaryzacji kołowej. Rysunek 10.9 przedstawia odzyskany profil fazy spójności, powstały w wyniku modulacji polem magnetycznym umieszczonej w pobliżu chmury cewki. Linie stałej fazy odpowiadają stałym

wartościom pola magnetycznego.



Rysunek 10.9: Odzyskana faza spójności $q_{h,g}(x,z)$ wywołana niejednorodnym polem magnetycznym cewki umieszczonej w pobliżu chmury atomów.

10.3 Podsumowanie

W tym rozdziale zademonstrowałem metodę trójwymiarowej rekonstrukcji zespolonej spójności atomowej $q_{h,g}(x,y,z)$ będącej podstawą działania pamięci kwantowej. Protokół wykorzystuje odczyt w pamięci gradientowej do zmapowania podłużnej składowej spójności na częstotliwość generowanego światła. Pomiar pola elektrycznego światła emitowanego przez atomy z wykorzystaniem przestrzennie rozdzielczego detektora heterodynowego umożliwia pełną rekonstrukcję zespolonego (faza i amplituda) rozkładu $S(x,y,z) = n(x,y,z)q_{h,g}(x,y,z)$. Przestrzennie rozdzielczy pomiar pola elektrycznego umożliwia skompensowanie refrakcyjnych niedoskonałości układu obrazującego i dokładną kalibrację współrzędnych chmury atomowej na współrzędne kamery. Zademonstrowana metoda wykorzystuje komercyjną kamerę w protokole stroboskopowym, wymagającym wielu iteracji eksperymentu do odtworzenia pełnego rozkładu spójności. Użycie matrycy fotodiod różnicowych sprzężonych z szybkimi przetwornikami analogowo-cyfrowymi umożliwiłoby jednopowtórzeniowy pomiar trójwymiarowego rozkładu w czasie rzeczywistym. Zamiast dwuwymiarowej matrycy fotodiod, można by też użyć (kwadratowo mniejszej) matrycy jednowymiarowej, w połączeniu z wiązką lokalnego oscylatora o przestrzennie zmiennej częstotliwości. Wiązkę taką można z łatwością wygenerować za pomocą modulatorów akustooptycznych, a linijki fotodiod są produktem dostępnym komercyjnie, jedynym więc wyzwaniem budowy takiego urządzenia pozostaje układ elektroniczny do procesowania szerokopasmowego sygnału z fotodiod w czasie rzeczywistym. Wreszcie, wstępny wynik protokołu przestrzennie rozdzielczej magnetometrii atomowej można również rozszerzyć o pomiar pól elektrycznych czy mikrofalowych, otwierając nowy rodzaj metrologii atomowej.

Część IV

Zakończenie

Rozdział 11

Podsumowanie i perspektywy

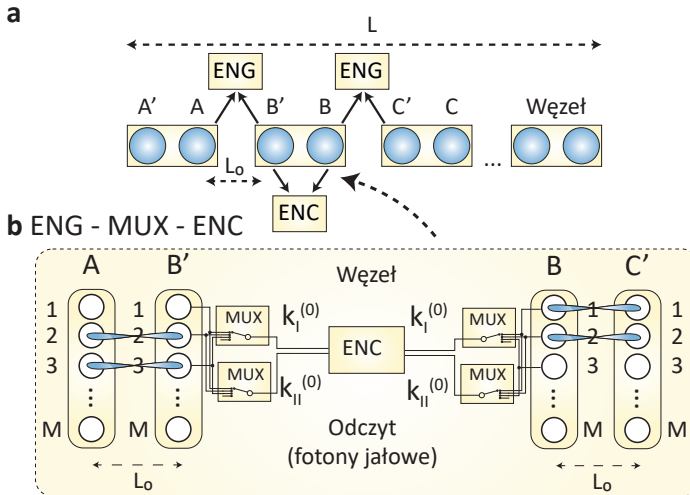
W niniejszej rozprawie zademonstrowałem sposoby generacji i przetwarzania kwantowych i klasycznych stanów światła za pomocą wielomodowej pamięci kwantowej opartej o zimne atomy rubidu-87. W tym rozdziale chciałbym krótko podsumować uzyskane wyniki i przedstawić możliwe ścieżki rozwoju układu pamięci kwantowej, której dotyczy ta praca.

Wytwarzanie kwantowych stanów światła W części II rozprawy skupiłem się na wytwarzaniu polaryzacyjnie splątanych par fotonów w wielu modach kątowych. Rozdział 5 zawiera szczegółową analizę możliwości i ograniczeń zaproponowanego generatora. W rozdziale 6 przedstawiam zastosowanie generatora w obrazowaniu jałowym (ghost imaging) działającym w czasie rzeczywistym bez dodatkowej linii opóźniającej. Stanowi to w zasadzie pierwszą demonstrację protokołu obrazowania jałowego wykorzystującego pamięć kwantową. Test Bella, na którym opiera się charakteryzacja jakości generowanych stanów przedstawiona we wszystkich rozdziałach tej części, jest kluczowym elementem protokołu dystrybucji splątania na duże odległości. Uzyskane wyniki można więc niemal bezpośrednio odnieść do protokołów komunikacji kwantowej opartych o powtarzacz wykorzystujący hybrydowe splątanie typu foton-atom. Szczególnym przykładem są protokoły dwufotonowe [Che⁺07; JTL07; Zha⁺07], które rozwiązują problemy stabilności fazowej oryginalnego protokołu DLCZ [Dua⁺01]. Czyni to transmisję w wolnej przestrzeni realną alternatywą do sieci światłowodowych, co ma szczególne znaczenie w przypadku fotonów o długości fali 800 nm, które są nieoptymalne ze względu na o rząd wielkości większe straty w transmisji światłowodowej w porównaniu z pasmem telekomunikacyjnym ~ 1500 nm. Z drugiej strony, optyczna konwersja częstości, jak również interfejsy światło-atom operujące na długościach fali odpowiadających pasmu telekomunikacyjnemu są aktywnym kierunkiem badań [Rad⁺10; Cha⁺06; Alb⁺14; Cha⁺19], co może w przyszłości zaowocować połączeniem układów atomowych pracujących w paśmie ~ 800 nm ze światłowodowymi sieciami telekomunikacyjnymi.

Nasz sposób generacji splątania polaryzacyjnego w wielu modach mógłby być bezpośrednio zastosowany w układach o dłuższych czasach spójności. Na przykład w układach wykorzystujących atomy w pułapce dipolowej lub sieci optycznej, w których uzyskuje się niemalże sekundy czas życia pamięci [Yan⁺16; DLK13]. Najprostsze ulepszenie naszego układu, jakie by można zastosować to zwiększenie obserwowalnego kąтового obszaru emisji z pamięci. Jak oszacowaliśmy w pracy teoretycznej [LMP21], osiągalna liczba modów przy użyciu standardowych komponentów optycznych i komercyjnie dostępnych czujników obrazu CMOS jest rzędu 5000 daje nadzieję na realne generowanie

splątania z dużą wydajnością.

Ponadto, zastosowanie naszej techniki modulowania fal spinowych wykorzystującej dynamiczny efekt Starka [Par⁺19; Maz⁺19; Lip⁺19], można by warunkowo modyfikować stan przestrzenny fotonów jałowych, na przykład przekierowywać je w wybrany mod. Przewidujemy również, że poprzez sprzężenie zwrotne można kształtować światło jałowe nie tylko przestrzennie, ale również pod względem jego statystyki (podobnie jak w warunkowej generacji stanów jedno lub wielofotonowych [MB19]) z zastosowaniem w protokołach kwantowej destylacji obrazów [Def⁺19].

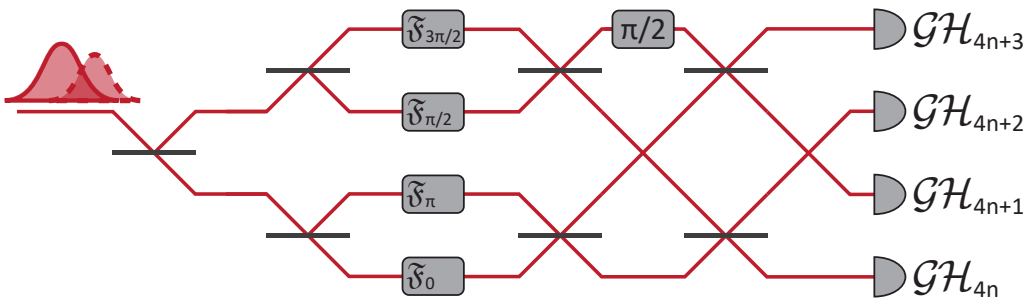


Rysunek 11.1: Schemat protokołu dystrybucji splątania z użyciem wielomodowej pamięci kwantowej z multipleksowaniem. **a** Każdy węzeł składa się z dwóch pamięci. W etapie generacji splątania (ENG) biorą udział pamięci z sąsiednich węzłów oddalonych o L_0 . Generacja splątania prowadzi do obsadzenia dwóch modów w parze pamięci, co jest sygnałowane przez rejestrację dwóch fotonów sygnałowych w stacji pośredniej. **b** Połączenie splątania (ENC) odbywa się w każdym węźle z użyciem przełącznika pozwalającego nałożyć na siebie obsadzone mody obu pamięci. Połączenie polega na pomiarze fotonów jałowych z obu pamięci po ich interferencji.

Naturalną kontynuacją badań z tej części rozprawy jest budowa drugiego układu eksperymentalnego i demonstracja protokołu dystrybucji splątania przedstawionego w pracy [LMP21]. Protokół ten przedstawiony schematycznie na rysunku 11.1 wykorzystuje pary wielomodowych pamięci kwantowych ustawione na końcach segmentów łącza kwantowego (dwie pamięci na każdy segment). Dystrybucja splątania w takim schemacie podzielona jest na dwa etapy. W pierwszym etapie, nazywanym etapem generacji, probabilistycznie obsadzamy dwa mody (po jednym w każdej pamięci z pary) spośród M^2 dostępnych modów (M modów na każdą pamięć). Generowane fotony sygnałowe są interferowane w stacji pośredniej umiejscowionej na środku każdego odcinka. Rejestracja fotonów sygnałowych w dwóch danych modach oznacza więc przygotowanie pamięci w stanie, w którym dzielą między siebie dwa wzbudzenia. Jest to rozszerzenie protokołu DLCZ, w którym po etapie generacji mamy jedno wzbudzenie dzielone przez dwie pamięci. Obsadzone mody z dwóch sąsiednich odcinków są następnie nakładane na siebie i odczytywane — następuje połączenie oparte na interferencji fotonów jałowych. Krok nakładania na siebie modów jest tutaj bardzo istotny, albowiem zapewnia on M -krotne przyspieszenie dystrybucji splątania w porównaniu z protokołem równoległym, w którym mody sąsiednich odcinków sparowane są już przed etapem generacji. Szczegółowa

analiza protokołu i porównanie z innymi rozwiązaniami przedstawiona została w pracy [LMP21], która powstała na etapie pracy nad demonstracją generacji polaryzacyjnych stanów Bella w wielu modach.

Przetwarzanie światła w pamięci W części III przedstawiłem zastosowanie protokołu pamięci gradientowej w połączeniu z programowalną modulacją fazy spójności atomowej do czasowo-częstotliwościowego przetwarzania słabych impulsów światła. W rozdziale 8 pokazałem jak przenieść metody obrazowania czasowego znane z optyki ultraszybkich impulsów do reżimu wąskopasmowego, kompatybilnego z pamięciami atomowymi. Zaimplementowany w pamięci gradientowej protokół dalekopolewego obrazowania czasowego, realizujący czasową transformatę Fouriera impulsów światła, może znaleźć zastosowanie w charakteryzacji fotonów o długim czasie spójności emitowanych z układów atomowych czy nawet optomechanicznych. Nasuwającym się więc rozszerzeniem badań z tego rozdziału jest wykorzystanie protokołu QMTI do pomiaru częstości własnych jakiegoś układu fizycznego, na przykład w postaci mikro oscylatora mechanicznego w formie cienkiej membrany sprzężonej optycznie [Tho⁺21].



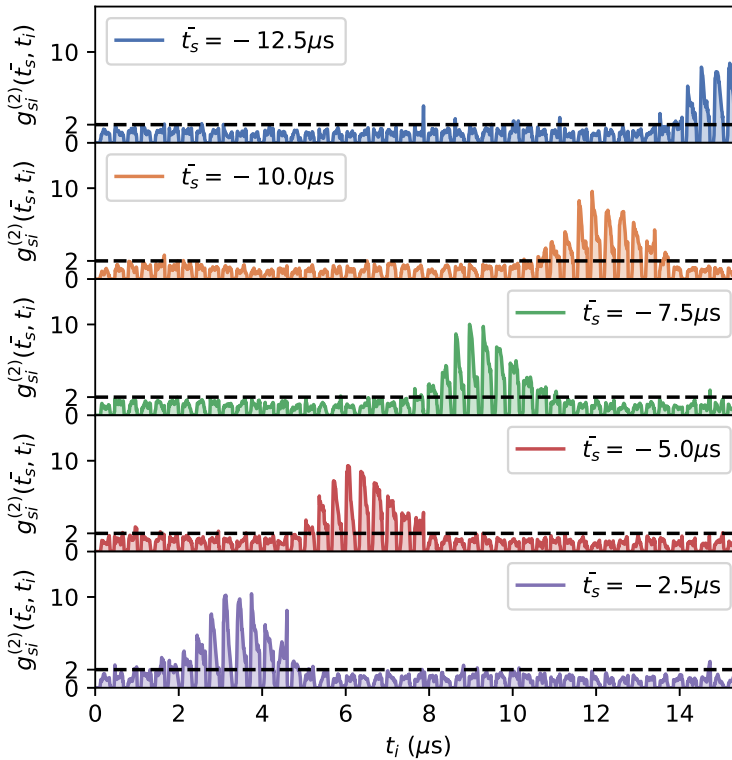
Rysunek 11.2: Schemat czteroportowego ($N = 4$) protokołu nadrozdzielczej spektroskopii. Podzielony sygnał wejściowy poddawany jest ułamkowej transformacie Fouriera \mathfrak{F}_α , po czym optyczna dyskretna transformata Fouriera prowadzi jego rozkładu na cztery podprzestrzenie modów Gaussa-Hermite'a $\mathcal{GH}_n, n \in \mathbb{N}$.

W rozdziale 9 omówiłem modyfikację metody QMTI do nadrozdzielczego pomiaru rozsunienia dwóch linii spektralnych. Zademonstrowany protokół nadrozdzielczej spektroskopii (PuDTAI) opiera się rozkładzie widma badanego światła na podprzestrzenie modów symetrycznych i antysymetrycznych. W naszym układzie uzyskujemy w ten sposób 20-krotne zwiększenie czułości na rozsuniecie linii względem protokołu QMTI. Protokół ten niestety działa tylko dla dwóch identycznych źródeł, plan na przyszłość zakłada więc rozszerzenie go o możliwość pracy z sygnałami pochodzącymi z bardziej ogólnej klasy emiterów. Potencjalnym kandydatem na taki protokół jest użycie ułamkowej transformaty Fouriera (obrót przestrzeni fazowej o dowolny kąt α , przy czym dla $\alpha = \pi/2$ mamy zwykłą transformatę), którą można zrealizować w pamięci za pomocą omówionych w pracy metod. Ułamkowa transformata Fouriera pozwala rozłożyć sygnał wejściowy na więcej niż dwie podprzestrzenie. Wykorzystywany jest tu fakt, że mody Gaussa-Hermite'a \mathcal{GH}_n są funkcjami własnymi ułamkowej transformaty z wartościami własnymi równymi $\exp(i n \alpha)$ [SS08]. Rozkładu na $N = 2^p, p \in \mathbb{N}$ podprzestrzeni można więc dokonać rozdzielając sygnał na N kopii o indeksach $k = 0, \dots, (N - 1)$ i odpowiednio dokonując na nich ułamkowej transformaty Fouriera z $\alpha = 2\pi/N \times k$. Wyniki transformat następnie interferujemy za pomocą interferometru realizującego dyskretną transformatę Fouriera na N modach. Na wyjściu dostajemy sygnał rozdzielony na podprzestrzenie odpowiadające modom Gaussa Hermite'a o indeksach $Nn + k, n \in \mathbb{N}$. Na

rysunku 11.2 przedstawiony jest schemat takiego protokołu dla $N = 4$. Ponadto, protokół PuDTAI jest de facto implementacją tego protokołu dla $N = 2$, z $\alpha = \pi/2, -\pi/2$ (co jest równoważne $\alpha = 0, \pi$). Innym aspektem, w jakim można by ulepszyć nasz układ, jest bezwzględna rozdzielczość spektralna. Limitowana jest ona czasem życia pamięci, który zadaje maksymalną aperturę czasową. Zwiększenie rozdzielczości do poniżej 1 kHz wymagałoby więc pamięci kwantowej o znacznie dłuższym czasie życia. Taka pamięć została już zademonstrowana w sieci optycznej [DLK13]. Sam czas życia nie zmienia jednak samego współczynnika nadrozdzielczości s , który dla danej apertury czasowej/spektralnej zależy tylko od jakości interferencji i właściwości szumowych układu. Przewidujemy, że nasze protokoły zarówno (QMTI, PuDTAI jak i jego rozwinięcie) mogą być zrealizowane w innych układach pamięci kwantowych, operujących w różnych reżimach częstotliwości. Na przykład, kryształy domieszkowane pierwiastkami ziem rzadkich, takie jak $\text{Eu}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$ oferują wąską jednorodną linię absorpcji, która może być dynamicznie poszerzana polem elektrycznym [Ale+06]. W podobnych kryształach $\text{Pr}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$ zademonstrowano również przetwarzanie za pomocą dynamicznych przesunięć Starka [Yan+18], a postępy w osadzaniu jonów w falowodach obiecują dobrą wydajność i właściwości szumowe.

Inne podejście do spektralnej nadrozdzielczości zostało niedawno omówione teoretycznie w pracy [SF21], której autorzy rozważali urządzenie transformujące oparte na układach kształtowania impulsów (pulse shaper) i modulatorach elektrooptycznych. Podejście to może mieć szerokie zastosowanie szczególności w reżimie dużej szerokości pasmowej (rzędu GHz) w telekomunikacyjnym zakresie spektralnym. W tym reżimie nie jest wymagana pamięć kwantowa, gdyż skale czasowe są znacznie krótsze. Za pomocą podobnych metod zrealizowano kilka innych protokołów przetwarzania informacji kwantowej, a schemat ten jest ogólnie określany jako procesor kwantowo-częstotliwościowy [LL17].

Generowanie par fotonów w pamięci gradientowej Na koniec chciałbym wspomnieć o możliwości połączenia protokołu pamięci gradientowej szeroko omówionej w części III z protokołem generowania par fotonów z części II. Spontaniczny zapis do pamięci w konfiguracji układu Λ wrażliwej magnetycznie przy obecności gradientu pola magnetycznego powoduje, że wygenerowane fale spinowe są defazowane zaraz po ich wytworzeniu. Rejestracja fotonu sygnałowego stowarzyszonego z taką falą spinową w czasie t_s wyznacza czas początku defazowania. Odwrócenie gradientu w czasie $t_0 > t_s$ prowadzi do zrefazowania danej fali spinowej w czasie $2t_0 - t_s$. Możliwy jest wtedy wydajny odczyt tej konkretnej fali spinowej z pamięci. Jednocześnie w pamięci może istnieć wiele takich wzbudzeń związanych z rejestracją fotonów sygnałowych w różnych czasach t_s - uzyskujemy wielomodowość czasową, gdzie szerokość czasowa modu jest ograniczona prędkością defazowania daną przez iloczyn gradientu przesunięcia Zeemana i długości chmury atomowej. Inaczej mówiąc, tak jak w standardowym protokole pamięci gradientowej ogranicza nas pasmo niejednorodnie poszerzonej absorpcji dwufotonowej. Powyższy protokół przetestowaliśmy w naszym układzie pamięci, dokonując pięciu następujących po sobie zapisów o długości około 800 ns w odstępach 2.5 μs . Tak jak w przypadku protokołu generacji par w wielu modach kątowych do charakteryzacji jakości generowanych par możemy użyć funkcji korelacji krzyżowej drugiego rzędu $g_{si}^{(2)}$. Dla małego prawdopodobieństwa generacji fotonów sygnałowych na mod czasowy spodziewamy się zaobserwowania dużej (> 2) wartości korelacji w czasach odpowiednio t_s i $t_i = 2t_0 - t_s$. Korelacja w czasach poza szerokością modu czasowego powinna zaś spaść poniżej 2. Na rysunku 11.3 widoczne są uzyskane wartości funkcji $g_{si}^{(2)}(\bar{t}_s, t_i)$ dla zliczeń uśrednionych po długości zapisu występującym w średnim czasie \bar{t}_s . Ponieważ próba odczytu zdefazowanych fal spinowych poprzez niespójne rozpraszanie prowadzi do ich zaniku, odczyt jest próbowany krótkim impulsem lasera odczytującego o zmiennym czasie nadejścia. Widoczne



Rysunek 11.3: Zmierzona funkcja korelacji krzyżowej drugiego rzędu $g_{si}^{(2)}$ między fotonami sygnałowymi i jałowymi w protokole pamięci gradientowej ze spontanicznym zapisem. Koincydencje, na podstawie których została obliczona korelacja zostały wysumowane po czasie nadejścia fotonu sygnałowego t_s w oknie długości $0.8 \mu\text{s}$. Kolejne wykresy przedstawiają wynik dla konkretnego okna o średnim czasie \bar{t}_s odpowiadającemu impulsowi lasera zapisującego o tym samym czasie średnim.

na rysunku 11.3 dyskretne piki korelacji są wynikiem tego próbkowania (każdy słupek odpowiada jednemu odczytowi). Dla uproszczenia wybieramy $t_0 = 0$. Spodziewamy się więc silnej korelacji w $t_i = -\bar{t}_s$, którą rzeczywiście obserwujemy. Widoczne jest też lekkie przesunięcie czasu wystąpienia korelacji w t_i , spowodowane zanikającym gradientem pola magnetycznego, a więc wolniejszym refazowaniem spójności. We wstępnych pomiarach, których wyniki widać na rysunku 11.3, uzyskaliśmy 5 niezależnych modów z $g_{si}^{(2)}$ przekraczającym wartość 10. Jest to wynik porównywalny z niedawno zademonstrowanym podobnym układem, wykorzystującym zespół atomów we wnęce optycznej [Hel⁺20]. Przewidujemy, że zastosowanie wnęki w naszym wypadku, mogłoby zwiększyć liczbę modów kilka, a nawet kilkadziesiąt razy, co stanowiłoby wartość rekordową.

Bibliografia

- [Abe⁺18] C. Abellán, A. Acín, A. Alarcón, O. Alibart, C. K. Andersen, F. Andreoli, A. Beckert, F. A. Beduini, A. Bendersky, M. Bentivegna, P. Bierhorst, D. Burchardt, A. Cabello, J. Cariñe, S. Carrasco, G. Carvacho, D. Cavalcanti, R. Chaves, J. Cortés-Vega, A. Cuevas, A. Delgado, H. De Riedmatten, C. Eichler, P. Farrera, J. Fuenzalida, M. García-Matos, R. Garthoff, S. Gasparinetti, T. Gerrits, F. Ghafari Jouneghani, S. Glancy, E. S. Gómez, P. González, J. Y. Guan, J. Handsteiner, J. Heinsoo, G. Heinze, A. Hirschmann, O. Jiménez, F. Kaiser, E. Knill, L. T. Knoll, S. Krinner, P. Kurpiers, M. A. Larotonda, J. A. Larsson, A. Lenhard, H. Li, M. H. Li, G. Lima, B. Liu, Y. Liu, I. H. Grande, T. Lunghi, X. Ma, O. S. Magaña-Loaiza, P. Magnard, A. Magoni, M. Martí-Prieto, D. Martínez, P. Mataloni, A. Mattar, M. Mazzeza, R. P. Mirin, M. W. Mitchell, S. Nam, M. Oppliger, J. W. Pan, R. B. Patel, G. J. Pryde, D. Rauch, K. Redeker, D. Rieländer, M. Ringbauer, T. Roberson, W. Rosenfeld, Y. Salathé, L. Santodonato, G. Sauder, T. Scheidl, C. T. Schmiegelow, F. Sciarrino, A. Seri, L. K. Shalm, S. C. Shi, S. Slussarenko, M. J. Stevens, S. Tanzilli, F. Toledo, J. Tura, R. Ursin, P. Verkyris, V. B. Verma, T. Walter, A. Wallraff, Z. Wang, H. Weinfurter, M. M. Weston, A. G. White, C. Wu, G. B. Xavier, L. You, X. Yuan, A. Zeilinger, Q. Zhang, W. Zhang i J. Zhong, „Challenging local realism with human choices”, *Nature* **557**, 212–216 (2018).
- [AKB14] S. Abruzzo, H. Kampermann i D. Bruß, „Measurement-device-independent quantum key distribution with quantum memories”, *Phys. Rev. A* **89**, 012301 (2014).
- [AGM06] A. Acín, N. Gisin i L. Masanes, „From Bell’s theorem to secure quantum key distribution”, *Physical Review Letters* **97**, 120405 (2006).
- [ABA89] G. P. Agrawal, P. L. Baldeck i R. R. Alfano, „Temporal and spectral effects of cross-phase modulation on copropagating ultrashort pulses in optical fibers”, *Phys. Rev. A* **40**, 5063–5072 (1989).
- [Alb⁺14] B. Albrecht, P. Farrera, X. Fernandez-Gonzalvo, M. Cristiani i H. de Riedmatten, „A waveguide frequency converter connecting rubidium-based quantum memories to the telecom C-band”, *Nat. Commun.* **5**, 3376 (2014).
- [Ale⁺06] A. L. Alexander, J. J. Longdell, M. J. Sellars i N. B. Manson, „Photon Echoes Produced by Switching Electric Fields”, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 043602 (2006).
- [All⁺17] M. Allgaier, V. Ansari, L. Sansoni, C. Eigner, V. Quiring, R. Ricken, G. Harder, B. Brecht i C. Silberhorn, „Bandwidth Compression of Quantum Light”, *Nat. Commun.* **8**, 1–6 (2017).
- [And] Andor, *Using PIV mode on Andor’s Neo and Zyla sCMOS Cameras*, <https://andor.oxinst.com/learning/view/article/piv-mode-for-neo-and-zyla>.

- [Ans⁺21] V. Ansari, B. Brecht, J. Gil-Lopez, J. M. Donohue, J. Řeháček, Z. Hradil, L. L. Sánchez-Soto i C. Silberhorn, „Achieving the Ultimate Quantum Timing Resolution”, *PRX Quantum* **2**, 010301 (2021).
- [App⁺15] P. Appel, M. Ganzhorn, E. Neu i P. Maletinsky, „Nanoscale microwave imaging with a single electron spin in diamond”, *New Journal of Physics* **17**, 112001 (2015).
- [Aru⁺19] F. Arute, K. Arya, R. Babbush, D. Bacon, J. C. Bardin, R. Barends, R. Biswas, S. Boixo, F. G. S. L. Brandao, D. A. Buell, B. Burkett, Y. Chen, Z. Chen, B. Chiaro, R. Collins, W. Courtney, A. Dunsworth, E. Farhi, B. Foxen, A. Fowler, C. Gidney, M. Giustina, R. Graff, K. Guerin, S. Habegger, M. P. Harrigan, M. J. Hartmann, A. Ho, M. Hoffmann, T. Huang, T. S. Humble, S. V. Isakov, E. Jeffrey, Z. Jiang, D. Kafri, K. Kechedzhi, J. Kelly, P. V. Klimov, S. Knysh, A. Korotkov, F. Kostritsa, D. Landhuis, M. Lindmark, E. Lucero, D. Lyakh, S. Mandra, J. R. McClean, M. McEwen, A. Megrant, X. Mi, K. Michielsen, M. Mohseni, J. Mutus, O. Naaman, M. Neeley, C. Neill, M. Y. Niu, E. Ostby, A. Petukhov, J. C. Platt, C. Quintana, E. G. Rieffel, P. Roushan, N. C. Rubin, D. Sank, K. J. Satzinger, V. Smelyanskiy, K. J. Sung, M. D. Trevithick, A. Vainsencher, B. Villalonga, T. White, Z. J. Yao, P. Yeh, A. Zalcman, H. Neven i J. M. Martinis, „Quantum supremacy using a programmable superconducting processor”, *Nature* **574**, 505–510 (2019).
- [Asp⁺15] R. S. Aspden, N. R. Gemmell, P. A. Morris, D. S. Tasca, L. Mertens, M. G. Tanner, R. A. Kirkwood, A. Ruggeri, A. Tosi, R. W. Boyd, G. S. Buller, R. H. Hadfield i M. J. Padgett, „Photon-sparse microscopy: visible light imaging using infrared illumination”, *Optica* **2**, 1049–1052 (2015).
- [Asp⁺16] R. S. Aspden, P. A. Morris, R. He, Q. Chen i M. J. Padgett, „Heralded phase-contrast imaging using an orbital angular momentum phase-filter”, *Journal of Optics (United Kingdom)* **18**, 055204 (2016).
- [Asp⁺13] R. S. Aspden, D. S. Tasca, R. W. Boyd i M. J. Padgett, „EPR-based ghost imaging using a single-photon-sensitive camera”, *New Journal of Physics* **15**, 073032 (2013).
- [AGR82] A. Aspect, P. Grangier i G. Roger, „Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A new violation of Bell’s inequalities”, *Physical Review Letters* **49**, 91–94 (1982).
- [AGR81] A. Aspect, P. Grangier i G. Roger, „Experimental tests of realistic local theories via Bell’s theorem”, *Physical Review Letters* **47**, 460–463 (1981).
- [ABR10] M. Auzinsh, D. Budker i S. Rochester, *Optically polarized atoms : understanding light-atom interactions* (Oxford University Press, 2010), s. 376.
- [Aza⁺04] J. Azaña, N. K. Berger, B. Levit i B. Fischer, „Spectral Fraunhofer regime: Time-to-frequency conversion by the action of a single time lens on an optical pulse”, *Appl. Opt.* **43**, 483–490 (2004).
- [Bab⁺19] H. Babashah, Z. Kavehvas, A. Khavasi i S. Koohi, „Temporal analog optical computing using an on-chip fully reconfigurable photonic signal processor”, *Opt. Laser Technol.* **111**, 66–74 (2019).
- [Bao⁺12] X.-H. Bao, A. Reingruber, P. Dietrich, J. Rui, A. Dück, T. Strassel, L. Li, N.-L. Liu, B. Zhao i J.-W. Pan, „Efficient and long-lived quantum memory with cold atoms inside a ring cavity”, *Nat. Phys.* **8**, 517–521 (2012).
- [BGH20] K. B. Beć, J. Grabska i C. W. Huck, „Biomolecular and bioanalytical applications of infrared spectroscopy – A review”, *Analytica Chimica Acta* **1133**, 150–177 (2020).
- [Bel64] J. S. Bell, „On the Einstein Podolsky Rosen paradox”, *Physics* **1**, 195–200 (1964).

- [BK99] C. V. Bennett i B. H. Kolner, „Upconversion time microscope demonstrating 103× magnification of femtosecond waveforms”, *Opt. Lett.* **24**, 783 (1999).
- [BSK94] C. V. Bennett, R. P. Scott i B. H. Kolner, „Temporal magnification and reversal of 100 Gb/s optical data with an up-conversion time microscope”, *Appl. Phys. Lett.* **65**, 2513–2515 (1994).
- [BK01] C. V. Bennett i B. H. Kolner, „Aberrations in temporal imaging”, *IEEE J. Quantum Electron.* **37**, 20–32 (2001).
- [BBB02] R. S. Bennink, S. J. Bentley i R. W. Boyd, „Two-Photon” Coincidence Imaging with a Classical Source”, *Physical Review Letters* **89**, 113601 (2002).
- [Ber⁺17] H. Bernien, S. Schwartz, A. Keesling, H. Levine, A. Omran, H. Pichler, S. Choi, A. S. Zibrov, M. Endres, M. Greiner, V. Vuletić i M. D. Lukin, „Probing many-body dynamics on a 51-atom quantum simulator”, *Nature* **551**, 579–584 (2017).
- [Bet⁺06] E. Betzig, G. H. Patterson, R. Sougrat, O. W. Lindwasser, S. Olenych, J. S. Bonifacino, M. W. Davidson, J. Lippincott-Schwartz i H. F. Hess, „Imaging Intracellular Fluorescent Proteins at Nanometer Resolution”, *Science* **313**, 1642–1645 (2006).
- [Böh⁺10] P. Böhi, M. F. Riedel, T. W. Hänsch i P. Treutlein, „Imaging of microwave fields using ultracold atoms”, *Applied Physics Letters* **97**, 051101 (2010).
- [BA57] D. Bohm i Y. Aharonov, „Discussion of Experimental Proof for the Paradox of Einstein, Rosen, and Podolsky”, *Physical Review* **108**, 1070–1076 (1957).
- [Bos⁺20] A. Boschetti, A. Taschin, P. Bartolini, A. K. Tiwari, L. Pattelli, R. Torre i D. S. Wiersma, „Spectral super-resolution spectroscopy using a random laser”, *Nature Photonics* **14**, 177–182 (2020).
- [Bre⁺15] B. Brecht, D. V. Reddy, C. Silberhorn i M. G. Raymer, „Photon Temporal Modes: A Complete Framework for Quantum Information Science”, *Phys. Rev. X* **5**, 041017 (2015).
- [Bre⁺99] J. Brendel, N. Gisin, W. Tittel i H. Zbinden, „Pulsed energy-time entangled twin-photon source for quantum communication”, *Physical Review Letters* **82**, 2594–2597 (1999).
- [BP02] H.-P. Breuer i F. (Petruccione, *The theory of open quantum systems* (Oxford University Press, 2002), s. 625).
- [Bri⁺98] H.-J. Briegel, W. Dür, J. I. Cirac i P. Zoller, „Quantum Repeaters: The Role of Imperfect Local Operations in Quantum Communication”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5932–5935 (1998).
- [Bun⁺18] D. Bunandar, A. Lentine, C. Lee, H. Cai, C. M. Long, N. Boynton, N. Martinez, C. DeRose, C. Chen, M. Grein, D. Trotter, A. Starbuck, A. Pomerene, S. Hamilton, F. N. C. Wong, R. Camacho, P. Davids, J. Urayama i D. Englund, „Metropolitan Quantum Key Distribution with Silicon Photonics”, *Phys. Rev. X* **8**, 021009 (2018).
- [Cao⁺20] M. Cao, F. Hoffet, S. Qiu, A. S. Sheremet i J. Laurat, „Efficient reversible entanglement transfer between light and quantum memories”, *Optica* **7**, 1440 (2020).
- [Cas⁺21] F. Castellucci, T. W. Clark, A. Selyem, J. Wang i S. Franke-Arnold, „Atomic Compass: Detecting 3D Magnetic Field Alignment with Vector Vortex Light”, *Physical Review Letters* **127**, 233202 (2021).
- [Cha⁺11] J. Chan, T. P. M. Alegre, A. H. Safavi-Naeini, J. T. Hill, A. Krause, S. Gröblacher, M. Aspelmeyer i O. Painter, „Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state”, *Nature* **478**, 89–92 (2011).

- [Cha⁺06] T. Chanelière, D. N. Matsukevich, S. D. Jenkins, T. A. B. Kennedy, M. S. Chapman i A. Kuzmich, „Quantum Telecommunication Based on Atomic Cascade Transitions”, *Physical Review Letters* **96**, 093604 (2006).
- [Cha⁺19] W. Chang, C. Li, Y.-K. Wu, N. Jiang, S. Zhang, Y.-F. Pu, X.-Y. Chang i L.-M. Duan, „Long-Distance Entanglement between a Multiplexed Quantum Memory and a Telecom Photon”, *Phys. Rev. X* **9**, 041033 (2019).
- [Che⁺07] Z.-B. Chen, B. Zhao, Y.-A. Chen, J. Schmiedmayer i J.-W. Pan, „Fault-tolerant quantum repeater with atomic ensembles and linear optics”, *Phys. Rev. A* **76**, 022329 (2007).
- [Che⁺19] R. Cheng, C.-L. Zou, X. Guo, S. Wang, X. Han i H. X. Tang, „Broadband on-chip single-photon spectrometer”, *Nature Communications* **10**, 4104 (2019).
- [Cho⁺16] Y.-W. Cho, G. T. Campbell, J. L. Everett, J. Bernu, D. B. Higginbottom, M. T. Cao, J. Geng, N. P. Robins, P. K. Lam i B. C. Buchler, „Highly efficient optical quantum memory with long coherence time in cold atoms”, *Optica* **3**, 100–107 (2016).
- [Chr⁺11] A. Christ, K. Laiho, A. Eckstein, K. N. Cassemiro i C. Silberhorn, „Probing multimode squeezing with correlation functions”, *New Journal of Physics* **13**, 033027 (2011).
- [CH74] J. F. Clauser i M. A. Horne, „Experimental consequences of objective local theories”, *Physical Review D* **10**, 526–535 (1974).
- [Cla⁺69] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony i R. A. Holt, „Proposed experiment to test local hidden-variable theories”, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 880–884 (1969).
- [Coh95] L. Cohen, *Time-frequency analysis*, Prentice-Hall signal processing series (Prentice Hall PTR, Englewood Cliffs, N.J., 1995).
- [Cou⁺11] A. Couairon, E. Brambilla, T. Corti, D. Majus, O. De, J. Ramírez-Góngora i M. Kolesik, „THE EUROPEAN PHYSICAL JOURNAL SPECIAL TOPICS Practitioner’s guide to laser pulse propagation models and simulation Numerical implementation and practical usage of modern pulse propagation models”, *Eur. Phys. J. Special Topics* **199**, 5–76 (2011).
- [Da⁺20] B. Da Lio, D. Bacco, D. Cozzolino, Y. Ding, K. Dalgaard, K. Rottwitt i L. K. Oxenløwe, „Experimental demonstration of the DPTS QKD protocol over a 170 km fiber link”, *Appl. Phys. Lett.* **114**, 011101 (2020).
- [Dan⁺05] M. Dangelo, A. Valencia, M. H. Rubin i Y. Shih, „Resolution of quantum and classical ghost imaging”, *Physical Review A* **72**, 013810 (2005).
- [Dat⁺20] C. Datta, M. Jarzyna, Y. L. Len, K. Łukanowski, J. Kołodzyński i K. Banaszek, „Sub-Rayleigh resolution of two incoherent sources by array homodyning”, *Physical Review A* **102**, 063526 (2020).
- [Dąb⁺18] M. Dąbrowski, M. Mazelanik, M. Parniak, A. Leszczyński, M. Lipka i W. Wasilewski, „Certification of high-dimensional entanglement and Einstein-Podolsky-Rosen steering with cold atomic quantum memory”, *Phys. Rev. A* **98**, 42126 (2018).
- [DRF18] H. Defienne, M. Reichert i J. W. Fleischer, „Adaptive Quantum Optics with Spatially Entangled Photon Pairs”, *Physical Review Letters* **121**, 233601 (2018).
- [Def⁺19] H. Defienne, M. Reichert, J. W. Fleischer i D. Faccio, „Quantum image distillation”, *Science Advances* **5**, eaax0307 (2019).
- [Den⁺17] S. Denis, P. A. Moreau, F. Devaux i E. Lantz, „Temporal ghost imaging with twin photons”, *J. Opt.* **19**, 34002 (2017).

- [Der⁺09] T. Dertinger, R. Colyer, G. Iyer, S. Weiss i J. Enderlein, „Fast, background-free, 3D super-resolution optical fluctuation imaging (SOFI)”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* **106**, 22287–22292 (2009).
- [Don⁺16] S. Dong, W. Zhang, Y. Huang i J. Peng, „Long-distance temporal quantum ghost imaging over optical fibers”, *Sci. Rep.* **6**, 26022 (2016).
- [DMR16] J. M. Donohue, M. Mastrovich i K. J. Resch, „Spectrally Engineering Photonic Entanglement with a Time Lens”, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 243602 (2016).
- [Don⁺18] J. Donohue, V. Ansari, J. Řeháček, Z. Hradil, B. Stoklasa, M. Paúr, L. Sánchez-Soto i C. Silberhorn, „Quantum-Limited Time-Frequency Estimation through Mode-Selective Photon Measurement”, *Physical Review Letters* **121**, 090501 (2018).
- [Dre⁺83] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley i H. Ward, „Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator”, *Applied Physics B* **31**, 97–105 (1983).
- [Dua⁺01] L. M. Duan, M. D. Lukin, J. I. Cirac i P. Zoller, „Long-distance quantum communication with atomic ensembles and linear optics.”, *Nature* **414**, 413–8 (2001).
- [DLK13] Y. O. Dudin, L. Li i A. Kuzmich, „Light storage on the time scale of a minute”, *Phys. Rev. A* **87**, 031801 (2013).
- [Edg⁺12] M. P. Edgar, D. S. Tasca, F. Izdebski, R. E. Warburton, J. Leach, M. Agnew, G. S. Buller, R. W. Boyd i M. J. Padgett, „Imaging high-dimensional spatial entanglement with a camera”, *Nature Communications* **3**, 984 (2012).
- [EPR35] A. Einstein, B. Podolsky i N. Rosen, „Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?”, *Physical Review* **47**, 777–780 (1935).
- [Eke92] A. K. Ekert, „Quantum Cryptography and Bell’s Theorem”, w *Quantum Measurements in Optics*, red. P. Tombesi i D. F. Walls (Springer US, Boston, MA, 1992), s. 413–418.
- [Eng⁺11] D. Engström, R. P. Trivedi, M. Persson, M. Goksör, K. A. Bertness i I. I. Smalyukh, „Three-dimensional imaging of liquid crystal structures and defects by means of holographic manipulation of colloidal nanowires with faceted sidewalls”, *Soft Matter* **7**, 6304–6312 (2011).
- [FRS79] F.R.S, Lord Rayleigh, „XXXI. Investigations in optics, with special reference to the spectroscope”, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **8**, 261–274 (1879).
- [Far⁺16] P. Farrera, G. Heinze, B. Albrecht, M. Ho, M. Chávez, C. Teo, N. Sangouard i H. de Riedmatten, „Generation of single photons with highly tunable wave shape from a cold atomic quantum memory”, *Nature Communications* **7**, 13556 (2016).
- [Fos⁺08] M. A. Foster, R. Salem, D. F. Geraghty, A. C. Turner-Foster, M. Lipson i A. L. Gaeta, „Silicon-chip-based ultrafast optical oscilloscope”, *Nature* **456**, 81–84 (2008).
- [Fos⁺09] M. A. Foster, R. Salem, Y. Okawachi, A. C. Turner-Foster, M. Lipson i A. L. Gaeta, „Ultrafast waveform compression using a time-domain telescope”, *Nat. Photonics* **3**, 581–585 (2009).
- [FC72] S. J. Freedman i J. F. Clauser, „Experimental test of local hidden-variable theories”, *Physical Review Letters* **28**, 938–941 (1972).
- [Gat⁺14] D. Gatto Monticone, K. Katamadze, P. Traina, E. Moreva, J. Forneris, I. Ruo-Berchera, P. Olivero, I. Degiovanni, G. Brida i M. Genovese, „Beating the Abbe Diffraction Limit in Confocal Microscopy via Nonclassical Photon Statistics”, *Physical Review Letters* **113**, 143602 (2014).

- [GRR19] T. Gefen, A. Rotem i A. Retzker, „Overcoming resolution limits with quantum sensing”, *Nature Communications* **10**, 4992 (2019).
- [Giu⁺15] M. Giustina, M. A. Versteegh, S. Wengerowsky, J. Handsteiner, A. Hochrainer, K. Phelan, F. Steinlechner, J. Kofler, J. Å. Larsson, C. Abellán, W. Amaya, V. Pruneri, M. W. Mitchell, J. Beyer, T. Gerrits, A. E. Lita, L. K. Shalm, S. W. Nam, T. Scheidl, R. Ursin, B. Wittmann i A. Zeilinger, „Significant-Loophole-Free Test of Bell’s Theorem with Entangled Photons”, *Physical Review Letters* **115**, 250401 (2015).
- [Gle⁺18] D. R. Glenn, D. B. Bucher, J. Lee, M. D. Lukin, H. Park i R. L. Walsworth, „High-resolution magnetic resonance spectroscopy using a solid-state spin sensor”, *Nature* **555**, 351–354 (2018).
- [GJC12] D. Gottesman, T. Jennewein i S. Croke, „Longer-Baseline Telescopes Using Quantum Repeaters”, *Physical Review Letters* **109**, 070503 (2012).
- [Gra⁺20] M. R. Grace, Z. Dutton, A. Ashok i S. Guha, „Approaching quantum-limited imaging resolution without prior knowledge of the object location”, *J. Opt. Soc. Am. A* **37**, 1288–1299 (2020).
- [Gre⁺20] T. Gregory, P.-A. Moreau, E. Toninelli i M. J. Padgett, „Imaging through noise with quantum illumination”, *Science Advances* **6**, eaay2652 (2020).
- [Gri74] D. Grischkowsky, „Optical pulse compression”, *Appl. Phys. Lett.* **25**, 566–568 (1974).
- [GRE94] R. Grobe, K. Rzazewski i J. H. Eberly, „Measure of electron-electron correlation in atomic physics”, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **27**, L503–L508 (1994).
- [Gün⁺15] M. Gündoğan, P. M. Ledingham, K. Kutluer, M. Mazzeri i H. De Riedmatten, „Solid State Spin-Wave Quantum Memory for Time-Bin Qubits”, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 230501 (2015).
- [GMD17] X. Guo, Y. Mei i S. Du, „Testing the Bell inequality on frequency-bin entangled photon pairs using time-resolved detection”, *Optica* **4**, 388 (2017).
- [HS13] N. D. Hardy i J. H. Shapiro, „Computational ghost imaging versus imaging laser radar for three-dimensional imaging”, *Physical Review A* **87**, 023820 (2013).
- [HI18] K. Hashimoto i T. Ideguchi, „Phase-controlled Fourier-transform spectroscopy”, *Nature Communications* **9**, 4448 (2018).
- [Hed⁺10] M. P. Hedges, J. J. Longdell, Y. Li i M. J. Sellars, „Efficient quantum memory for light”, *Nature* **465**, 1052–1056 (2010).
- [Hei⁺21] A. J. Heinrich, W. D. Oliver, L. M. K. Vandersypen, A. Ardavan, R. Sessoli, D. Loss, A. B. Jayich, J. Fernandez-Rossier, A. Laucht i A. Morello, „Quantum-coherent nanoscience”, *Nature Nanotechnology* **16**, 1318–1329 (2021).
- [Hel⁺20] L. Heller, P. Farrera, G. Heinze i H. de Riedmatten, „Cold-Atom Temporally Multiplexed Quantum Memory with Cavity-Enhanced Noise Suppression”, *Phys. Rev. Lett.* **124**, 210504 (2020).
- [Hel76] C. W. Helstrom, *Quantum detection and estimation theory* (Academic Press, 1976).
- [Her⁺13] V. J. Hernandez, C. V. Bennett, B. D. Moran, A. D. Drobshoff, D. Chang, C. Langrock, M. M. Fejer i M. Ibsen, „104 MHz rate single-shot recording with subpicosecond resolution using temporal imaging”, *Opt. Express* **21**, 196 (2013).
- [Hes⁺16] K. Heshami, D. G. England, P. C. Humphreys, P. J. Bustard, V. M. Acosta, J. Nunn i B. J. Sussman, „Quantum memories: emerging applications and recent advances”, *Journal of Modern Optics* **63**, 2005–2028 (2016).

- [Hét⁺08] G. Hétet, M. Hosseini, B. M. Sparkes, D. Oblak, P. K. Lam i B. C. Buchler, „Photon echoes generated by reversing magnetic field gradients in a rubidium vapor”, *Optics Letters* **33**, 2323–2325 (2008).
- [Hil⁺12] J. T. Hill, A. H. Safavi-Naeini, J. Chan i O. Painter, „Coherent optical wavelength conversion via cavity optomechanics”, *Nature Communications* **3**, 1196 (2012).
- [Hod⁺19] S. S. Hodgman, W. Bu, S. B. Mann, R. I. Khakimov i A. G. Truscott, „Higher-Order Quantum Ghost Imaging with Ultracold Atoms”, *Physical Review Letters* **122**, 233601 (2019).
- [HP40] T. Holstein i H. Primakoff, „Field Dependence of the Intrinsic Domain Magnetization of a Ferromagnet”, *Physical Review* **58**, 1098–1113 (1940).
- [Hon⁺17] S. Hong, R. Riedinger, I. Marinković, A. Wallucks, S. G. Hofer, R. A. Norte, M. Aspelmeyer i S. Gröblacher, „Hanbury Brown and Twiss interferometry of single phonons from an optomechanical resonator.”, *Science (New York, N.Y.)* **358**, 203–206 (2017).
- [HDT15] A. Horsley, G.-X. Du i P. Treutlein, „Widefield microwave imaging in alkali vapor cells with sub-100 μm resolution”, *New Journal of Physics* **17**, 112002 (2015).
- [Hos⁺11] M. Hosseini, B. M. Sparkes, G. Campbell, P. K. Lam i B. C. Buchler, „High efficiency coherent optical memory with warm rubidium vapour”, *Nature Communications* **2**, 174 (2011).
- [Hos⁺09] M. Hosseini, B. M. Sparkes, G. Hétet, J. J. Longdell, P. K. Lam i B. C. Buchler, „Coherent optical pulse sequencer for quantum applications”, *Nature* **461**, 241–245 (2009).
- [Hum⁺14] P. C. Humphreys, W. S. Kolthammer, J. Nunn, M. Barbieri, A. Datta i I. A. Walmsley, „Continuous-variable quantum computing in optical time-frequency modes using quantum memories”, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 130502 (2014).
- [IDQ] IDQ, *ID Quantique, the home of Quantum-Safe Crypto*, <https://www.idquantique.com/>.
- [Jac⁺09] B. Jack, J. Leach, J. Romero, S. Franke-Arnold, M. Ritsch-Marte, S. M. Barnett i M. J. Padgett, „Holographic ghost imaging and the violation of a bell inequality”, *Physical Review Letters* **103**, 083602 (2009).
- [JDK19] H. Jeong, S. Du i N. Y. Kim, „Proposed narrowband biphoton generation from an ensemble of solid-state quantum emitters”, *Journal of the Optical Society of America B* **36**, 646 (2019).
- [JTL07] L. Jiang, J. M. Taylor i M. D. Lukin, „Fast and robust approach to long-distance quantum communication with atomic ensembles”, *Phys. Rev. A* **76**, 012301 (2007).
- [Jia⁺19] Y. Jiang, Y. Mei, Y. Zou, Y. Zuo i S. Du, „Intracavity cold atomic ensemble with high optical depth”, *Review of Scientific Instruments* **90**, 013105 (2019).
- [Jin⁺20] M. Jing, Y. Hu, J. Ma, H. Zhang, L. Zhang, L. Xiao i S. Jia, „Atomic superheterodyne receiver based on microwave-dressed Rydberg spectroscopy”, *Nature Physics* **16**, 911–915 (2020).
- [Kar⁺08] N. Kardjilov, I. Manke, M. Strobl, A. Hilger, W. Treimer, M. Meissner, T. Krist i J. Banhart, „Three-dimensional imaging of magnetic fields with polarized neutrons”, *Nature Physics* **4**, 399–403 (2008).

- [Kar⁺17a] M. Karpiński, M. Jachura, L. J. Wright i B. J. Smith, „Bandwidth manipulation of quantum light by an electro-optic time lens”, *Nature Photonics* **11**, 53–57 (2017).
- [Kar⁺17b] D. Karpov, Z. Liu, T. d. S. Rolo, R. Harder, P. V. Balachandran, D. Xue, T. Lookman i E. Fohtung, „Three-dimensional imaging of vortex structure in a ferroelectric nanoparticle driven by an electric field”, *Nature Communications* **8**, 280 (2017).
- [Kas⁺18] J. Kasai, Y. Okamoto, K. Nishioka, T. Takagi i Y. Sasaki, „Chiral Domain Structure in Superfluid ³He—A Studied by Magnetic Resonance Imaging”, *Physical Review Letters* **120**, 205301 (2018).
- [Kau⁺94] M. T. Kauffman, W. C. Banyai, A. A. Godil i D. M. Bloom, „Time-to-frequency converter for measuring picosecond optical pulses”, *Appl. Phys. Lett.* **64**, 270–272 (1994).
- [Kay93] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*, red. S. E. A. V. Oppenheim (Prentice Hall, 1993).
- [Kim⁺18] C. Kim, V. Chamard, J. Hallmann, T. Roth, W. Lu, U. Boesenberg, A. Zozulya, S. Leake i A. Madsen, „Three-Dimensional Imaging of Phase Ordering in an Fe-Al Alloy by Bragg Ptychography”, *Physical Review Letters* **121**, 256101 (2018).
- [KWY20] J. A. Kim, D. J. Wales i G.-Z. Yang, „Optical spectroscopy for in vivo medical diagnosis—a review of the state of the art and future perspectives”, *Progress in Biomedical Engineering* **2**, 042001 (2020).
- [Kit95] C. R. Kitchin, *Optical Astronomical Spectroscopy* (Routledge & CRC Press, 1995).
- [Kok⁺07] P. Kok, W. J. Munro, K. Nemoto, T. C. Ralph, J. P. Dowling i G. J. Milburn, „Linear optical quantum computing with photonic qubits”, *Reviews of Modern Physics* **79**, 135–174 (2007).
- [Kol88] B. H. Kolner, „Active pulse compression using an integrated electro-optic phase modulator”, *Appl. Phys. Lett.* **52**, 1122–1124 (1988).
- [KN89] B. H. Kolner i M. Nazarathy, „Temporal imaging with a time lens”, *Opt. Lett.* **14**, 630–632 (1989).
- [Kóm⁺14] P. Kómár, E. M. Kessler, M. Bishof, L. Jiang, A. S. Sorensen, J. Ye i M. D. Lukin, „A quantum network of clocks”, *Nature Physics* **10**, 582–587 (2014).
- [Kuz⁺09] O. Kuzucu, Y. Okawachi, R. Salem, M. A. Foster, A. C. Turner-Foster, M. Lipson i A. L. Gaeta, „Spectral phase conjugation via temporal imaging”, *Opt. Express* **17**, 20605 (2009).
- [LS20] W. Larson i B. E. A. Saleh, „Quantum-enhanced estimation of the optical phase gradient by use of image-inversion interferometry”, *Physical Review A* **102**, 013712 (2020).
- [LTS19] W. Larson, N. V. Tabiryan i B. E. A. Saleh, „A common-path polarization-based image-inversion interferometer”, *Optics Express* **27**, 5685–5695 (2019).
- [Lea⁺09] J. Leach, B. Jack, J. Romero, M. Ritsch-Martel, R. W. Boyd, A. K. Jha, S. M. Barnett, S. Franke-Arnold i M. J. Padgett, „Violation of a Bell inequality in two-dimensional orbital angular momentum state-spaces”, *Optics Express* **17**, 8287 (2009).
- [Lee⁺14] M.-J. Lee, J. Ruseckas, C.-Y. Lee, V. Kudriašov, K.-F. Chang, H.-W. Cho, G. Juzelianas i I. A. Yu, „Experimental demonstration of spinor slow light”, *Nat. Commun.* **5**, 5542 (2014).

- [Les⁺18] A. Leszczyński, M. Mazelanik, M. Lipka, M. Parniak, M. Dąbrowski i W. Wasilewski, „Spatially resolved control of fictitious magnetic fields in a cold atomic ensemble”, *Opt. Lett.* **43**, 1147 (2018).
- [Li⁺15] B. Li, M. R. Fernández-Ruiz, S. Lou i J. Azaña, „High-contrast linear optical pulse compression using a temporal hologram”, *Opt. Express* **23**, 6833 (2015).
- [Li⁺19] Z.-D. Li, R. Zhang, X.-F. Yin, L.-Z. Liu, Y. Hu, Y.-Q. Fang, Y.-Y. Fei, X. Jiang, J. Zhang, L. Li, N.-L. Liu, F. Xu, Y.-A. Chen i J.-W. Pan, „Experimental quantum repeater without quantum memory”, *Nat. Photonics* **13**, 644–648 (2019).
- [LBK05] Y. L. Lim, A. Beige i L. C. Kwek, „Repeat-Until-Success Linear Optics Distributed Quantum Computing”, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 030505 (2005).
- [Lip⁺19] M. Lipka, A. Leszczyński, M. Mazelanik, M. Parniak i W. Wasilewski, „Spatial Spin-Wave Modulator for Quantum-Memory-Assisted Adaptive Measurements”, *Phys. Rev. Appl.* **11**, 034049 (2019).
- [Lip⁺21] M. Lipka, M. Mazelanik, A. Leszczyński, W. Wasilewski i M. Parniak, „Massively-multiplexed generation of Bell-type entanglement using a quantum memory”, *Communications Physics* **4**, 46 (2021).
- [LMP21] M. Lipka, M. Mazelanik i M. Parniak, „Entanglement distribution with wavevector-multiplexed quantum memory”, *New Journal of Physics* **23**, 053012 (2021).
- [LPW18] M. Lipka, M. Parniak i W. Wasilewski, „Microchannel plate cross-talk mitigation for spatial autocorrelation measurements”, *Appl. Phys. Lett.* **112**, 211105 (2018).
- [LPW17] M. Lipka, M. Parniak i W. Wasilewski, „Optical frequency locked loop for long-term stabilization of broad-line DFB laser frequency difference”, *Appl. Phys. B* **123**, 238 (2017).
- [Lu⁺18] H. H. Lu, J. M. Lukens, N. A. Peters, O. D. Odele, D. E. Leaird, A. M. Weiner i P. Lougovski, „Electro-Optic Frequency Beam Splitters and Tritters for High-Fidelity Photonic Quantum Information Processing”, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 030502 (2018).
- [Lu⁺19] H.-H. Lu, J. M. Lukens, B. P. Williams, P. Imany, N. A. Peters, A. M. Weiner i P. Lougovski, „A controlled-NOT gate for frequency-bin qubits”, *npj Quantum Inf.* **5**, 24 (2019).
- [LL17] J. M. Lukens i P. Lougovski, „Frequency-encoded photonic qubits for scalable quantum information processing”, *Optica* **4**, 8–16 (2017).
- [LHK20] C. Lupo, Z. Huang i P. Kok, „Quantum Limits to Incoherent Imaging are Achieved by Linear Interferometry”, *Physical Review Letters* **124**, 080503 (2020).
- [LST09] A. I. Lvovsky, B. C. Sanders i W. Tittel, „Optical quantum memory”, *Nature Photonics* **3**, 706–714 (2009).
- [MB19] O. S. Magaña-Loaiza i R. W. Boyd, „Quantum imaging and information”, *Reports on Progress in Physics* **82**, 124401 (2019).
- [Mar⁺18] N. Maring, D. Lago-Rivera, A. Lenhard, G. Heinze i H. de Riedmatten, „Quantum frequency conversion of memory-compatible single photons from 606 nm to the telecom C-band”, *Optica* **5**, 507–513 (2018).
- [Maz⁺20] M. Mazelanik, A. Leszczyński, M. Lipka, M. Parniak i W. Wasilewski, „Temporal imaging for ultra-narrowband few-photon states of light”, *Optica* **7**, 203–208 (2020).
- [Maz⁺21] M. Mazelanik, A. Leszczyński, M. Lipka, W. Wasilewski i M. Parniak, „Real-time ghost imaging of Bell-nonlocal entanglement between a photon and a quantum memory”, *Quantum* **5**, 493 (2021).

- [MLP22] M. Mazelanik, A. Leszczyński i M. Parniak, „Optical-domain spectral super-resolution via a quantum-memory-based time-frequency processor”, *Nature Communications* **13**, 691 (2022).
- [Maz⁺19] M. Mazelanik, M. Parniak, A. Leszczyński, M. Lipka i W. Wasilewski, „Coherent spin-wave processor of stored optical pulses”, *npj Quantum Inf.* **5**, 22 (2019).
- [Mei⁺20] Y. Mei, Y. Zhou, S. Zhang, J. Li, K. Liao, H. Yan, S.-L. Zhu i S. Du, „Einstein-Podolsky-Rosen Energy-Time Entanglement of Narrow-Band Biphotons”, *Phys. Rev. Lett.* **124**, 010509 (2020).
- [Mic⁺16] M. H. Michael, M. Silveri, R. T. Brierley, V. V. Albert, J. Salmilehto, L. Jiang i S. M. Girvin, „New Class of Quantum Error-Correcting Codes for a Bosonic Mode”, *Phys. Rev. X* **6**, 031006 (2016).
- [Mir⁺20] M. Mirhosseini, A. Sipahigil, M. Kalae i O. Painter, „Superconducting qubit to optical photon transduction”, *Nature* **588**, 599–603 (2020).
- [Mor⁺19a] P. A. Moreau, E. Toninelli, T. Gregory, R. S. Aspden, P. A. Morris i M. J. Padgett, „Imaging Bell-type nonlocal behavior”, *Science Advances* **5**, eaaw2563 (2019).
- [Mor⁺19b] P.-A. Moreau, E. Toninelli, T. Gregory i M. J. Padgett, „Imaging with quantum states of light”, *Nature Reviews Physics* **1**, 367–380 (2019).
- [Mou⁺00] L. K. Mouradian, F. Louradour, V. Messenger, A. Barthélémy i C. Froehly, „Spectrotemporal imaging of femtosecond events”, *IEEE J. Quantum Electron.* **36**, 795–801 (2000).
- [NT16a] R. Nair i M. Tsang, „Far-Field Superresolution of Thermal Electromagnetic Sources at the Quantum Limit”, *Physical Review Letters* **117**, 190801 (2016).
- [NT16b] R. Nair i M. Tsang, „Interferometric superlocalization of two incoherent optical point sources”, *Optics Express* **24**, 3684–3701 (2016).
- [Nak⁺12] M. Nakazawa, T. Hirooka, M. Yoshida i K. Kasai, „Ultrafast Coherent Optical Transmission”, *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* **18**, 363–376 (2012).
- [Neu⁺17] L. Neuhaus, R. Metzдорff, S. Chua, T. Jacqmin, T. Briant, A. Heidmann, P. Cohadon i S. Deléglise, „PyRPL (Python Red Pitaya Lockbox) — An open-source software package for FPGA-controlled quantum optics experiments”, w *2017 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC)* (czer. 2017).
- [Nun⁺10] J. Nunn, U. Dorner, P. Michelberger, K. F. Reim, K. C. Lee, N. K. Langford, I. A. Walmsley i D. Jaksch, „Quantum memory in an optical lattice”, *Phys. Rev. A* **82**, 022327 (2010).
- [Oh⁺21] C. Oh, S. Zhou, Y. Wong i L. Jiang, „Quantum Limits of Superresolution in a Noisy Environment”, *Phys. Rev. Lett.* **126**, 120502 (2021).
- [Oka⁺09] Y. Okawachi, R. Salem, M. A. Foster, A. C. Turner-Foster, M. Lipson i A. L. Gaeta, „High-resolution spectroscopy using a frequency magnifier”, *Opt. Express* **17**, 5691 (2009).
- [OHS14] M. Orrit, T. Ha i V. Sandoghdar, „Single-molecule optical spectroscopy”, *Chemical Society Reviews* **43**, 973–976 (2014).
- [Pan⁺14] C. Panayi, M. Razavi, X. Ma i N. Lütkenhaus, „Memory-assisted measurement-device-independent quantum key distribution”, *New J. Phys.* **16**, 043005 (2014).
- [Par19] M. Parniak, „Multimode Quantum Optics with Spin Waves and Photons”, *Rozprawa Doktorska* (2019).

- [Par⁺17] M. Parniak, M. Dąbrowski, M. Mazelanik, A. Leszczyński, M. Lipka i W. Wasilewski, „Wavevector multiplexed atomic quantum memory via spatially-resolved single-photon detection”, *Nat. Commun.* **8**, 2140 (2017).
- [Par⁺19] M. Parniak, M. Mazelanik, A. Leszczyński, M. Lipka, M. Dąbrowski i W. Wasilewski, „Quantum Optics of Spin Waves through ac Stark Modulation”, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 063604 (2019).
- [PHK18] G. Patera, D. B. Horoshko i M. I. Kolobov, „Space-time duality and quantum temporal imaging”, *Phys. Rev. A* **98**, 53815 (2018).
- [PR20] U. Paudel i T. Rose, „Ultra-high resolution and broadband chip-scale speckle enhanced Fourier-transform spectrometer”, *Optics Express* **28**, 16469–16485 (2020).
- [Paú⁺16] M. Paúr, B. Stoklasa, Z. Hradil, L. L. Sánchez-Soto i J. Rehacek, „Achieving the ultimate optical resolution”, *Optica* **3**, 1144–1147 (2016).
- [Pir⁺20] S. Pirandola, U. L. Andersen, L. Banchi, M. Berta, D. Bunandar, R. Colbeck, D. Englund, T. Gehring, C. Lupo, C. Ottaviani, J. L. Pereira, M. Razavi, J. S. Shaari, M. Tomamichel, V. C. Usenko, G. Vallone, P. Villoresi i P. Wallden, „Advances in quantum cryptography”, *Adv. Opt. Photon.* **12**, 1012–1236 (2020).
- [Pir⁺18] S. Pirandola, B. R. Bardhan, T. Gehring, C. Weedbrook i S. Lloyd, „Advances in photonic quantum sensing”, *Nature Photonics* **12**, 724–733 (2018).
- [Pir⁺15] S. Pirandola, C. Ottaviani, G. Spedalieri, C. Weedbrook, S. L. Braunstein, S. Lloyd, T. Gehring, C. S. Jacobsen i U. L. Andersen, „High-rate measurement-device-independent quantum cryptography”, *Nat. Photonics* **9**, 397–402 (2015).
- [Pit⁺95] T. B. Pittman, Y. H. Shih, D. V. Strekalov i A. V. Sergienko, „Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement”, *Physical Review A* **52**, R3429 (1995).
- [Pu⁺17] Y. F. Pu, N. Jiang, W. Chang, H. X. Yang, C. Li i L. M. Duan, „Experimental realization of a multiplexed quantum memory with 225 individually accessible memory cells”, *Nat. Commun.* **8**, 15359 (2017).
- [Pus⁺21] A. A. Pushkina, G. Maltese, J. I. Costa-Filho, P. Patel i A. I. Lvovsky, „Superresolution Linear Optical Imaging in the Far Field”, *Phys. Rev. Lett.* **127**, 253602 (2021).
- [Rad⁺10] A. G. Radnaev, Y. O. Dudin, R. Zhao, H. H. Jen, S. D. Jenkins, A. Kuzmich i T. A. Kennedy, „A quantum memory with telecom-wavelength conversion”, *Nat. Phys.* **6**, 894–899 (2010).
- [Ram⁺16] M. Rambach, A. Nikolova, T. J. Weinholt i A. G. White, „Sub-megahertz linewidth single photon source”, *APL Photonics* **1**, 096101 (2016).
- [RT90] J. G. Rarity i P. R. Tapster, „Experimental violation of Bells inequality based on phase and momentum”, *Physical Review Letters* **64**, 2495–2498 (1990).
- [Řeh⁺18] J. Řeháček, Z. Hradil, D. Koutný, J. Grover, A. Krzic i L. L. Sánchez-Soto, „Optimal measurements for quantum spatial superresolution”, *Physical Review A* **98**, 012103 (2018).
- [Rei⁺16] C. Reimer, M. Kues, P. Roztocky, B. Wetzl, F. Grazioso, B. E. Little, S. T. Chu, T. Johnston, Y. Bromberg, L. Caspani, D. J. Moss i R. Morandotti, „Generation of multiphoton entangled quantum states by means of integrated frequency combs”, *Science* **351**, 1176–1180 (2016).
- [Ros⁺17] T. Roskopf, J. Zopes, J. M. Boss i C. L. Degen, „A quantum spectrum analyzer enhanced by a nuclear spin memory”, *npj Quantum Information* **3**, 33 (2017).

- [Rug⁺04] D. Rugar, R. Budakian, H. J. Mamin i B. W. Chui, „Single spin detection by magnetic resonance force microscopy”, *Nature* **430**, 329–332 (2004).
- [RBZ06] M. J. Rust, M. Bates i X. Zhuang, „Sub-diffraction-limit imaging by stochastic optical reconstruction microscopy (STORM)”, *Nature Methods* **3**, 793–796 (2006).
- [Ryc⁺17] P. Ryczkowski, M. Barbier, A. T. Friberg, J. M. Dudley i G. Genty, „Magnified time-domain ghost imaging”, *APL Photonics* **2**, 46102 (2017).
- [Sab⁺13] M. Sabooni, Q. Li, S. Kröll i L. Rippe, „Efficient quantum memory using a weakly absorbing sample”, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 133604 (2013).
- [Sag⁺18] E. Saglamyurek, T. Hrushevskiy, A. Rastogi, K. Heshami i L. J. LeBlanc, „Coherent storage and manipulation of broadband photons via dynamically controlled Autler-Townes splitting”, *Nature Photonics* **12**, 774–782 (2018).
- [Sal⁺09] R. Salem, M. A. Foster, A. C. Turner-Foster, D. F. Geraghty, M. Lipson i A. L. Gaeta, „High-speed optical sampling using a silicon-chip temporal magnifier”, *Opt. Express* **17**, 4324 (2009).
- [SS08] B. Santhanam i T. S. Santhanam, „On discrete Gauss–Hermite functions and eigenvectors of the discrete Fourier transform”, *Signal Processing* **88**, 2738–2746 (2008).
- [Sav09] N. Savage, „Spectrometers”, *Nature Photonics* **3**, 601–602 (2009).
- [Ser⁺19] A. Seri, D. Lago-Rivera, A. Lenhard, G. Corrielli, R. Osellame, M. Mazzeri i H. De Riedmatten, „Quantum Storage of Frequency-Multiplexed Heralded Single Photons”, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 080502 (2019).
- [SF21] M. Shah i L. Fan, „Frequency Superresolution with Spectrotemporal Shaping of Photons”, *Physical Review Applied* **15**, 034071 (2021).
- [Sha⁺15] L. K. Shalm, E. Meyer-Scott, B. G. Christensen, P. Bierhorst, M. A. Wayne, M. J. Stevens, T. Gerrits, S. Glancy, D. R. Hamel, M. S. Allman, K. J. Coakley, S. D. Dyer, C. Hodge, A. E. Lita, V. B. Verma, C. Lambrocco, E. Tortorici, A. L. Migdall, Y. Zhang, D. R. Kumor, W. H. Farr, F. Marsili, M. D. Shaw, J. A. Stern, C. Abellán, W. Amaya, V. Pruneri, T. Jennewein, M. W. Mitchell, P. G. Kwiat, J. C. Bienfang, R. P. Mirin, E. Knill i S. W. Nam, „Strong Loophole-Free Test of Local Realism”, *Physical Review Letters* **115**, 250402 (2015).
- [Sha20] J. H. Shapiro, „The Quantum Illumination Story”, *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine* **35**, 8–20 (2020).
- [Shi⁺22] S. Shin, J. Eun, S. S. Lee, C. Lee, H. Hugonnet, D. K. Yoon, S.-H. Kim, J. Jeong i Y. Park, „Tomographic measurement of dielectric tensors at optical frequency”, *Nature Materials*, 1–8 (2022).
- [Shl⁺21] I. Shlesinger, P. Senellart, P. Senellart, L. Lanco, L. Lanco, J.-J. Grefet i J.-J. Grefet, „Time-frequency encoded single-photon generation and broadband single-photon storage with a tunable subradiant state”, *Optica* **8**, 95–105 (2021).
- [SDA10] C. Simon, H. De Riedmatten i M. Afzelius, „Temporally multiplexed quantum repeaters with atomic gases”, *Phys. Rev. A* **82**, 010304 (2010).
- [Sin⁺14] N. Sinclair, E. Saglamyurek, H. Mallahzadeh, J. A. Slater, M. George, R. Ricken, M. P. Hedges, D. Oblak, C. Simon, W. Sohler i W. Tittel, „Spectral multiplexing for scalable quantum photonics using an atomic frequency comb quantum memory and feed-forward control”, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 053603 (2014).
- [Spa⁺13] B. M. Sparkes, J. Bernu, M. Hosseini, J. Geng, Q. Glorieux, P. A. Altin, P. K. Lam, N. P. Robins i B. C. Buchler, „Gradient echo memory in an ultra-high optical depth cold atomic ensemble”, *New J. Phys.* **15**, 085027 (2013).

- [Ste⁺14] R. C. Sterling, H. Rattanasonti, S. Weidt, K. Lake, P. Srinivasan, S. C. Webster, M. Kraft i W. K. Hensinger, „Fabrication and operation of a two-dimensional ion-trap lattice on a high-voltage microchip”, *Nature Communications* **5**, 3637 (2014).
- [SS66] H. L. Stover i W. H. Steier, „Locking of laser oscillators by light injection”, *Applied Physics Letters* **8**, 91–93 (1966).
- [Str⁺12] E. W. Streed, A. Jechow, B. G. Norton i D. Kielpinski, „Absorption imaging of a single atom”, *Nature Communications* **3**, 933 (2012).
- [Str⁺95] D. V. Strekalov, A. V. Sergienko, D. N. Klyshko i Y. H. Shih, „Observation of two-photon ghost interference and diffraction”, *Physical Review Letters* **74**, 3600–3603 (1995).
- [Stu⁺12] A. Stute, B. Casabone, P. Schindler, T. Monz, P. O. Schmidt, B. Brandstätter, T. E. Northup i R. Blatt, „Tunable ion-photon entanglement in an optical cavity”, *Nature* **485**, 482–485 (2012).
- [Sun21] Y. Sung, „Snapshot Three-Dimensional Absorption Imaging of Microscopic Specimens”, *Physical Review Applied* **15**, 064065 (2021).
- [Sur⁺16] P. Suret, R. El Koussaifi, A. Tikan, C. Evain, S. Randoux, C. Szwaj i S. Bielawski, „Single-shot observation of optical rogue waves in integrable turbulence using time microscopy”, *Nat. Commun.* **7**, 13136 (2016).
- [Tan⁺15] J. S. Tang, Z. Q. Zhou, Y. T. Wang, Y. L. Li, X. Liu, Y. L. Hua, Y. Zou, S. Wang, D. Y. He, G. Chen, Y. N. Sun, Y. Yu, M. F. Li, G. W. Zha, H. Q. Ni, Z. C. Niu, C. F. Li i G. C. Guo, „Storage of multiple single-photon pulses emitted from a quantum dot in a solid-state quantum memory”, *Nat. Commun.* **6**, 8652 (2015).
- [Tao⁺20] L. Tao, W. Wei, Y. Li, W. Ou, T. Wang, C. Wang, J. Zhang, J. Zhang, F. Gan i X. Ou, „On-Chip Integration of Energy-Tunable Quantum Dot Based Single-Photon Sources via Strain Tuning of GaAs Waveguides”, *ACS Photonics* **7**, 2723–2730 (2020).
- [TFS17] W.-K. Tham, H. Ferretti i A. M. Steinberg, „Beating Rayleigh’s Curse by Imaging Using Phase Information”, *Physical Review Letters* **118**, 070801 (2017).
- [Tho⁺21] R. A. Thomas, M. Parniak, C. Østfeldt, C. B. Møller, C. Bærentsen, Y. Tsaturyan, A. Schliesser, J. Appel, E. Zeuthen i E. S. Polzik, „Entanglement between distant macroscopic mechanical and spin systems”, *Nature Physics* **17**, 228–233 (2021).
- [Tsa19a] M. Tsang, „Quantum limit to subdiffraction incoherent optical imaging”, *Phys. Rev. A* **99**, 012305 (2019).
- [Tsa19b] M. Tsang, „Resolving starlight: a quantum perspective”, *Contemporary Physics* **60**, 279–298 (2019).
- [Tsa17] M. Tsang, „Subdiffraction incoherent optical imaging via spatial-mode demultiplexing”, *New Journal of Physics* **19**, 023054 (2017).
- [TNL16] M. Tsang, R. Nair i X.-M. Lu, „Quantum Theory of Superresolution for Two Incoherent Optical Point Sources”, *Physical Review X* **6**, 031033 (2016).
- [Val⁺05] A. Valencia, G. Scarcelli, M. D’Angelo i Y. Shih, „Two-photon imaging with thermal light”, *Physical Review Letters* **94**, 063601 (2005).
- [Ved⁺18] F. Vedovato, C. Agnesi, M. Tomasin, M. Avesani, J. Å. Larsson, G. Vallone i P. Villoresi, „Postselection-Loophole-Free Bell Violation with Genuine Time-Bin Entanglement”, *Physical Review Letters* **121**, 190401 (2018).

- [Ver⁺18] P. Vernaz-Gris, K. Huang, M. Cao, A. S. Sheremet i J. Laurat, „Highly-efficient quantum memory for polarization qubits in a spatially-multiplexed cold atomic ensemble”, *Nat. Commun.* **9**, 363 (2018).
- [Wan⁺21] X.-J. Wang, S.-J. Yang, P.-F. Sun, B. Jing, J. Li, M.-T. Zhou, X.-H. Bao i J.-W. Pan, „Cavity-Enhanced Atom-Photon Entanglement with Subsecond Lifetime”, *Phys. Rev. Lett.* **126**, 090501 (2021).
- [Wan⁺15] Y. Wang, X. Zhang, T. A. Corcovilos, A. Kumar i D. S. Weiss, „Coherent Addressing of Individual Neutral Atoms in a 3D Optical Lattice”, *Physical Review Letters* **115**, 043003 (2015).
- [Wan⁺19] Y. Wang, J. Li, S. Zhang, K. Su, Y. Zhou, K. Liao, S. Du, H. Yan i S.-L. Zhu, „Efficient quantum memory for single-photon polarization qubits”, *Nature Photonics* **13**, 346–351 (2019).
- [Wan⁺06] Z.-W. Wang, X.-F. Zhou, Y.-F. Huang, Y.-S. Zhang, X.-F. Ren i G.-C. Guo, „Experimental Entanglement Distillation of Two-Qubit Mixed States under Local Operations”, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 220505 (2006).
- [WF18] A. Watanabe i H. Furukawa, „Super-resolution technique for high-resolution multichannel Fourier transform spectrometer”, *Optics Express* **26**, 27787–27797 (2018).
- [Wen⁺19] Y. Wen, P. Zhou, Z. Xu, L. Yuan, H. Zhang, S. Wang, L. Tian, S. Li i H. Wang, „Multiplexed spin-wave–photon entanglement source using temporal multi-mode memories and feedforward-controlled readout”, *Phys. Rev. A* **100**, 012342 (2019).
- [Wes⁺21] T. Westphal, H. Hepach, J. Pfaff i M. Aspelmeyer, „Measurement of gravitational coupling between millimetre-sized masses”, *Nature* **591**, 225–228 (2021).
- [WH07] K. Wicker i R. Heintzmann, „Interferometric resolution improvement for confocal microscopes”, *Optics Express* **15**, 12206–12216 (2007).
- [WSH09] K. Wicker, S. Sindbert i R. Heintzmann, „Characterisation of a resolution enhancing image inversion interferometer”, *Optics Express* **17**, 15491–15501 (2009).
- [Wil⁺21] P. Willke, T. Bilgeri, X. Zhang, Y. Wang, C. Wolf, H. Aubin, A. Heinrich i T. Choi, „Coherent Spin Control of Single Molecules on a Surface”, *ACS Nano* **15**, 17959–17965 (2021).
- [Wil⁺19] P. Willke, K. Yang, Y. Bae, A. J. Heinrich i C. P. Lutz, „Magnetic resonance imaging of single atoms on a surface”, *Nature Physics* **15**, 1005–1010 (2019).
- [Woo98] W. K. Wootters, „Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits”, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2245–2248 (1998).
- [Wu⁺19] H. Wu, P. Ryczkowski, A. T. Friberg, J. M. Dudley i G. Genty, „Temporal ghost imaging using wavelength conversion and two-color detection”, *Optica* **6**, 902 (2019).
- [Xia⁺13] X. Xiao, B. Javidi, M. Martinez-Corral i A. Stern, „Advances in three-dimensional integral imaging: sensing, display, and applications [Invited]”, *Applied Optics* **52**, 546–560 (2013).
- [Xu⁺08] S. Xu, C. W. Crawford, S. Rochester, V. Yashchuk, D. Budker i A. Pines, „Submillimeter-resolution magnetic resonance imaging at the Earth’s magnetic field with an atomic magnetometer”, *Physical Review A* **78**, 013404 (2008).
- [Yan⁺17] F. Yang, R. Nair, M. Tsang, C. Simon i A. I. Lvovsky, „Fisher information for far-field linear optical superresolution via homodyne or heterodyne detection in a higher-order local oscillator mode”, *Physical Review A* **96**, 063829 (2017).

- [Yan⁺16] S. J. Yang, X. J. Wang, X. H. Bao i J. W. Pan, „An efficient quantum light-matter interface with sub-second lifetime”, *Nat. Photonics* **10**, 381–384 (2016).
- [Yan⁺18] T.-S. Yang, Z.-Q. Zhou, Y.-L. Hua, X. Liu, Z.-F. Li, P.-Y. Li, Y. Ma, C. Liu, P.-J. Liang, X. Li, Y.-X. Xiao, J. Hu, C.-F. Li i G.-C. Guo, „Multiplexed storage and real-time manipulation based on a multiple degree-of-freedom quantum memory”, *Nat. Commun.* **9**, 3407 (2018).
- [Yar⁺07] T. Yarnall, A. F. Abouraddy, B. E. Saleh i M. C. Teich, „Experimental violation of Bell’s inequality in spatial-parity space”, *Physical Review Letters* **99**, 170408 (2007).
- [Yin⁺17a] J. Yin, Y. Cao, Y.-H. Li, S.-K. Liao, L. Zhang, J.-G. Ren, W.-Q. Cai, W.-Y. Liu, B. Li, H. Dai, G.-B. Li, Q.-M. Lu, Y.-H. Gong, Y. Xu, S.-L. Li, F.-Z. Li, Y.-Y. Yin, Z.-Q. Jiang, M. Li, J.-J. Jia, G. Ren, D. He, Y.-L. Zhou, X.-X. Zhang, N. Wang, X. Chang, Z.-C. Zhu, N.-L. Liu, Y.-A. Chen, C.-Y. Lu, R. Shu, C.-Z. Peng, J.-Y. Wang i J.-W. Pan, „Satellite-based entanglement distribution over 1200 kilometers.”, *Science (New York, N.Y.)* **356**, 1140–1144 (2017).
- [Yin⁺17b] J. Yin, Y. Cao, Y.-H. Li, J.-G. Ren, S.-K. Liao, L. Zhang, W.-Q. Cai, W.-Y. Liu, B. Li, H. Dai, M. Li, Y.-M. Huang, L. Deng, L. Li, Q. Zhang, N.-L. Liu, Y.-A. Chen, C.-Y. Lu, R. Shu, C.-Z. Peng, J.-Y. Wang i J.-W. Pan, „Satellite-to-Ground Entanglement-Based Quantum Key Distribution”, *Physical Review Letters* **119**, 200501 (2017).
- [Yua⁺08] Z. S. Yuan, Y. A. Chen, B. Zhao, S. Chen, J. Schmiedmayer i J. W. Pan, „Experimental demonstration of a BDCZ quantum repeater node”, *Nature* **454**, 1098–1101 (2008).
- [Zai⁺16] S. Zaiser, T. Rendler, I. Jakobi, T. Wolf, S.-Y. Lee, S. Wagner, V. Bergholm, T. Schulte-Herbrüggen, P. Neumann i J. Wrachtrup, „Enhancing quantum sensing sensitivity by a quantum memory”, *Nature Communications* **7**, 12279 (2016).
- [Zha⁺17] W. Zhang, D.-S. Ding, Y.-B. Sheng, L. Zhou, B.-S. Shi i G.-C. Guo, „Quantum Secure Direct Communication with Quantum Memory”, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 220501 (2017).
- [Zha⁺09a] B. Zhao, Y. A. Chen, X. H. Bao, T. Strassel, C. S. Chuu, X. M. Jin, J. Schmiedmayer, Z. S. Yuan, S. Chen i J. W. Pan, „A millisecond quantum memory for scalable quantum networks”, *Nat. Phys.* **5**, 95–99 (2009).
- [Zha⁺07] B. Zhao, Z.-B. Chen, Y.-A. Chen, J. Schmiedmayer i J.-W. Pan, „Robust Creation of Entanglement between Remote Memory Qubits”, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 240502 (2007).
- [Zha⁺14] L. Zhao, X. Guo, C. Liu, Y. Sun, M. M. T. Loy i S. Du, „Photon pairs with coherence time exceeding 1 μ s”, *Optica* **1**, 84 (2014).
- [Zha⁺09b] R. Zhao, Y. O. Dudin, S. D. Jenkins, C. J. Campbell, D. N. Matsukevich, T. A. Kennedy i A. Kuzmich, „Long-lived quantum memory”, *Nat. Phys.* **5**, 100–104 (2009).
- [Zho⁺20] H.-S. Zhong, H. Wang, Y.-H. Deng, M.-C. Chen, L.-C. Peng, Y.-H. Luo, J. Qin, D. Wu, X. Ding, Y. Hu, P. Hu, X.-Y. Yang, W.-J. Zhang, H. Li, Y. Li, X. Jiang, L. Gan, G. Yang, L. You, Z. Wang, L. Li, N.-L. Liu, C.-Y. Lu i J.-W. Pan, „Quantum computational advantage using photons”, *Science* **370**, 1460–1463 (2020).
- [ZJ19] S. Zhou i L. Jiang, „Modern description of Rayleigh’s criterion”, *Phys. Rev. A* **99**, 013808 (2019).
- [ZKG13] Y. Zhu, J. Kim i D. J. Gauthier, „Aberration-corrected quantum temporal imaging system”, *Phys. Rev. A* **87**, 43808 (2013).

- [Zop⁺18] J. Zopes, K. S. Cujia, K. Sasaki, J. M. Boss, K. M. Itoh i C. L. Degen, „Three-dimensional localization spectroscopy of individual nuclear spins with sub-Angstrom resolution“, *Nature Communications* **9**, 4678 (2018).
- [Zwe⁺18] M. Zwirger, A. Pirker, V. Dunjko, H. J. Briegel i W. Dür, „Long-Range Big Quantum-Data Transmission“, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 030503 (2018).